PROBLEMAS DE LAS OLIMPIADAS INTERNACIONALES DE FÍSICA

José Luis Hernández Pérez

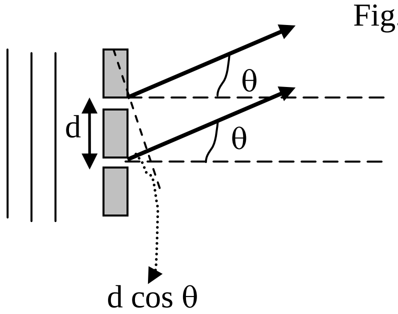
Agustín Lozano Pradillo

Madrid 2008

17ª OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. GRAN BRETAÑA. 1986

1.-Una onda luminosa monocromática de longitud de onda λ y frecuencia f incide normalmente sobre dos rendijas estrechas iguales, separadas por una distancia d, tal como indica la figura 1.

Fig.1



La onda de luz emergiendo de cada rendija a una distancia x y para un tiempo t viene dada por

$$y = a\cos 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Siendo a la amplitud que es la misma para las dos ondas, (se supone que x>>d)

1) Mostrar que las dos ondas observadas para un ángulo θ con la normal a las rendijas, tiene una amplitud resultante A, la cual se puede calcular sumando dos vectores cada uno de ellos con un módulo a y con una dirección asociada, determinada por la fase de la onda de luz.

Verificar geométricamente, a partir del diagrama vectorial, que

$$A = 2a\cos\beta \quad , \quad \text{siendo} \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} d \,\text{sen}\,\theta$$

2) La doble rendija se sustituye por un red de difracción con N rendijas igualmente espaciadas, con una distancia d entre dos rendijas consecutivas. Utilice el método vectorial de sumar amplitudes, para mostrar que los vectores amplitud, cada uno de módulo a, forman parte de un polígono regular con vértice en un circulo de radio R de valor

$$R = \frac{a}{2\,\text{sen}\,\beta}$$

Deducir que la amplitud resultante es: $\dfrac{a\,\text{sen}\,N\beta}{\text{sen}\,\beta}$ ***y obtener la diferencia de fase relativa***

3) Dibujar en la misma gráfica, sen $N\beta$ y $\frac{1}{sen\,\beta}$ en función de β. En otra gráfica mostrar como la intensidad de la onda resultante varía en función de β.
4) Determinar las intensidades de los máximos principales
5) Calcular el número de máximos principales
6) Mostrar que dos longitudes de onda λ y $\lambda+\delta\lambda$, donde $\delta\lambda<<\lambda$ producen máximos principales con una separación angular

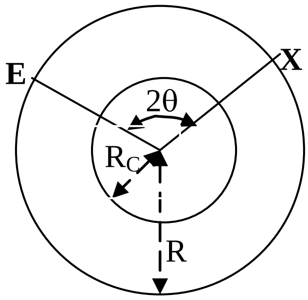
$$\Delta\theta = \frac{n\,\Delta\lambda}{d\cos\theta} \quad , \quad con\, n = 0,\ \pm 1;\ \ \pm 2,...etc$$

Calcular la separación para las líneas D del sodio

$$\lambda = 589{,}0\ nm\ ,\ \ \lambda + \Delta\lambda = 589{,}6\,nm, \quad n = 2\ \ y\ \ \ d = 1{,}2.10^{-6}\ m$$

Recordar; $\cos A + \cos B = 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$

2.-A principios de este siglo se propuso un modelo para la constitución de la tierra, consistente en una capa esférica homogénea sólida isotrópìca de radio R, concéntrica con ella existe un núcleo en estado líquido de radio R_C(ver figura 1).



Fig,1

Las ondas longitudinales (ondas P) y transversales (ondas S) de un terremoto se propagan con velocidades constantes V_P y V_S por el manto de la tierra. Por el núcleo se propagan solamente las ondas P con una velocidad V_{CP}<V_P.
Un terremoto que ocurre en la superficie terrestre en E, produce ondas sísmicas que se desplazan a través de la Tierra y son detectadas por un observador que puede estar situado en cualquier punto de la superficie terrestre, designando esta posición con X en la figura 1. La separación angular entre E y X se determina mediante el ángulo 2θ, siendo O el centro de la Tierra.

1) Mostrar que las ondas sísmicas que viajan a través del manto en línea recta llegarán a X en un tiempo t después de ocurrir el terremoto

$$t = \frac{2R\,sen\theta}{v} \qquad para\ \ \theta \le arco\cos\left(\frac{R_C}{R}\right)$$

Siendo v=V_P, para las ondas P y V_S , para las ondas S.

2) Existen posiciones de X para las que las ondas sísmicas llegan después de refractarse en la superficie manto-núcleo. Dibujar el camino de tales ondas P. Obtener una relación entre θ e i, siendo i el ángulo con que inciden las ondas en la superficie de separación manto-núcleo

3) A partir de los siguientes datos: R = 6370 km , R_C=3470 km, V_P=10,8 5km/s, V_S = 6,31 km/s, V_{CP}=9,02 km/s, y el resultado obtenido en el apartado 2, dibujar una gráfica θ frente a i. Comentar qué ondas le

llegan a un observador X dependiendo de su situación en la superficie terrestre. Hacer un bosquejo del tiempo de viaje que emplean las ondas P y S en función de θ para $\theta \leq 90^o$.

4) Después de un terremoto, un observador mide que el tiempo de demora con que le llegan las ondas P y S es de 2 minutos y 11 segundos. Deducir la separación angular de este observador respecto del terremoto (ángulo 2θ).

5) El observador del apartado 4 detecta que después de la llegada de las ondas P y S, su sismómetro registra la llegada de nuevas ondas P y S con un intervalo entre ellas de 6 minutos y 37 segundos. Explicar este hecho y verificar que el resultado es consistente con la posición que ocupa el observador.

3.-Tres partículas cada una de masa m, están en equilibrio y unidas por muelles no estirados, sin masa, los cuales obedecen a la ley de Hooke, siendo su constate k. Las masas están obligadas a moverse por una circunferencia tal como indica la figura 3.1.

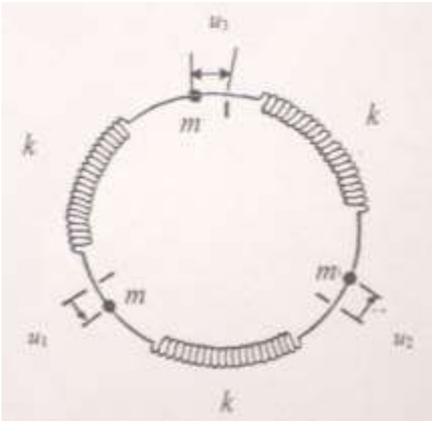


Fig.3.1

I.- Cada masa sufre un pequeño desplazamiento respecto su posición de equilibrio: u_1, u_2 , u_3 respectivamente, escribir la ecuación de cada una de las masas.

II.-Verificar que el sistema tiene una solución armónica $u_n = u_n(0)\cos\omega t$ con n=1, 2 ,3 y ω la frecuencia angular, con tres posibles valores

$$\omega_o\sqrt{3}, \omega_o\sqrt{3} \quad y \quad 0, \qquad donde\ \omega_o^2 = \frac{k}{m}$$

III.-El sistema de muelles se extiende a N partículas, cada una de masa m y unidas por muelles de constante k. inicialmente los muelles no están estirados y se encuentran en equilibrio. Escribir la ecuación de movimiento de la masa n (n=1,2,…., N) en función de su desplazamiento y masas adyacentes cuando las partículas se desplazan de su posición de equilibrio.

$$u_n(t) = u_n(0)\, sen\left(\frac{2\pi ns}{N} + \varphi\right)\cos\omega_s t$$

Son soluciones oscilatorias, donde s =1,2,…,N , n=1,2,…,N y ϕ es una constante de fase arbitraria, con la condición de que las frecuencias angulares estén dadas por

$$\omega_s = 2\omega_o sen\left(\frac{\pi s}{N}\right)$$

Establecer el rango de posibles frecuencias para una cadena que contiene un número infinito de masas.

IV.-Determinar la relación $\frac{u_n}{u_{n+1}}$ ***para N grande en los dos casos:a) solución de baja frecuencia, b)*** $\omega = \omega_{max}$ ***, donde*** ω_{max} ***es la solución de frecuencia máxima.***