

TEOREMAS DE THÉVENIN y NORTON en corriente alterna.

Introducción

El teorema de Thévenin establece que en un circuito de corriente alterna con dos terminales se puede sustituir por otro sencillo que consta de un generador de corriente alterna V_{TH} y una impedancia en serie Z_{TH} . Su utilidad consiste en que cuando se hacen cálculos repetitivos se ahorra mucho tiempo y la ventaja es tanto mayor cuanto más complicado es el sistema eléctrico.

El teorema de Norton establece que se puede sustituir el circuito por una Intensidad y una impedancia.

En este experimento utilizamos un circuito relativamente sencillo, del que establecemos el equivalente de Thévenin y el de Norton y con ellos realizamos cálculos repetitivos cuyos resultados contrastamos con los valores experimentales.

Material

Condensador de $1 \mu\text{F}$ (5)

Resistencias de 100Ω , (3) ; 470Ω , (1) , 1000Ω , (4)

Soldador eléctrico

Panel de corcho

Chinchetas

Cable de hilo de cobre

Fuente de corriente alterna (inferior a 30 V eficaces).

Polímetro comercial

Nota. Los valores de las resistencias y de los condensadores pueden ser diferentes a los que indicamos.

Con un solo polímetro se puede realizar el experimento, pero se ahorra tiempo si se dispone de dos.

Por seguridad no recomendamos trabajar directamente con la red de alterna de 125 V ni de 220 V.

Cálculos

El circuito sobre el que calculamos el equivalente de Thévenin es el que aparece en la figura 1. El circuito real corresponde a la fotografía 1. Observe que C_1 son dos condensadores de $1 \mu\text{F}$ colocados en paralelo y C_2 son tres condensadores de $1 \mu\text{F}$ en paralelo, por tanto, los valores nominales son, respectivamente $C_1 = 2 \mu\text{F}$ y $C_2 = 3 \mu\text{F}$. R_L es una resistencia que cambiaremos en el experimento y V_t es un voltímetro en corriente alterna que medirá la tensión eficaz para cada resistencia R_L . Comparamos finalmente los valores experimentales proporcionados por el voltímetro con los que obtenemos del circuito equivalente de Thévenin.

El experimento consiste en hallar el Thévenin equivalente al circuito de la figura 1. Antes de realizar los cálculos mida con el polímetro la tensión eficaz de la fuente de corriente alterna y los valores de las resistencias R_1 y R_2 . Si dispone de un multímetro que mida capacidades mida las de las agrupaciones C_1 y C_2 . En caso de no disponer de este polímetro realice los cálculos con los valores nominales que son $C_1 = 2 \mu\text{F}$ y $C_2 = 3 \mu\text{F}$.

Para el circuito de la fotografía 1 los valores que medimos son los siguientes:

$$V_{ef} = 27,2 \text{ V} ; R_1 = 101 \Omega ; R_2 = 202 \Omega ; C_1 = 1,90 \mu\text{F} ; C_2 = 3,04 \mu\text{F}$$

El voltaje máximo de la fuente es: $V = V_{ef} \cdot \sqrt{2} = 38,5 \text{ V}$ y el número complejo que la representa $38,5//0^\circ$

Cálculo de V_{TH}

Observe la figura 1 y elimine mentalmente el voltímetro y R_L .

Impedancia de C_1 y R_1

$$X_{C_1} = \frac{1}{1,90 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 50} = 1675 \Omega \Rightarrow \bar{Z}_1 = 101 - 1675j \Rightarrow \sqrt{101^2 + 1675^2} = 1678 \Rightarrow$$

$$\text{tag } \varphi = \frac{1675}{101} \Rightarrow \varphi = 86,5^\circ \Rightarrow \bar{Z}_1 = 1678 // -86,5^\circ$$

Impedancia de C_2 y R_2

$$X_{C_2} = \frac{1}{3,04 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 50} = 1047 \Omega \Rightarrow \bar{Z}_2 = 202 - 1047j \Rightarrow \sqrt{202^2 + 1047^2} = 1066 \Rightarrow$$

$$\text{tag } \varphi = \frac{1047}{202} \Rightarrow \varphi = 79,1^\circ \Rightarrow \bar{Z}_2 = 1066 // -79,1^\circ$$

Impedancia total

$$\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = (101 - 1675j) + (202 - 1047j) = 303 - 2722j \Rightarrow \sqrt{303^2 + 2722^2} = 2739$$

$$\text{tag } \varphi = \frac{2722}{303} \Rightarrow \varphi = 83,6^\circ \Rightarrow \bar{Z}_T = 2739 // -83,6^\circ$$

Intensidad por la malla

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_T} = \frac{38,5//0^\circ}{2739// -83,6^\circ} = 14,1 \cdot 10^{-3} // 83,6^\circ \Rightarrow \bar{V}_{TH} = \bar{I} \cdot \bar{Z}_2 = (14,1 \cdot 10^{-3} // 83,6^\circ) \cdot (1066 // -79,1^\circ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{V}_{TH} = 15,0 // 4,5^\circ$$

Cálculo de Z_{TH}

Si desde A observamos el circuito, \bar{Z}_1 y \bar{Z}_2 están en paralelo.

$$\bar{Z}_{TH} = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{(1678 \angle -86,5^\circ) \cdot (1066 \angle -79,1^\circ)}{(101 - 1675j) + (202 - 1047j)} = \frac{1,789 \cdot 10^6 \angle -165,6^\circ}{303 - 2722j} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{303^2 + 2722^2} = 2739 ; \tan \varphi = \frac{2739}{303} \Rightarrow \varphi = 83,7^\circ$$

$$\bar{Z}_{TH} = \frac{1,789 \cdot 10^6 \angle -165,6^\circ}{2739 \angle -83,7^\circ} = 653 \angle -81,9^\circ \Rightarrow 653 \cdot \cos 81,9^\circ = 92 ;$$

$$653 \cdot \sin 81,9^\circ = 647 \Rightarrow \bar{Z}_{TH} = 92 - 647j$$

Modo de operar

Monte el circuito de la figura 1. El circuito real corresponde a la fotografía 1.

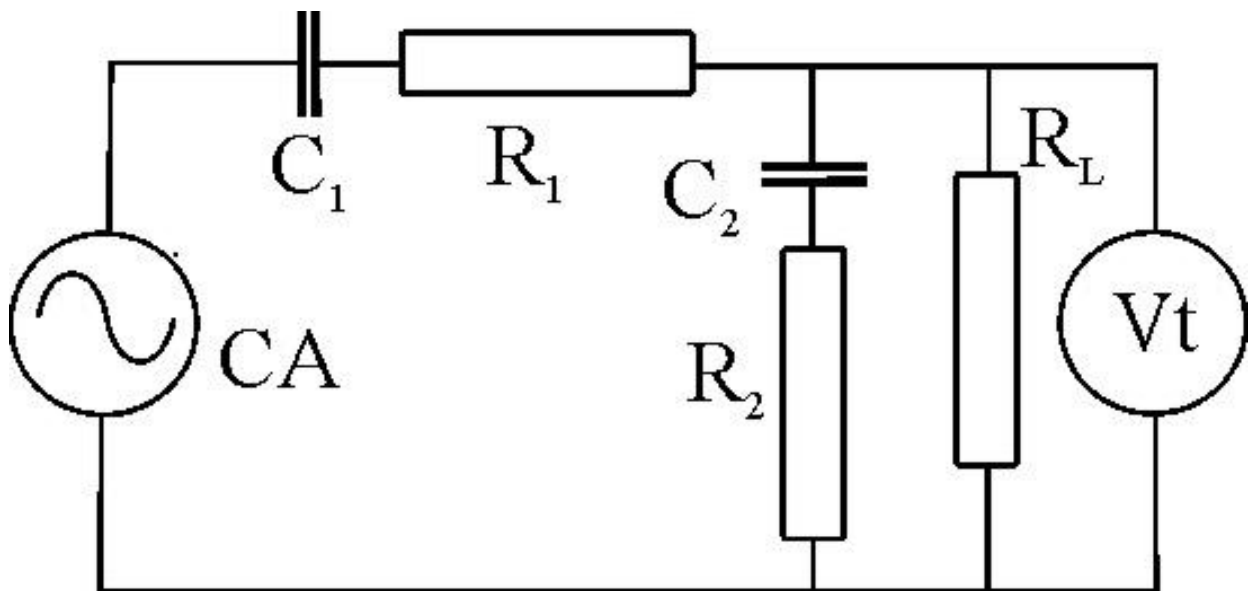
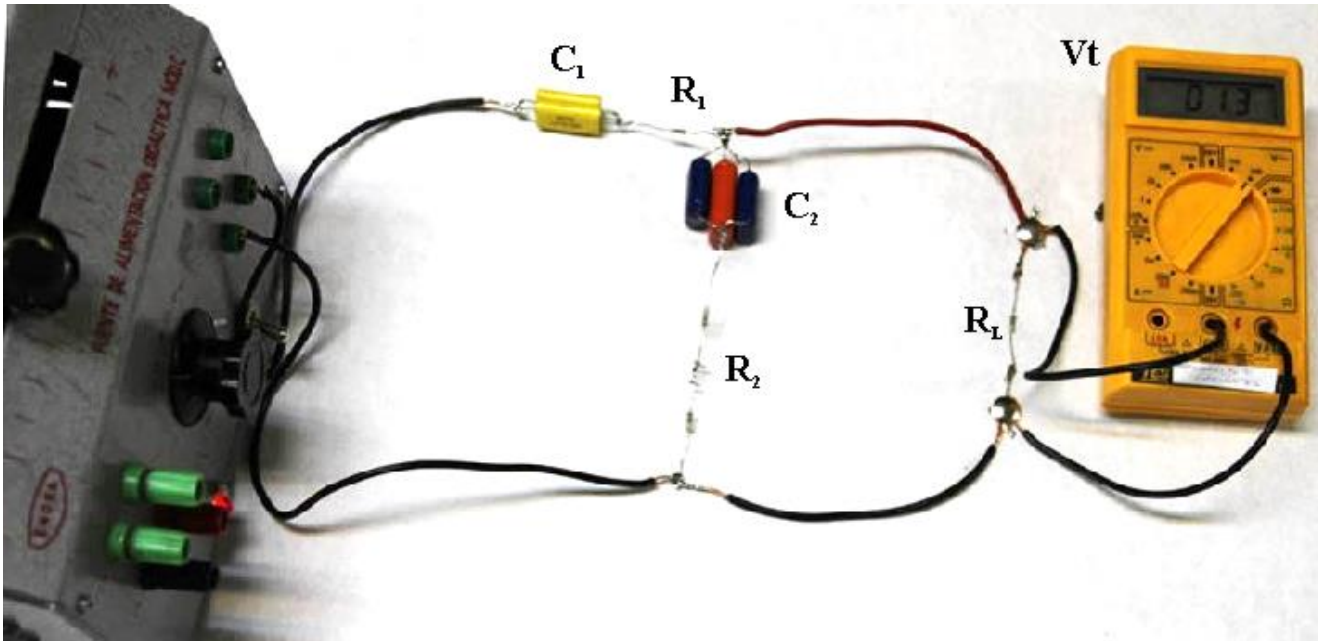


Fig.1



Fotografía 1

Circuito real que corresponde al de la figura 1. Durante el experimento se cambiará la resistencia R_L y se medirá el voltaje eficaz que indica el voltímetro V_t . Con los valores de V_{TH} y Z_{TH} hallados anteriormente se calcula el voltaje que proporciona el teorema de Thévenin

Coloque distintas resistencias R_L , por ejemplo las que figuran en la tabla I, combinando las nominales que tiene de 100Ω , 470Ω y 1000Ω . Para cada valor de R_L debe medir la resistencia real con el polímetro, y el voltaje eficaz. Para cada R_L se calcula el voltaje eficaz de acuerdo con el circuito equivalente de Thévenin. El procedimiento de hacerlo es el siguiente:

Supongamos que $R_L = 100 \Omega$

Como R_L y R_{TH} están en serie resulta que la impedancia del circuito es:

$$\bar{Z}_{100} = (92 - 647j) + (100 - 0j) = 192 - 647j$$

La intensidad que pasa por el circuito es:

$$\bar{I}_{100} = \frac{15,0//4,5^\circ}{192 - 647j} = \frac{15,0//4,5^\circ}{\sqrt{192^2 + 647^2} // -\arctan \frac{647}{192}} = \frac{15,0//4,5^\circ}{675 // -73,5^\circ} = 0,0222//78^\circ$$

$$\bar{V}_{100} = \bar{I}_{100} \cdot \bar{Z}_{100} = (0,0222//78^\circ) \cdot (100//0^\circ) = 2,22//78^\circ \Rightarrow V_{ef} = \frac{2,22}{\sqrt{2}} = 1,57 \text{ V}$$

Si solamente se desea calcular el voltaje eficaz, esto es, dejando aparte el ángulo, el procedimiento es muy rápido.

$$\bar{Z}_{100} = \sqrt{647^2 + (92 + 100)^2} = 674,9 \Omega \Rightarrow I_{ef} = \frac{15,0}{\sqrt{2} \cdot 674,9} \Rightarrow$$

$$V_{ef} = \frac{15,0}{\sqrt{2} \cdot 674,9} \cdot 102 = \frac{10,6 \cdot 102}{674,9} = 1,6 \text{ V}$$

La formula general es: $Z_{RL} = \sqrt{647^2 + (92 + R_L)^2} \Rightarrow V_{ef} = \frac{10,6 \cdot R_L}{Z_{RL}}$

Complete la tabla I.

Tabla I

Resistencia nominal en ohmios	Resistencia real , R_L , en ohmios	Z_{RL} en ohmios $Z_{RL} = \sqrt{647^2 + (R_L + 92)^2}$	Voltaje eficaz Thévenin $V_{ef} = \frac{10,6 \cdot R_L}{Z_{RL}}$	Voltaje eficaz experimental
100				
200				
300				
470				
570				
670				
770				
1000				
1200				
1470				
2000				
3000				
4000				

Dibuje en una misma gráfica la resistencia real R_L frente a los voltajes.

TEOREMA DE NORTON

El teorema de Norton consiste en sustituir el circuito por una intensidad y una impedancia. La impedancia es la misma que la calculada en el teorema de Thévenin. La intensidad se calcula uniendo los terminales A y B mediante un hilo sin resistencia (figura2).

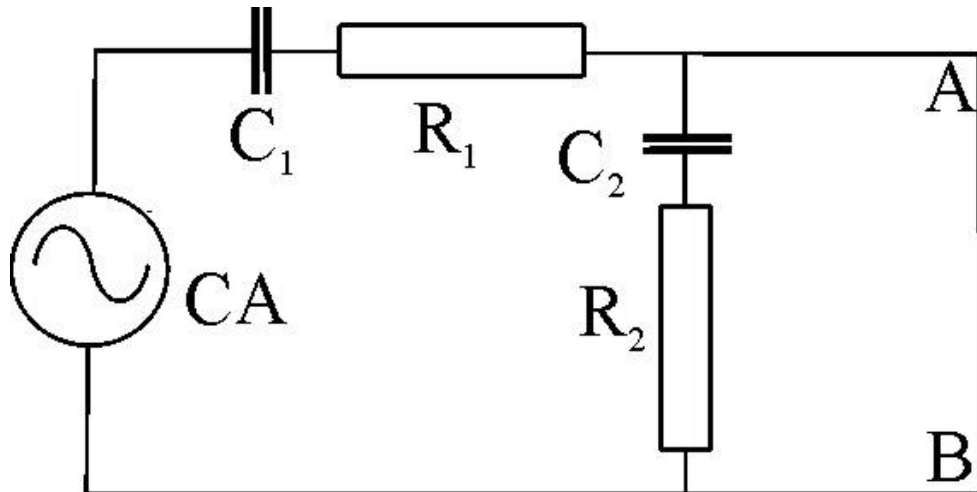


Fig.2

La corriente \bar{I}_N pasa por el generador C_1 y R_1 y deja fuera a C_2 y R_2 .

$$\bar{I}_N = \frac{38,5//0^\circ}{\bar{Z}_1} = \frac{38,5//0^\circ}{1678// -86,5^\circ} = 0,0229//86,5^\circ$$

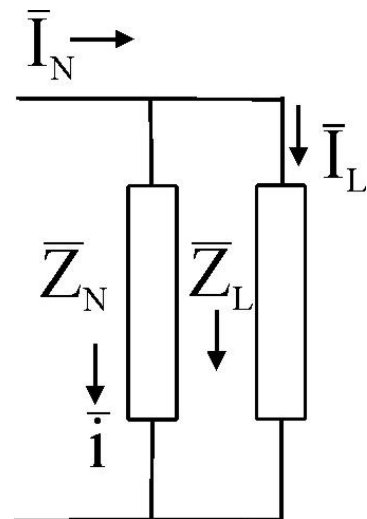


Fig.3

El circuito Norton equivalente está en la figura 3.

$$\bar{I}_N = \bar{i} + \bar{I}_L \quad ; \quad \hat{i} \bar{Z}_N = \bar{I}_L \bar{Z}_L \Rightarrow (\bar{I}_N - \bar{I}_L) \bar{Z}_N = \bar{I}_L \bar{Z}_L \Rightarrow \bar{I}_L = \frac{\bar{I}_N \bar{Z}_N}{\bar{Z}_N + \bar{Z}_L}$$

Ejemplo de cálculo. Supongamos que $R_L = 100 \Omega$. En el cálculo siguiente se toman valores de impedancias cuyos valores están en el apartado de Thévenin.

$$\bar{I}_L = \frac{(0,0229//86,5^\circ) \cdot (653// - 81,9^\circ)}{(92 - 647j) + (100 + 0j)} = \frac{14,95//4,6^\circ}{192 - 647j} = \frac{14,95//4,6^\circ}{675// - 73,5^\circ} = 0,0221//78,1^\circ$$

$$\bar{V}_L = \bar{I}_L \bar{Z}_L = (0,0221//78,1^\circ) \cdot (100//0^\circ) = 2,21//78,1^\circ \Rightarrow V_{ef} = \frac{2,21}{\sqrt{2}} = 1,56 \text{ V}$$

Si solamente deseamos calcular el voltaje eficaz, la expresión matemática es:

$$V_{ef} = \frac{14,95}{\sqrt{(92 + R_L)^2 + 647^2}} \cdot \frac{R_L}{\sqrt{2}} = \frac{10,57 R_L}{\sqrt{(92 + R_L)^2 + 647^2}}$$

Complete la tabla II

Tabla II

Resistencia nominal en ohmios	Resistencia real, R_L , en ohmios	$A = \frac{1}{\sqrt{(92 + R_L)^2 + 647^2}}$	Voltaje eficaz $V_{ef} = \frac{10,57 \cdot R_L}{A}$
100			
200			
300			
470			
570			
670			
770			
1000			
1200			
1470			
2000			
3000			
4000			