__Experimentos con una rueda de construcción casera__

1.- Estudio de un movimiento uniformemente acelerado

Material

Rueda de madera con eje de radio *5 mm*

Plano inclinado 1,10 m

Soporte de elevación vertical

Cronómetro

Flexómetro

Fundamento

Si un plano tiene poca inclinación y dejamos descender una rueda, acoplada a un eje como se ve en la fig.1, entonces el eje de la rueda (superficie cilíndrica), desciende con una rodadura desplazándose el centro de masas del sistema (C.M.) con aceleración constante $\boldsymbol{a_{CM}}$.

Fig.1

Las ecuaciones del movimiento se obtienen de aplicar las leyes de la Dinámica de la traslación y de la rotación, teniendo en cuenta que la rodadura se produce en el cilindro que hace de eje. El diagrama de fuerzas se encuentra en la fig.2 y las ecuaciones que se obtienen son:

$$-F_R + mg\, sen\,\alpha = m\, a_{CM}$$
$$-F_R\, r = I_{CM}\, \alpha$$
$$a_{CM} = \alpha\, r$$

Como ***sen*** α **= *h/L*** siendo ***L*** la longitud del plano, se obtiene después de operar:

$$a_{CM} = \frac{mg}{(m + \frac{I_{CM}}{r^2})L} h \qquad [1]$$

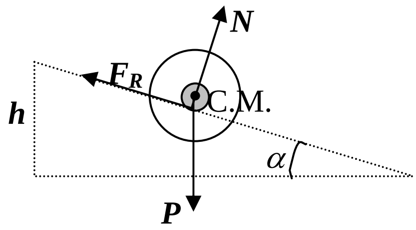


Fig.2

Al depender $\boldsymbol{a_{CM}}$ únicamente de magnitudes constantes, corresponde con un movimiento uniformemente acelerado. Así que las posiciones del C.M. pueden expresarse por la ecuación:

$$s_{CM} = \frac{1}{2} a_{CM}\ t^2 \qquad [2]$$

De la ecuación [2] a aceleración del C.M. se puede calcular por.

$$a_{CM} = \frac{2\,s_{CM}}{t^2} \qquad [3]$$

Procedimiento para estudiar el movimiento uniformemente acelerado del C.M.

Eleve el plano *8 cm* y mida el tiempo que tarda en desplazarse el centro de masas de la rueda, desde el origen 0, hasta los distintas posiciones señaladas en el plano inclinado. Ver la fig.3.

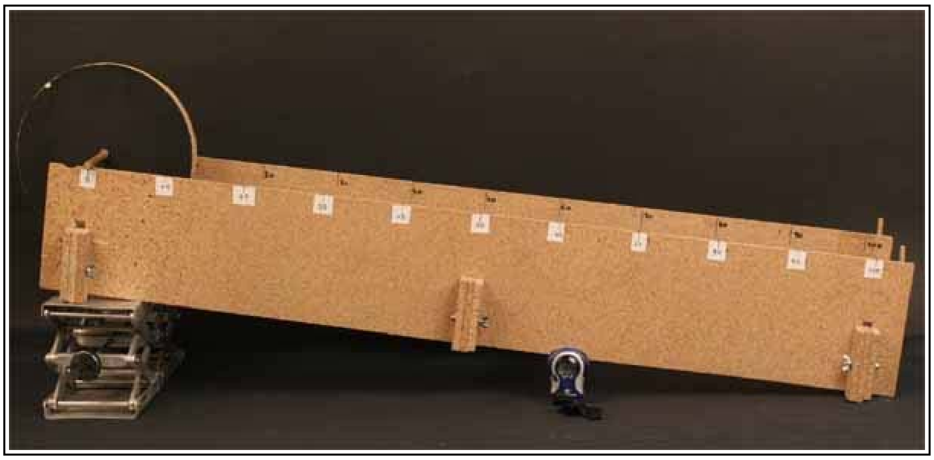


Fig.3

- Los resultados se anotarán en la Tabla I y cada una de las medidas se repetirá tres veces a fin de obtener la media aritmética.

Tabla I

s/cm	*10*	*20*	*30*	*40*	*50*	*60*	*70*	*80*	*90*	*100*
t_i/s										
$t = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$										
t^2/s^2										

- Represente gráficamente las posiciones ***s*** en función del tiempo medio al cuadrado t^2 y deduzca el tipo de movimiento del C.M. de la rueda y su aceleración. Tenga en cuenta que $s = at^2/2$ y en consecuencia la pendiente de la recta obtenida habrá de igualarse con ***a/2***.

2.- Determinación del momento de inercia de la rueda respecto de un eje perpendicular que pasa por su centro de masas.

- Se determinará la aceleración del centro de masas a_{CM} con [3] y la altura h del plano inclinado, fig.4, llevando estos datos sobre una tabla de valores.

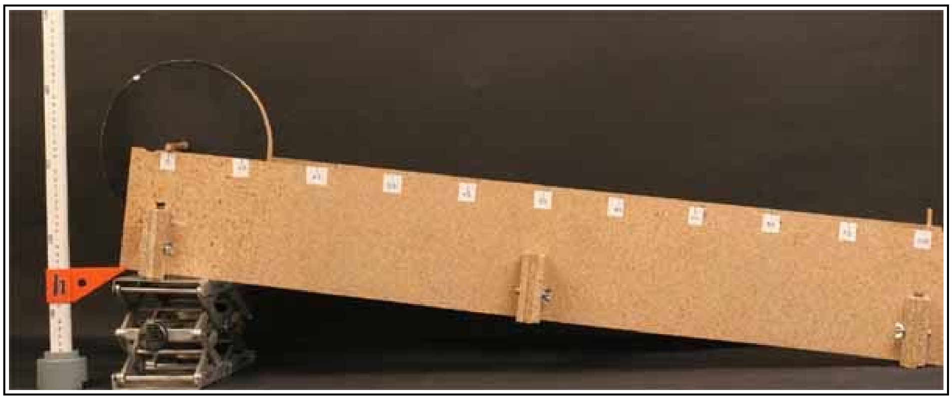


Fig.4

- Posteriormente se representa gráficamente a_{CM} frente a h, y la pendiente de la recta obtenida se iguala con la pendiente de [1] de donde se puede deducir el valor experimental del momento de inercia del sistema I_{CM}.

Para la realización experimental, sitúe el plano con una altura de *8 cm* y vaya elevándolo de *2* en *2 cm*, calculando el tiempo que tarda la rueda en recorrer ***s = 1m***. Repita tres veces la medida del tiempo con cada altura y calcule el valor medio ***t***. Anote los resultados en la Tabla II.

Tabla II

h/cm	***8***			***10***			***12***			***14***			***16***			***18***		
t_i/s																		
$t=\frac{t_1+t_2+t_3}{3}$																		
$a_{CM}=\frac{2\,s_{CM}}{t^2}$																		

- Represente gráficamente la aceleración del C.M., a_{CM} en función de la altura h del plano. Determine la pendiente de la recta obtenida e iguálela al coeficiente de h en [1], despejando de la misma el valor del ***m.d.i.*** del sistema, respecto del eje que pasa por su centro de masas I_{CM}.

Tome como datos: m = 0,465 kg; L = 1,10 m ; r = 0,005 m

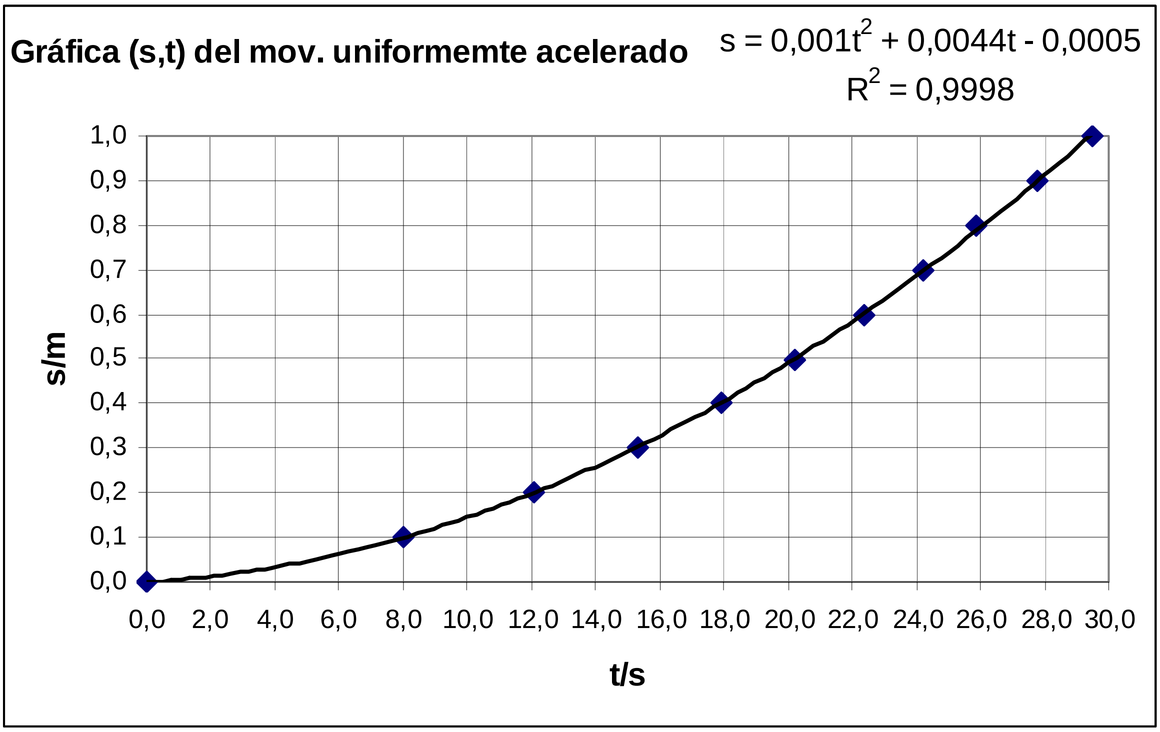
SOLUCIONARIO

1.- Aceleración del centro de masas de la rueda

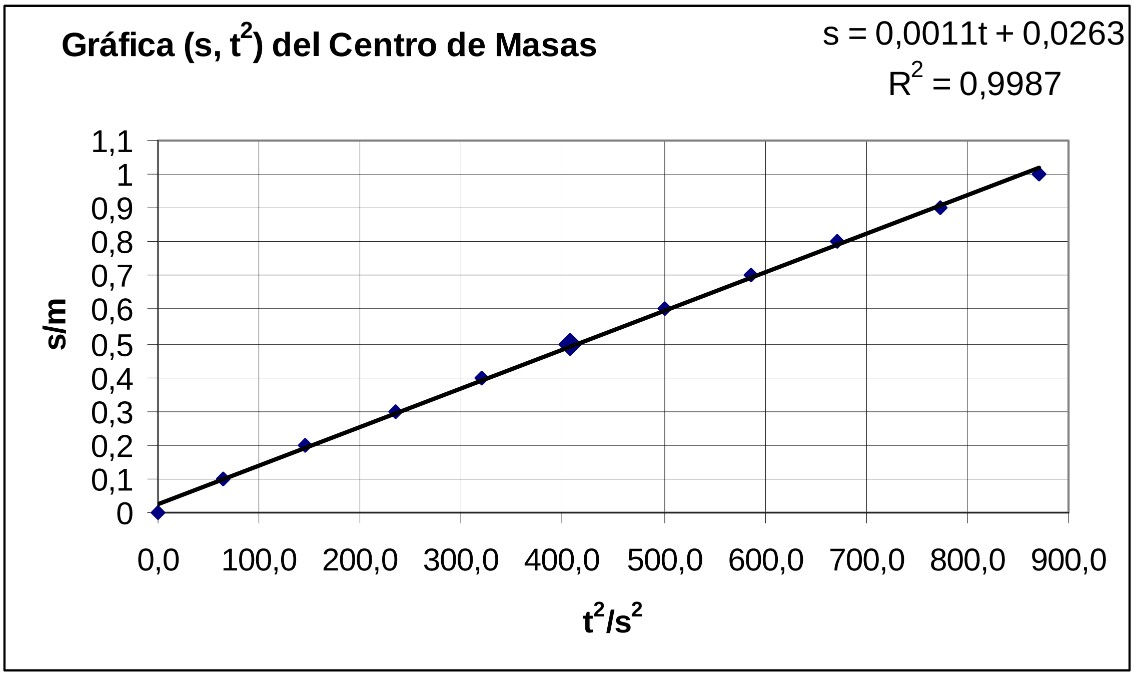
Tabla I

s/cm	*0*	*10*	*20*	*30*	*40*	*50*	*60*	*70*	*80*	*90*	*100*
t_i/s		*7,9*	*12,0*	*15,1*	*18,1*	*20,4*	*22,5*	*23,9*	*25,8*	*27,9*	*29,6*
		8,0	*12,1*	*15,3*	*17,8*	*20,2*	*22,4*	*24,1*	*25,9*	*27,7*	*29,6*
		8,1	*12,1*	*15,4*	*17,9*	*20,0*	*22,3*	*24,3*	*25,9*	*27,9*	*29,2*
$t = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$	*0*	*8,0*	*12,1*	*15,3*	*17,9*	*20,2*	*22,4*	*24,2*	*25,9*	*27,8*	*29,5*
t^2/s^2	*0*	*64,0*	*146,4*	*234,1*	*320,4*	*408,0*	*501,8*	*585,6*	*670,8*	*772,8*	*870,3*

- Represente gráficamente las posiciones ***s*** en función del tiempo medio al cuadrado t^2 y deduzca el tipo de movimiento del C.M. de la rueda y su aceleración. Tenga en cuenta que $s = at^2/2$ y en consecuencia la pendiente de la recta obtenida habrá de igualarse con ***a/2***.



La parábola confirma que el movimiento del C. M. es uniformemente acelerado.



La aceleración del C. M. es el doble de la pendiente de la recta:

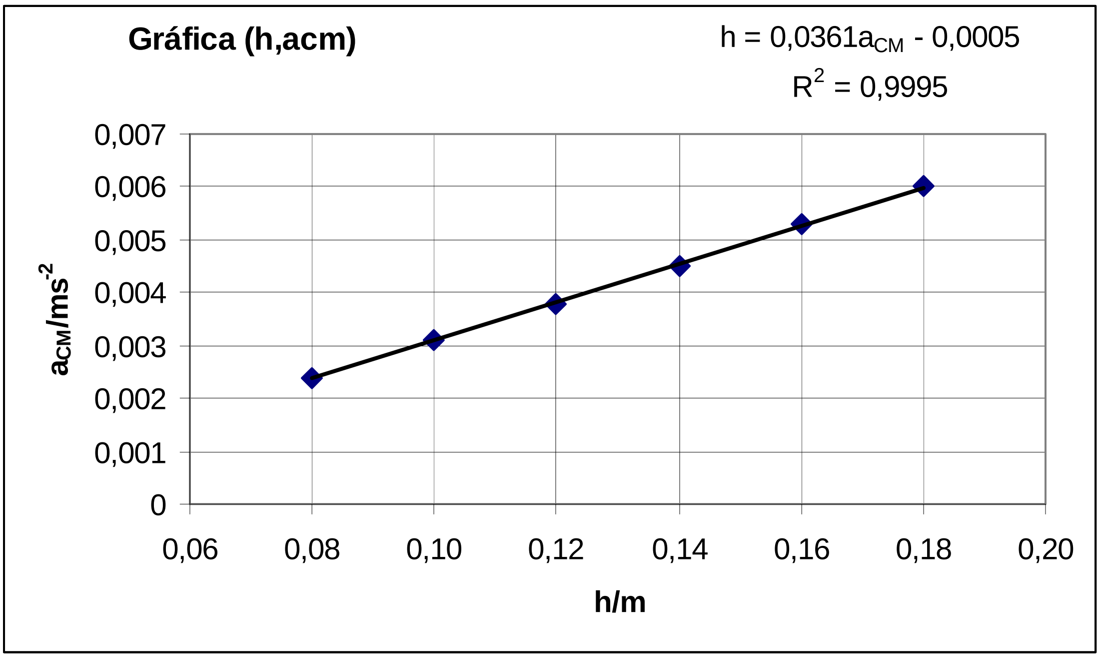
$$a_{CM} = 2 \cdot 0{,}0011\, m/s^2 = 0{,}0022\, m/s^2 \approx 0{,}002\, m/s^2$$

2. Determinación del momento de inercia de la rueda

Tabla II

h/cm	***8***	***10***	***12***	***14***	***16***	***18***
t_i/s	***28,6***	***25,4***	***22,9***	***21,0***	***19,3***	***18,5***
	28,8	***25,6***	***22,8***	***21,1***	***19,6***	***18,1***
	28,6	***25,2***	***23,0***	***20,9***	***19,4***	***18,3***
$t = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$	***28,7***	***25,4***	***22,9***	***21,0***	***19,4***	***18,3***
$a_{CM} = \frac{2s_{CM}}{t^2}$ m/s^2	$2{,}4.10^{-3}$	$3{,}1.10^{-3}$	$3{,}8.10^{-3}$	$4{,}5.10^{-3}$	$5{,}3.10^{-3}$	$6{,}0.10^{-3}$

- Represente gráficamente la aceleración del C.M., a_{CM} en función de la altura h del plano. Determine la pendiente de la recta obtenida e iguálela al coeficiente de h en [1], despejando de la misma el valor del ***m.d.i.*** del sistema, respecto del eje que pasa por su centro de masas I_{CM}.



Tome como datos: m = 0,465 kg; L = 1,10 m; r = 0,005 m

Igualando la pendiente con la de la ecuación [1] resulta:

$$0{,}0361 = \frac{mg}{\left(m + \frac{I_{CM}}{r^2}\right)L}$$

Sustituyendo los valores de las magnitudes y despejando I se obtiene: $I = 2{,}9.10^{-3}\ kg \cdot m^2$