

CIRCUITOS ELÉCTRICOS II B

SOLUCIONARIO

1) Los alumnos miden, con el óhmetro, cada una de las resistencias $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8$ y R_9 .

$$R_1 = 103 \, \Omega \quad ; \quad R_2 = 102 \, \Omega \quad ; \quad R_3 = 101 \, \Omega \quad R_4 = 100 \, \Omega \quad ; \quad R_5 = 103 \, \Omega$$

$$R_6 = 99 \, \Omega \quad ; \quad R_7 = 100 \, \Omega \quad ; \quad R_8 = 102 \, \Omega \quad ; \quad R_9 = 102 \, \Omega$$

2) Calculan el valor medio de las resistencias con su incertidumbre.

$$R = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8 + R_9}{9} = \frac{912}{9} = 101 \pm 2 \, \Omega$$

2) Los alumnos montan un circuito como el indicado en la figura 2, y miden, con el óhmetro, la resistencia equivalente experimental.

$$R_{\text{EXPERIMENTAL}} = 278 \, \Omega$$

Calculan con los valores de $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8$, y R_9 medidos en 1, la resistencia que denominamos teórica.

Las resistencias R_7, R_8 y R_9 están en serie, su resistencia equivalente es:

$$R_E = 100 + 102 + 102 = 304 \, \Omega$$

La resistencia equivalente R_E está en paralelo con R_5 .

$$\frac{1}{R'_E} = \frac{1}{304} + \frac{1}{103} \Rightarrow R'_E = 77 \, \Omega$$

La resistencia equivalente R'_E se encuentra en serie con R_4 y R_6 .

$$R''_E = 77 + 100 + 99 = 276 \, \Omega$$

La resistencia equivalente R''_E está en paralelo con R_2 .

$$\frac{1}{R^f_E} = \frac{1}{276} + \frac{1}{102} \Rightarrow R^f_E = 74 \, \Omega$$

La resistencia equivalente R_E^f está en serie con R_1 y R_3 .

$$R_{TEÓRICA} = 74 + 103 + 101 = 278 \Omega$$

Determinan la diferencia, en tanto por ciento, entre ambos valores.

$$\frac{R_{TEÓRICA} - R_{EXPERIMENTAL}}{R_{TEÓRICA}} \cdot 100 = \frac{278 - 278}{278} \cdot 100 = 0 \%$$

Con el valor medio de R con su incertidumbre se calcula la resistencia teórica con su incertidumbre.

Las resistencias R_7 , R_8 y R_9 están en serie, su resistencia equivalente es:

$$R_E = (101 \pm 2) + (101 \pm 2) + (101 \pm 2) = 303 \pm 6 \Omega$$

La resistencia equivalente R_E está en paralelo con R_5 .

$$\frac{1}{R'_E} = \frac{1}{303 \pm 6} + \frac{1}{101 \pm 2} \Rightarrow R'_E = 77 \pm 3 \Omega$$

El error de R'_E es: $\frac{6}{303} \cdot 100 = 2\%$; $\frac{2}{101} \cdot 100 = 2\% \Rightarrow 2\% + 2\% = 4\% \Rightarrow \frac{4 \cdot 77}{100} \approx 3$

La resistencia equivalente R'_E se encuentra en serie con R_4 y R_6 .

$$R''_E = (77 \pm 3) + (101 \pm 2) + (101 \pm 2) = 279 \pm 7 \Omega$$

La resistencia equivalente R''_E está en paralelo con R_2 .

$$\frac{1}{R_E^f} = \frac{1}{279 \pm 7} + \frac{1}{101 \pm 2} \Rightarrow R_E^f = 74 \pm 3 \Omega$$

El error de R_E^f es: $\frac{7}{279} \cdot 100 = 2,5\%$; $\frac{2}{101} \cdot 100 = 2\% \Rightarrow 2,5\% + 2\% = 4,5\% \Rightarrow \frac{4,5 \cdot 74}{100} \approx 3$

La resistencia equivalente R_E^f está en serie con R_1 y R_3 .

$$R_{TEÓRICA} = (74 \pm 3) + (101 \pm 2) + (101 \pm 2) = 276 \pm 7 \Omega$$

3) Colocan la pila y el voltímetro para medir la caída de tensión a través de las resistencias R_1 , R_2 , R_4 , R_5 , R_6 y R_7 .

$$V(R_1) = 1,70 \text{ V} \quad V(R_2) = 1,22 \text{ V} \quad V(R_4) = 0,44 \text{ V}$$

$$V(R_5) = 0,35 \text{ V} \quad V(R_6) = 0,44 \text{ V} \quad V(R_7) = 0,11 \text{ V}$$

4) Colocan la pila y el multímetro para medir la intensidad que circula a través de las resistencias. R_1, R_2, R_4, R_5, R_6 y R_7 .

$$I(R_1) = 16,5 \text{ mA} \quad I(R_2) = 11,4 \text{ mA} \quad I(R_4) = 4,4 \text{ mA}$$

$$I(R_5) = 3,20 \text{ mA} \quad I(R_6) = 4,22 \text{ mA} \quad I(R_7) = 1,10 \text{ mA}$$

5) Con los valores medidos del voltaje y de la intensidad calculan los correspondientes de las resistencias.

$$R_1 = \frac{V(R_1)}{I(R_1)} = \frac{1,70}{6,5 \cdot 10^{-3}} = 103 \Omega ;$$

$$R_2 = \frac{V(R_2)}{I(R_2)} = \frac{1,22}{11,4 \cdot 10^{-3}} = 107 \Omega ; ;$$

$$R_4 = \frac{V(R_4)}{I(R_4)} = \frac{0,44}{4,4 \cdot 10^{-3}} = 100 \Omega$$

$$R_5 = \frac{V(R_5)}{I(R_5)} = \frac{0,35}{3,20 \cdot 10^{-3}} = 109 \Omega$$

$$R_6 = \frac{V(R_6)}{I(R_6)} = \frac{0,44}{4,22 \cdot 10^{-3}} = 104 \Omega$$

$$R_7 = \frac{V(R_7)}{I(R_7)} = \frac{0,11}{1,10 \cdot 10^{-3}} = 100 \Omega$$

6) Determinan la diferencia entre los valores de las resistencias medidos directamente con el óhmetro y los obtenidos en este apartado.

$$\text{Diferencia } (R_1) \quad \frac{103 - 103}{103} \cdot 100 = 0\% ; \quad \text{Diferencia } (R_2) \quad \frac{107 - 102}{102} \cdot 100 = 5\%$$

$$\text{Diferencia } (R_4) \quad \frac{100 - 100}{100} \cdot 100 = 0\% ; \quad \text{Diferencia } (R_5) \quad \frac{109 - 103}{100} \cdot 100 = 6\%$$

$$\text{Diferencia } (R_6) \quad \frac{104 - 99}{103} \cdot 100 = 5\% \quad \text{Diferencia } (R_7) \quad \frac{100 - 100}{103} \cdot 100 = 0\%$$

7) En el nudo donde están situadas las resistencias R_1, R_2 y R_4 la primera ley Kirchoff establece que la suma de las intensidades que llegan al nudo es igual a la suma de las intensidades que salen de él.

$$I(R_1) = I(R_2) + I(R_4)$$

Con los valores medidos anteriormente hacena suma de

$$I(R_2) + I(R_4) = 11,4 \text{ mA} + 4,4 \text{ mA} = 15,8 \text{ mA}$$

$$\text{Diferencia} \quad \frac{I(R_2) + I(R_4) - I(R_1)}{I(R_1)} \cdot 100 = \frac{15,8 - 16,5}{16,5} \cdot 100 = 4\%$$

Repiten el proceso en el nudo de las resistencias R_4, R_5, R_7 .

$$I(R_5) + I(R_7) = 3,20 + 1,10 = 4,3 \text{ mA}$$

$$\text{Diferencia} = \frac{I(R_5) + I(R_7) - I(R_4)}{I(R_4)} \cdot 100 = \frac{4,3 - 4,4}{4,4} \cdot 100 = 2 \%$$

8) Miden la diferencia de potencial entre los bornes de la pila en el circuito de la figura 3.

$$V = 4,58 \text{ V}$$

La segunda ley de Kirchoff establece *que en una malla la suma de las fuerzas electromotrices es igual a la suma de las intensidades por las resistencias*. Esta ley nos conduce a

$$I(R_1) = \frac{15 \text{ V}}{41R} \quad ; \quad I(R_4) = \frac{4 \text{ V}}{41R} \quad ; \quad I(R_7) = \frac{V}{41R}$$

Con el valor numérico de V y el de R (calculado en el apartado 2), determinan los valores de $I(R_1)$, $I(R_4)$ e $I(R_7)$

$$I(R_1) = \frac{15 \text{ V}}{41R} = \frac{15 \cdot 4,58}{41 \cdot 101} = 0,0166 \text{ A} = 16,6 \text{ mA}; \quad I(R_4) = \frac{4 \text{ V}}{41R} = \frac{4 \cdot 4,58}{41 \cdot 101} = 0,0044 \text{ A} = 4,4 \text{ mA}$$

$$I(R_7) = \frac{V}{41R} = \frac{4,58}{41 \cdot 101} = 0,0011 \text{ A} = 1,1 \text{ mA}$$

Calculan, en tantos por ciento, las diferencias respecto de los valores experimentales que se han obtenido en el apartado 4.

$$\text{Diferencia} = \frac{16,6 - 16,5}{16,6} \cdot 100 = 0,6\% \quad ; \quad \frac{4,4 - 4,4}{4,2} \cdot 100 = 0\% \quad ; \quad \frac{1,1 - 1,1}{1,1} \cdot 100 = 0\%$$

Deducción a partir de la segunda ley de Kirchoff.

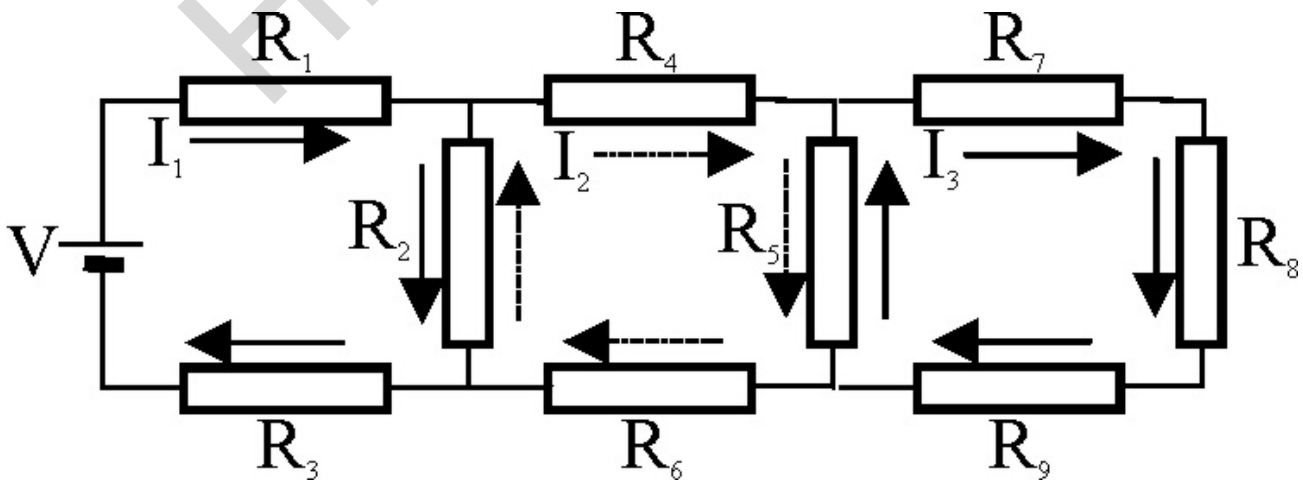


Fig.4

Para aplicar la segunda ley de Kirchhoff admitimos que $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$.

En la figura 4, las flechas continuas representan la intensidad en la malla de la izquierda y la designamos con I_1 . Las flechas discontinuas representan la intensidad en la malla del centro y la designamos con I_2 . Las flechas dobles representan la intensidad en la malla derecha y la designamos I_3 .

Segunda ley de Kirchhoff $\sum IR = \sum \varepsilon$

$$\text{Malla de la izquierda } I_1(R_1 + R_3) + (I_1 - I_2)R_2 = V \Rightarrow I_1 \cdot 2R + (I_1 - I_2)R = V$$

Malla del centro

$$I_2(R_4 + R_6) + (I_2 - I_1)R_2 + (I_2 - I_3)R_5 = 0 \Rightarrow I_2 \cdot 2R + (I_2 - I_1)R + (I_2 - I_3)R = 0$$

$$\text{Malla de la derecha } I_3(R_7 + R_8 + R_9) + (I_3 - I_2)R_5 = 0 \Rightarrow I_3 \cdot 3R + (I_3 - I_2)R = 0$$

$$3RI_1 - I_2R = V \Rightarrow 3RI_1 - \frac{4I_1}{15}R = V \Rightarrow 41I_1R = 15V \Rightarrow I_1 = \frac{15V}{41R}$$

$$-I_1R + 4RI_2 - I_3R = 0 \Rightarrow -I_1R + 4RI_2 - \frac{I_2}{4}R = 0 \Rightarrow -4I_1 + 15I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{4I_1}{15}$$

$$4RI_3 - I_2R = 0 \Rightarrow I_2 = 4I_3$$

$$I_2 = \frac{4 \cdot \frac{15V}{41R}}{15} = \frac{4V}{41R} ; I_3 = \frac{I_2}{4} = \frac{V}{41R}$$