100.- Una esfera de radio R=10 cm flota en el agua (densidad $\rho=10^3$ kg/m^3). El centro de la esfera se encuentra 9 cm por encima de la superficie del agua. Calcular el trabajo que debe realizarse para sumergir la esfera hasta que su centro se encuentre justamente en la superficie del agua.

Ayuda. Volumen de un casquete esférico de altura h perteneciente a una esfera de radio R: $V=\frac{1}{3}\pi h^2(3R-h)$.

101.-Un alambre tiene forma de circunferencia de radio R=1 m, está situado en el plano XY. Lleva insertado una cuenta de collar de masa m que puede moverse a lo largo del alambre. El coeficiente de rozamiento entre el collar y el alambre es $\mu=0,2$. Si al collar se le da una velocidad inicial v_o= 3 m/s,

a) Determinar el ángulo descrito hasta que se para.

b) Calcular cuál debería ser el coeficiente de rozamiento si el collar volviese justamente a la posición inicial y ahí se parase.

c) Construir la gráfica velocidad posición.

Ayuda: $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right)$

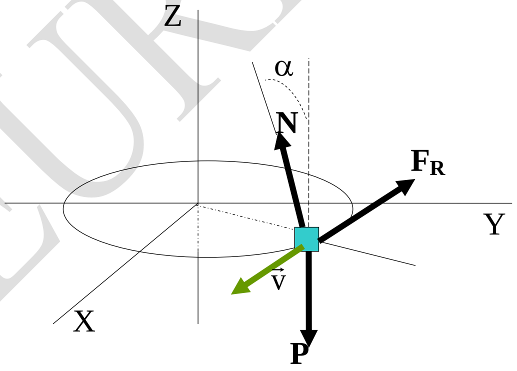


Fig.1

102.-Un planeta de forma esférica y radio R tiene una densidad uniforme ρ. En dicho planeta el peso de un cuerpo en los polos es el doble que en el ecuador. Determinar su periodo de rotación en función de la constante de gravitación G y de su densidad.

103.-El periodo de rotación de la Luna alrededor de su eje es actualmente el mismo que el de revolución alrededor de la Tierra de modo que el mismo lado de la Luna siempre encara hacia la Tierra.

La acción constante de las mareas originadas por la Luna, dan como resultado una disminución en la velocidad de rotación de la Tierra y un alejamiento de la Luna. Consideramos un sistema inercial llamado CM localizado en el centro de masas del sistema Tierra-Luna Otro sistema XY de la figura está localizado en el centro de la Tierra.

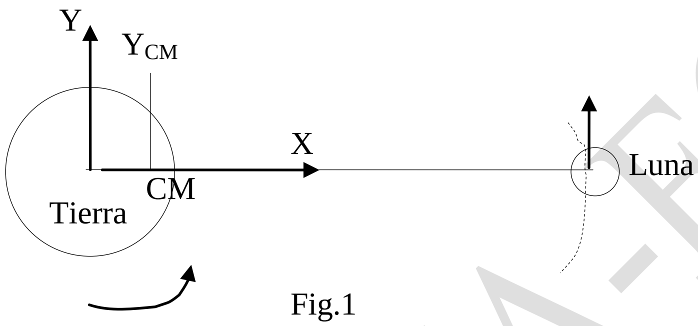


Fig.1

Actualmente la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna (consideradas ambas como esferas) es r_o =3,85.10^8 m y esta distancia aumenta a razón de 0,038 m por año.

De acuerdo con las siguientes suposiciones a) El sistema Tierra-Luna está aislado del resto del Universo b) La orbita de la Luna alrededor de la Tierra es circular c) El eje de rotación de la Tierra es perpendicular al plano orbital de la Luna. d) La Tierra es una esfera homogénea de Radio R_T.

Calcular 1) El momento angular total del sistema Tierra-Luna respecto a su centro de masas.

2) Cuando el periodo de rotación de la Tierra y el de revolución de la Luna sean iguales determinar la duración de la rotación de la Tierra expresándola en días actuales.

3) Si el ritmo de alejamiento de la Luna fuese como el actual y se mantuviese constante, calcular los años que han de transcurrir para que se cumpla el apartado anterior.

Datos:

Periodo actual de revolución de la Luna, T_L = 27,322 días

Masa de la Luna, M_L= 7,35.10^{22} kg

Radio de la Luna, R_L=1,74.10^6 m

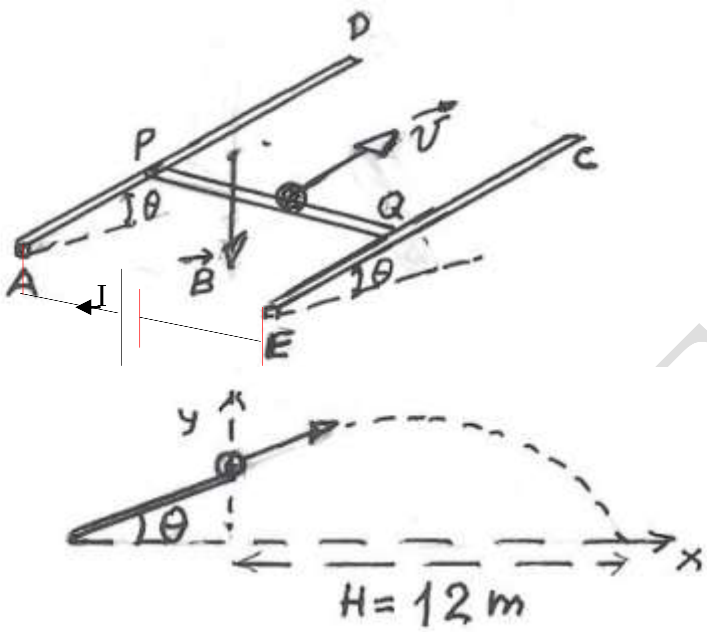
Periodo actual de rotación de la Tierra, T_T= 23,933 horas

Masa de la Tierra, M_T= 5,97.10 ^{24} kg

Radio de la Tierra, R_T= 6,37.10^6 km

Constante de gravitación universal G =6,672.10^{-11} N.m^2/kg^2

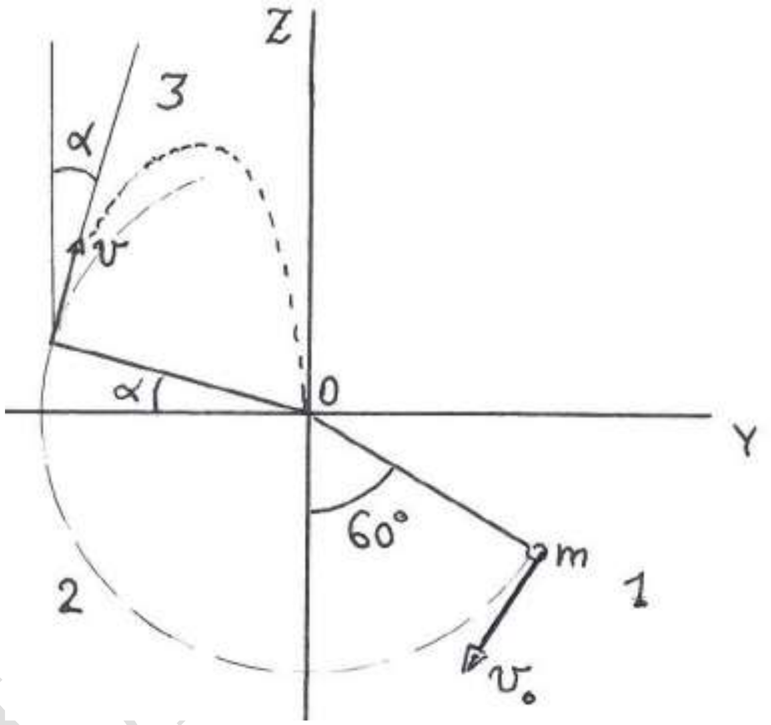
104.-Con el dispositivo electromagnético de la figura se consigue lanzar un cuerpo de masa m= 2 kg al aire.
El dispositivo consta de dos barras conductoras iguales y paralelas (AD y EC) de 6,0 m de longitud.



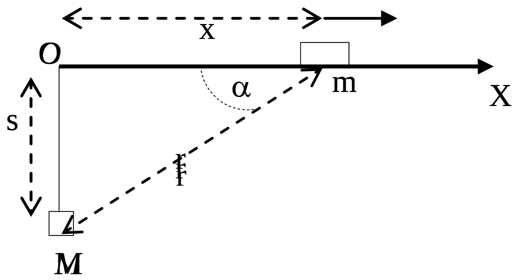
Sobre ellas desliza una barra, también conductora, PQ de longitud 1 m y masa despreciable. Las barras, respecto del suelo horizontal, forman un cierto ángulo θ. Este ángulo se puede variar.
Perpendicular al plano AECD existe un campo magnético uniforme de módulo B = 2T. El dispositivo (cañón electromagnético) funciona cuando por los extremos AE se conecta una fuente de corriente continua que proporciona una intensidad constante de 30 amperios. El conjunto de todo el sistema de barras posee una resistencia de R = 1 Ω.
La barra PQ comienza su movimiento (v=0) en AE y termina en DC . Al llegar a ese lugar la masa m se desprende y viaja por el aire. El impacto de la masa m con el suelo se produce a una distancia horizontal H = 12 m respecto de su punto de salida.
Calcular el ángulo θ de lanzamiento y el tiempo total que emplea la masa m desde que sale de AE hasta que impacta con el suelo. Se admite que los rozamientos son despreciables.
a) Realizar el cálculo suponiendo despreciable la corriente inducida.
b) Teniendo en cuenta la corriente inducida.
Tome g = 10 m/s^2

Ayuda.- $L\frac{di}{dt}+R\,i=E \Rightarrow$ solución: $i=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

105.- En el origen de coordenadas del sistema vertical YZ está atado el extremo de una cuerda sin masa de longitud 1 metro. Del otro extremo está sujeta una masa m considerada como puntual. La cuerda se separa un ángulo de 60 º como indica la figura y la masa m recibe una velocidad v_0 perpendicular a la cuerda. En el cuadrante 3 de la figura la masa m se desprende cuando la tensión de la cuerda se anula y se observa que pasa por el punto de coordenadas (0,0). Determinar la velocidad inicial de la masa m y el ángulo α donde se desprende la masa de la cuerda. Considerar que no existen rozamientos.



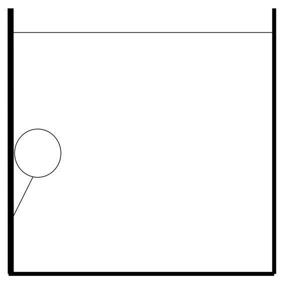
106.- Un cuerpo de masa m está obligado a moverse por el eje X sin ningún tipo de rozamiento. El movimiento de dicho cuerpo es originado por la atracción gravitatoria de otro de masa M situado en el eje Y, siendo sus coordenadas (0,-s). El cuerpo m en el tiempo t=0 pasa por el origen de coordenadas O con una velocidad +v_o,



1.- Obtener la ecuación que establece la velocidad de m en función de la distancia x al eje de coordenadas.
2.- Determinar para qué valores de v_o el cuerpo se aleja siempre de O y para cuáles se aleja de O hasta un cierto valor y luego retorna a O.
3.-Dibujar las gráficas de ambos movimientos en el supuesto de que GM= 1 y s=1.

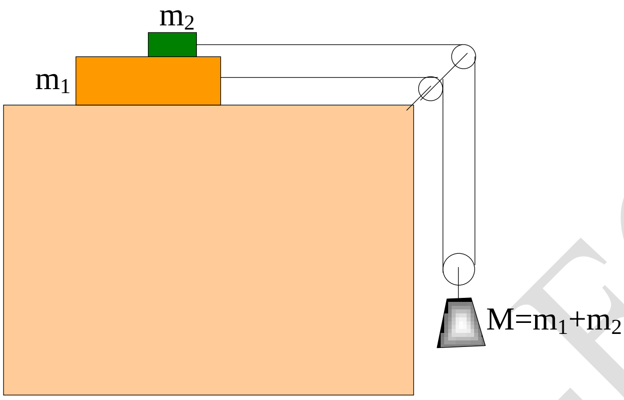
Ayuda: $\int \frac{x\,dx}{\left(a+b\,x^2\right)^{p+1}} = -\frac{1}{2\,b\,p\left(a+b\,x^2\right)^{p}}$

107.-Un esfera de radio r y densidad ρ_E, flota en el agua, sumergida justamente hasta la mitad. Esa esfera se ata con una cuerda de longitud r y se sumerge totalmente en agua estando en contacto con una pared vertical, tal como se indica en la figura. Se supone que no existe rozamiento entre la esfera y la pared vertical.



a) Calcular la fuerza con que la pared interacciona con la esfera.
b) Calcular para qué longitud de cuerda la fuerza de interacción de la pared es la mitad que el peso de la esfera.

108-. En el sistema mecánico de la figura inferior, la masa m_1 carece de rozamiento con la mesa. Entre las masas m_1 y m_2 existe un coeficiente de rozamiento μ. Determinar la relación que existe entre m_1 y m_2 para que ambas masas no deslicen entre sí. Determinar el movimiento cuando m_1= 6 kg, m_2= 4 kg y μ=0,6 y cuando m_1= 6 kg, m_2= 1,5 kg y μ=0,6.



Se supone que no hay ningún otro rozamiento y que las poleas y masas tienen masa despreciable.

109-. Un punto P tiene de coordenadas (d, h). Desde el origen del sistema de coordenadas OXY se lanzan cuerpos con velocidades v_o y ángulos α. Ambas magnitudes pueden tomar cualquier valor. Todas las trayectorias descritas por los cuerpos pasan por el punto P. Se pide determinar la v_o mínima que cumple la anterior condición.
Dibujar las trayectorias descritas por tres cuerpos cuando d = 10 m y h = 4 m. 1) el que tienen velocidad mínima, 2) el que α=1,1 α_{minimo} y 3) el que α=0,94 α_{minimo}.