

PROBLEMAS DE

LAS OLIMPIADAS

INTERNACIONALES

DE FÍSICA

José Luis Hernández Pérez

Agustín Lozano Pradillo

Madrid 2008

XIX OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. AUSTRIA .1988

1.- *La absorción y emisión de un fotón es un proceso reversible. Un buen ejemplo se encuentra en la excitación de un átomo desde el estado fundamental a uno de mayor energía y el subsiguiente retorno al estado fundamental. En tal caso podemos detectar la absorción de un fotón a partir del fenómeno de la emisión espontánea o fluorescencia. Algunas de las más modernas técnicas instrumentales utilizan este principio para la identificación de los átomos y también para medir o calcular el valor de la velocidad en el espectro de velocidades del haz de electrones.*

En un experimento idealizado un ión con una sola carga viaja, con velocidad v , en dirección opuesta a un haz de luz láser. La longitud de onda del láser se puede variar. Un ión en reposo se puede excitar a un nivel superior de energía al interactuar con la luz láser de longitud de onda 600 nm. Pero si ese mismo ión se mueve con una cierta velocidad hacia la luz del láser entonces, de acuerdo con el efecto Doppler, se necesita que este emita una longitud de onda diferente a la anterior. El espectro de velocidades de los iones está comprendido entre $v=0$ y $v=6000$ m/s

1.1.1.-- *¿Qué rango de longitudes de onda del láser debe utilizarse para lograr la excitación de todos los iones cuyo espectro de velocidades es el indicado anteriormente?*

1.1.2.- *Un análisis riguroso del problema exige la aplicación del principio de relatividad, el cual conduce a la expresión*

$$f' = f \frac{\sqrt{c+v}}{\sqrt{c-v}}$$

Calcular la diferencia que existe en utilizar la fórmula clásica del efecto Doppler

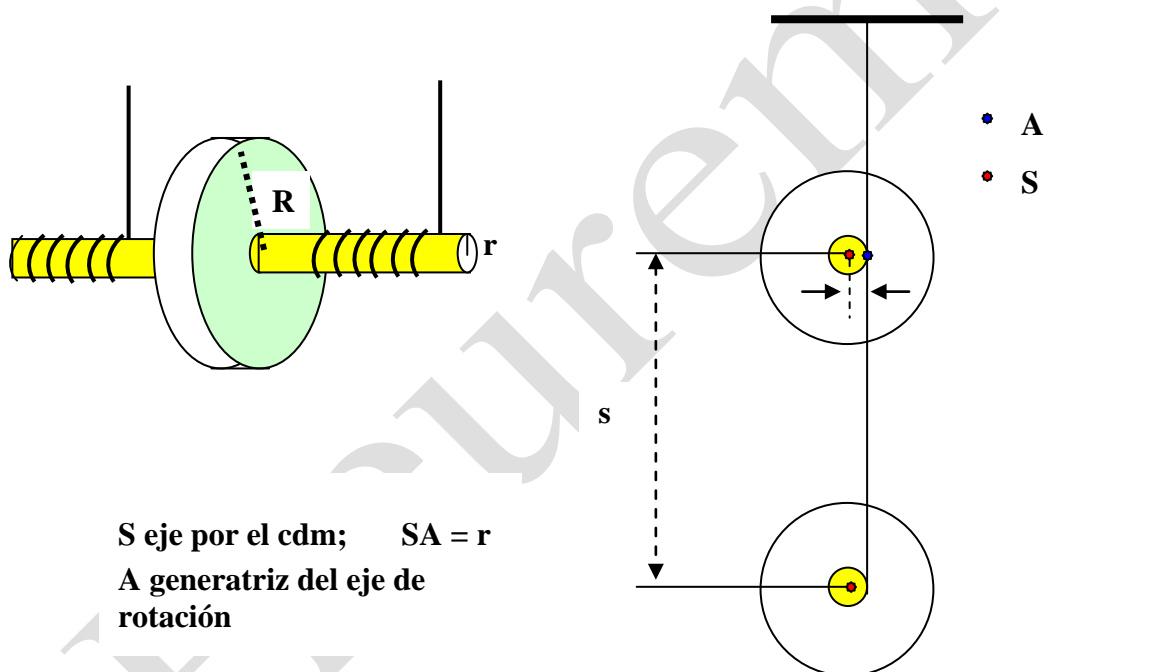
1.2.- *Suponiendo que los iones se aceleran mediante una diferencia de potencial U antes de excitarlos mediante la luz del láser, determinar la relación entre el espectro de velocidades de los iones y el potencial acelerador U .*

1.3 *La relación carga masa de cada uno de los iones es $\frac{q}{m} = 4.10^6 \frac{C}{kg}$ y poseen dos niveles de energía que corresponden a las longitudes de onda 600 nm y $600+10^{-3}$ nm. Mostrar que la luz de las dos longitudes de onda utilizadas para excitar los iones se solapan cuando no se aplica a los iones voltaje acelerador.*

Si se utiliza un voltaje acelerador es posible separar los dos espectros de la luz de manera que no haya solapamiento entre ellos. Calcular el valor mínimo de U para que esto suceda.

Heureka

2.- Una rueda cilíndrica de densidad uniforme y masa $M = 0,40 \text{ Kg}$ y radio $R = 0,060 \text{ m}$, y espesor $d = 0,010 \text{ m}$, está suspendida del techo mediante de dos cuerdas ligeras. Cada cuerda se puede enrollar sobre el eje de la rueda. El radio de dicho eje es $r = 0,0030 \text{ m}$. La masa del eje y de las cuerdas se consideran despreciables. Cuando la rueda se gira manualmente las cuerdas se enrollan sobre el eje hasta que el centro de mas de la rueda está a una altura de 1 m por encima del suelo. Si la rueda se deja en libertad está descendiendo verticalmente al mismo tiempo que gira. Las cuerdas se desenrollan en su totalidad y la rueda alcanza su punto más bajo, luego, las cuerdas se enrollan, en sentido opuesto, de nuevo sobre el eje y la rueda asciende. Se supone que las cuerdas están en posición vertical y los puntos donde la cuerda toca al eje están directamente debajo de sus respectivos puntos de suspensión (ver la figura inferior)



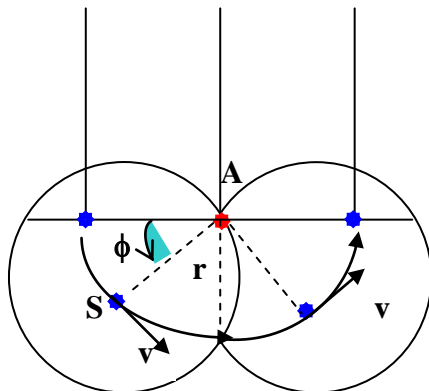
2.1.- Determinar la velocidad angular de la rueda cuando el centro de masas ha recorrido la distancia s , hacia abajo.

2.2.- Determinar las distintas energías de la rueda cuando $s = 0,50 \text{ m}$

2.3.- Calcular la tensión de la cuerda cuando la rueda está descendiendo

2.4.- Calcular la velocidad angular ω' como función del ángulo ϕ cuando la cuerda comienza a arrollarse en el eje en el sentido opuesto al que estaba cuando descendía.

Dibujar un gráfico de variables que describa el movimiento (en coordenadas cartesianas) y también la velocidad del centro de masas en función de ϕ .



2.5.- Si cada cuerda resiste una tensión $T = 10 \text{ N}$ sin romperse, encontrar la máxima longitud de cuerda que puede desenrollarse sin romperse.

3.- Un gas formado por iones positivos de algún elemento (a alta temperatura) y electrones. El ión positivo pertenece a un átomo de número atómico Z desconocido. Se sabe que este ión tiene solamente un electrón en la corteza (capa exterior). Sea este ión representado por el símbolo $A(Z-1)^+$

Valores de constantes físicas:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}; \quad e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ A.s}; \quad q^2 = e^2 / 4\pi\epsilon_0 = 2,037 \cdot 10^{-28} \text{ J.m}$$

$$\text{Constante de Planck } \hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ J.s};$$

$$\text{Radio atómico de Bohr } r_B = \hbar^2 / mq^2 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m};$$

$$\text{Energía de Rydberg } E_R = q^2 / 2r_B = 2,180 \cdot 10^{-18} \text{ J};$$

$$m_e \text{ (en reposo)} = 9,108 \cdot 10^{-31} \text{ kg}; \quad m_p \text{ (en reposo)}. c^2 = 1,503 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Cuestión 3.1

Sabemos que el ión $A(Z-1)^+$, que tiene solamente un electrón en su capa externa, se encuentra en el estado inferior de energía. En este estado, el cuadrado de la distancia promedio entre el electrón y su núcleo r^2 cuyas componentes sobre los ejes x , y y z sean $(\Delta x)^2$, $(\Delta y)^2$ y $(\Delta z)^2$ respectivamente. También el cuadrado del momento promedio esté dado por $p_0^2 = (\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2 + (\Delta p_z)^2$.

Dado que por el principio de incertidumbre se tiene que $\Delta p_x \geq \hbar / 2 \Delta x$, $\Delta p_y \geq \hbar / 2 \Delta y$, $\Delta p_z \geq \hbar / 2 \Delta z$, se pide escribir la desigualdad que corresponde al producto $\square (p_0)^2 \cdot (r_0)^2$ aplicando dicho principio.

Cuestión 3.2

El ión representado por $A(Z-1)^+$ puede capturar otro electrón, pasar a $A_{(Z-2)^+}$ y emitir como consecuencia un fotón. Escribir una ecuación que permita calcular la frecuencia de dicho fotón.

Cuestión 3.3

Calcular la energía del ion $A(Z-1)^+$ usando el valor de la mínima energía. El cálculo se puede abordar con aproximación basado en los principios siguientes:

- La energía potencial del ion $A(Z-1)^+$ se puede expresar en términos del valor promedio de $1/r$. (en este caso del valor r_0 que está dado en el problema).
- En el cálculo de la energía cinética del ión usar el valor promedio del cuadrado del momento, dado en 3.1 después de ser simplificado,

Cuestión 3.4

Calcular la energía del ion $A(Z-2)^+$ tomándolo en el estado más bajo y usando los mismos principios que en el caso de $A(Z-1)^+$. Dada la distancia promedio de cada uno de los dos electrones en la capa externa (en la forma que se tomó r_0 en 3.3), llamándolas r_1 y r_2 y asumiendo que la distancia promedio entre los dos electrones está dada por $r_1 + r_2$, y el momento promedio de cada electrón obedece al principio de incertidumbre, esto es, $(p_1)^2 \cdot (r_1)^2 \approx (\hbar)^2$ y $(p_2)^2 \cdot (r_2)^2 \approx (\hbar)^2$

Sugerencia: Usar como dato que en el estado mas bajo de energía es $r_1 = r_2$

Cuestión 3.5

Considerar en particular que el ión $A(Z-1)^+$ se encuentra en reposo en el nivel más bajo cuando captura un electrón adicional y el electrón capturado está también en reposo antes de su captura. Determinar el valor numérico de Z si la frecuencia del fotón emitido que acompaña al electrón capturado es $2,057 \cdot 10^{17}$ rad/s. Identificar elemento que da lugar al ión.