El vector $d\vec{F}$ es perpendicular a la compuerta y dirigida hacia dentro, esto es, apuntando desde el líquido A hacia el líquidoB.. Su distancia a la articulación es,

$$d = D - (H_A - h)$$

El módulo del momento de esa fuerza es.

$$dM_A = \rho_A g h \cdot L\, dh \cdot \left[D - (H_A - h)\right] = \rho_A g L (D h\, dh - h\, dh\, H_A + h^2 dh)$$

Para calcular el momento total se suman todas las contribuciones de las distintas tiras comprendidas ente cero y $H_A$..

$$M_A = \int_0^{H_A} \rho_A g L D h\, dh - \int_0^{H_A} \rho_A g L\, H_A h\, dh + \int_0^{H_A} \rho_A g L h^2\, dh = \rho_A g L \left( D\frac{h^2}{2} - H_A \frac{h^2}{2} + \frac{h^3}{3} \right)_0^{H_A} \Rightarrow$$

$$M_A = \rho_A g L \left( D\frac{H_A^2}{2} - H_A \frac{H_A^2}{2} + \frac{H_A^3}{3} \right) = \rho_A g L \left( D\frac{H_A^2}{2} - H_A^3\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \right) = \rho_A g L \left( D\frac{H_A^2}{2} - \frac{H_A^3}{6} \right)$$

El modulo del momento $M_B$ se calcula igual cambiando $H_A$ por $H_B$ y $\rho_A$ por $\rho_B$

$$M_B = \rho_B g L \left( D\frac{H_B^2}{2} - \frac{H_B^3}{6} \right)$$

Igualando los momentos

$$\rho_A g L \left( D\frac{H_A^2}{2} - \frac{H_A^3}{6} \right) = \rho_B g L \left( D\frac{H_B^2}{2} - \frac{H_B^3}{6} \right) \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{D\frac{H_B^2}{2} - \frac{H_B^3}{6}}{D\frac{H_A^2}{2} - \frac{H_A^3}{6}} = \frac{3D H_B^2 - H_B^3}{3D H_A^2 - H_A^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{H_B^2 (3D - H_B)}{H_A^{2(} (3D - H_A)}$$