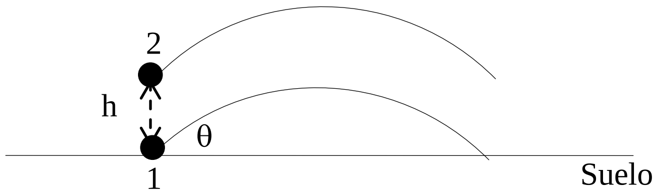
140.(**392).-**Dos esferas pequeñas, numeradas 1 y 2, de masa m cada una, se lanzan al mismo tiempo, con la misma velocidad v y el mismo ángulo θ con la horizontal. La número 1 se lanza a nivel de un suelo horizontal y la 2 a una altura h en vertical sobre la anterior. Véase la figura inferior



Teniendo en cuenta que existe una fuerza de atracción gravitacional entre dichas esferas, además de la intensidad del campo gravitatorio debido a la Tierra, se pide calcular la disminución de distancia, medida en dirección vertical, entre las esferas δh, en el momento en que la 1 esté en el suelo. Para realizar los cálculos se admite que la distancia en vertical h en el trayecto se mantiene constante entre las dos esferas, debido a que $\delta h \ll h$. Realizar el cálculo cuando v = 200 m/s , θ = 30º ,h=1 m y m=1 kg.

Dato G = 6,67.10^{-11} N m^{2}kg^{-2}

Propuesto en las Olimpiadas de Hong Kong

141.**(397) **Desde el suelo se realiza un tiro oblicuo. Se pretende que alcance un lugar en el que sus coordenadas son (H,D), pero con la condición de que la velocidad de lanzamiento sea la mínima.

a) Determinar el ángulo y la velocidad cuando H = 100 m y D = 80 m.

b) Calcular la altura máxima para el caso anterior y su abscisa

142.** (398)- **Por un plano inclinado, de ángulo α, sube un cuerpo de masa m con velocidad constante y por la línea de máxima pendiente, al que se le aplica una fuerza F ascendente que forma un ángulo β con el plano. El coeficiente de rozamiento entre el plano y el cuerpo es μ.

a) Determinar el ángulo β para el cual la fuerza F sea mínima.

b) Si α = 60º determinar los valores del coeficiente de rozamiento μ en que es posible aplicar esa fuerza del apartado anterior sin que el cuerpo se separe del plano inclinado.

c) Obtener el valor de F y representar el cociente F/mg para α =60º en función del coeficiente de rozamiento.

Nota. Los apartados b) y c) deben realizarse empleando una hoja de cálculo.

143. (406)-***Determinar el coeficiente de rozamiento del neumático de una moto con la pared de un cilindro de ángulo 2α, para que el motorista describa una circunferencia de radio R con velocidad angular ω.***

En la figura 1 se han representado la fuerzas que actúan sobre el motorista (bajo el supuesto de que el conjunto de masa m, motorista más moto, se consideren como una masa puntual).

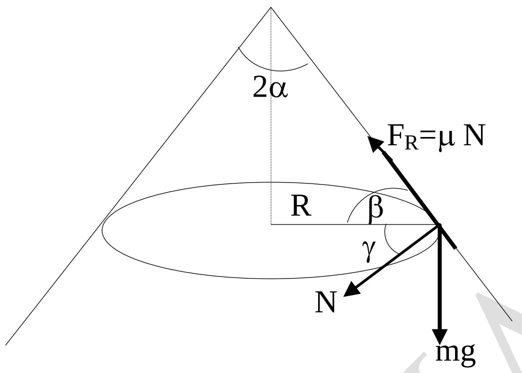
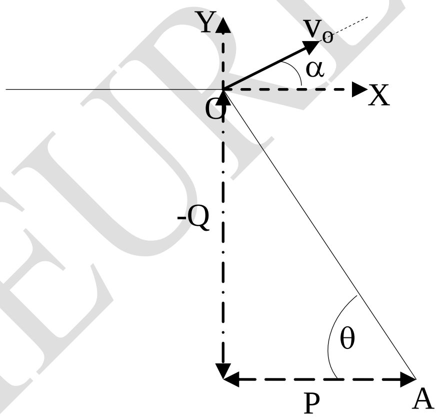


Fig.1

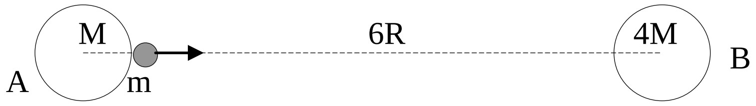
144. (408).- ***El perfil de una pista de salto con esquís es el siguiente***



El saltador sale del punto O con una velocidad v_o y un ángulo de lanzamiento α y aterriza en un punto A de la rampa inclinada. La velocidad de salida del saltador es constante pero puede variar el ángulo α de salida.

a) ***Determinar dicho ángulo para que OA sea el máximo posible. Realizar el cálculo numérico si θ = 60º.***
b) ***Calcular el ángulo α para que el saltador permanezca el máximo tiempo en el aire. Calcular dicho tiempo para θ = 60º.***

145. (409)- ***En la figura inferior A es una esfera uniforme de masa M y radio R y B otra del mismo radio y de masa 4M. La distancia entre sus centros es 6R.***



Desde la superficie de la esfera A sale un cuerpo de masa m dotado de una determinada velocidad apuntando al centro de la esfera B.
a) Calcular la velocidad mínima que hay que imprimir al cuerpo de masa m para que llegue a la superficie de B.
b) Si el cuerpo de masa m abandona la superficie de A con la velocidad mínima con qué velocidad llegará a B.
c) Si m abandona A en cualquier dirección y llega al infinito, calcular la velocidad mínima de m para que esto ocurra.

Propuesto en las Olimpiadas de Hong Kong

d) Añadido por nosotros. Encontrar las ecuaciones de la velocidad de m en función de la distancia.

146. (410)- ***Una barra delgada de sección A, longitud L y densidad ρ, tiene una masa m. El momento de inercia de la mencionada barra se expresa mediante la ecuación m d^2.***
La barra se suspende de un punto de ella que dista kd de su centro de masas y realiza oscilaciones de pequeña amplitud cuya frecuencia angular es $\omega = \beta\sqrt{\frac{g}{d}}$.

a) Encontrar la relación $\frac{L}{d}$. b) Determinar el valor de β en función de k.

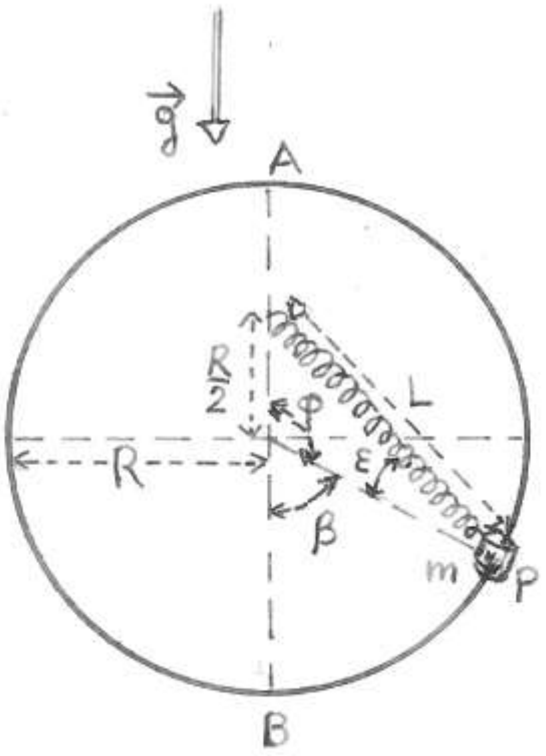
c) Calcular el máximo valor de β.

Propuesto en las Olimpiadas de USA

147. (413)-***Un recipiente cilíndrico de altura H, está lleno de un líquido cuya densidad en la superficie es ρ_o y ésta aumenta linealmente desde la superficie al fondo $2\rho_o$. En la superficie se coloca un cuerpo de volumen V y densidad ρ_c sin velocidad inicial.***
a) Obtener la ecuación de la velocidad del cuerpo en función de la profundidad.
b) Si la altura del recipiente es H=1m, calcular el valor de ρ_c para que la velocidad del cuerpo sea nula en el fondo. .
c) Calcular la profundidad cuando la velocidad del cuerpo sea máxima.
Obtener el valor numérico del apartado b).
Se considera despreciable la viscosidad del líquido.

148. (415)-***Un cuerpo A realiza un movimiento circular de periodo T_o con velocidad constante en una habitación oscura. Se dispone de un estroboscopio de luz, cuyos destellos se producen a un ritmo de T segundos. T puede variar. Si se realizan fotografías de los destellos, determinar lo que se deduciría del movimiento real en función del valor de T.***

149**.(416)-**Un cuerpo de masa m, unido a un muelle de constante elástica K, se puede desplazar por un anillo vertical de radio R sin rozamiento, en un dispositivo como el de la figura.



La longitud del muelle es R/2 cuando se encuentra sin tensión

a) Determinar las energías potencial y elástica de la masa m cuando ésta se encuentre en la posición B. Si la masa pude girar totalmente en el aro determinar la energía cinética mínima que debe tener en A para que esto ocurra.

b) Suponer que K=6 N/m , m=0,1 kg, g= 10 m/s^2, R =1 m y que la energía cinética en A es doble que el valor mínimo obtenido en el apartado anterior .Determinar la velocidad de m por el aro.

c) Calcular la fuerza de interacción entre el aro y la masa m, en el caso anterior.

150. (417)-***Una varilla de masa despreciable se encuentra en equilibrio apoyada sobre una semiesfera de radio R (figura 1). La varilla lleva incorporado una masa m cuyo peso es W. La distancia entre el punto de contacto A de la varilla con el interior de la semiesfera y la masa m, se puede variar siendo AP =L.***

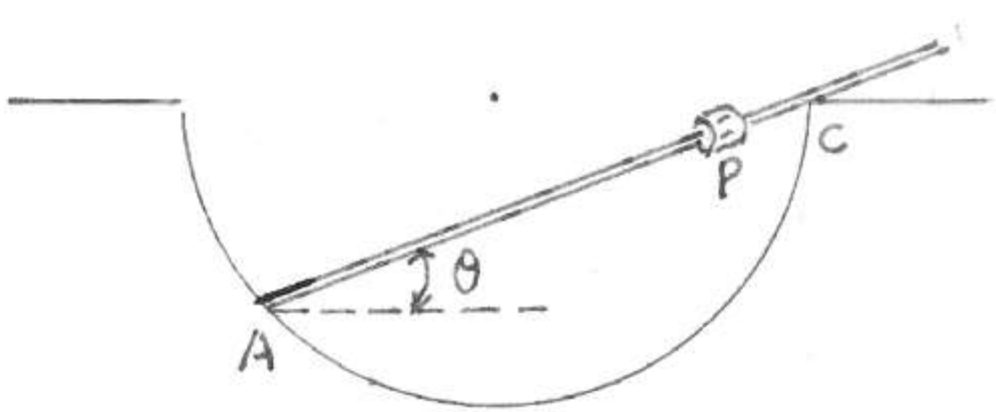


Fig.1

a) Determinar el ángulo θ ***de equilibrio en función de R y L.***
b) Calcular las fuerzas con que la semiesfera empuja a la varilla.
c) Si W =1,0 N y R = 0,5 m, determinar las gráficas del ángulo θ ***frente a L y*** N_1 ***y*** N_2 ***frente a L. Admitir que no existe rozamiento.***