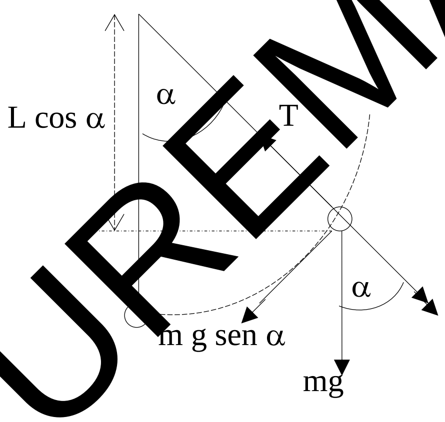
129.-.*(364).- Un péndulo simple de longitud L, oscila en un plano vertical. Si la aceleración de la masa del péndulo en su punto más bajo es igual a la aceleración en el punto más alto, determinar el ángulo que forma con la vertical el péndulo en ese punto más alto.

Designamos con V a la velocidad del la masa del péndulo en su punto más bajo. En dicho lugar al tener la tensión de la cuerda y el peso dirección vertical ,no hay aceleración tangencial pero sí centrípeta , de módulo $\frac{V^2}{L}$.

Designamos con α el ángulo que forma el péndulo con la dirección vertical. En ese lugr la velocidad del péndulo es nula, por tanto, no hay aceleración centrípeta pero sí la hay tangencial y vale g sen α.

$$\frac{V^2}{L} = g\,\text{sen}\,\alpha$$

Para calcular el valor de V en función de α, aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica.



$$m\,g\,L(1-\cos\ \alpha) = \frac{1}{2}m\,V^2 \Rightarrow \quad V^2 = 2\,g\,L(1-\cos\ \alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2\,g\,L(1-\cos\ \alpha)}{L} = g\ \text{sen}\alpha = g\ \sqrt{1-\cos^2\alpha}$$

Resolvemos elevando al cuadrado la ecuación anterior

$$4(1-\cos\alpha)^2 = 1-\cos^2\alpha \ \Rightarrow 4+4\cos^2\alpha - 8\cos\alpha = 1-\cos^2\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5\cos^2\alpha - 8\cos\alpha + 3 = 0 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4\cdot 5\cdot 3}}{10} = \frac{8\pm 2}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \cos\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \quad \alpha = 53{,}1^{\circ}$$