90.-(366)..- Sobre el plano XY existen dos distribuciones rectilíneas de carga positiva, longitud infinita y densidad de carga lineal λ. Ambas son paralelas al eje Y siendo la distancia de cada una al origen de coordenadas d. Determinar:

a) El módulo del campo eléctrico en puntos del eje Z cuya distancia al origen de coordenadas es +h.

b) El valor de h para el que el módulo del campo es máximo.

c) Un positrón se encuentra en la posición (0, 0, +h =3 m) con una velocidad de $v = -3{,}2.10^{7}\,\vec{k}\,\frac{m}{s}$. Calcular la ecuación de la velocidad de esa partícula en función de h, entre h=+3 m y 0. Construir la gráfica de la velocidad en función de h.

Datos: masa del positrón m= 9,1.10^{-31} kg , carga del positrón q = 1,6.10^{-19} C , λ = 10^{-8} C/m , d= 1m. $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ \frac{C^2}{N\,m^2}$,

91.-(371)..-Los átomos de muchos elementos químicos poseen una energía de ionización pequeña y pierden con facilidad sus electrones más externos. En cambio otros átomos de otros elementos tienen facilidad para aceptar electrones. Los iones positivos y negativos dependiendo de su tamaño pueden unirse dando lugar a estructuras cristalinas estables. Muchos sólidos exhiben estructuras cristalinas en las cuales los iones se disponen de forma ordenada dando lugar a disposiciones periódicas en el espacio. En un cristal ideal existe una ordenación llamada celdilla unidad que se repite a través del espacio.

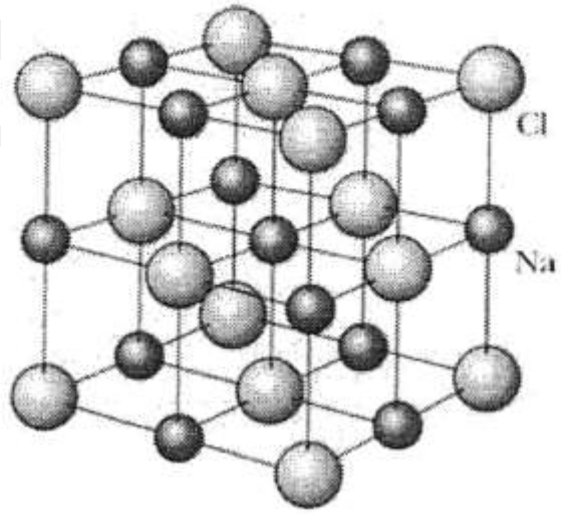


Fig.1.- El cloruro de sodio (NaCl) cristaliza en una red cúbica centrada en el espacio. La distancia entre los centros de dos iones contiguos es r_o.

La principal contribución a la energía de enlace de un cristal iónico está dada por la energía potencial electrostática de los iones.
La interacción coulombiana entre dos cargas puntuales q_1 y q_2 situadas a una distancia R, se expresa mediante

$$U_C(R) = k\frac{q_1 q_2}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{R} = 9.10^9\,\frac{q_1 q_2}{R}$$

Si $U_C(R)$ es negativa indica que la fuerza entre los iones es de atracción. Los iones del cloruro de sodio tienen la misma carga (El ión sodio +e y el ión cloruro –e). Si determinamos la energía de un cristal de tamaño infinito resulta: $Uat = \alpha U_C(r)$. En donde α es una constante, llamada de Madelung, que depende de la geometría del cristal y no de la naturaleza de los iones. Para el cristal de cloruro de sodio α= 1,7475 y se utiliza para determinar la energía de un ión único en un cristal.
Al acercarse los iones de un cristal aparece una repulsión entre las nubes electrónicas de los iones, dando lugar a una energía de signo contrario a la electrostática.. Esta energía comparada con la coulombiana es de corto alcance. Existen dos modelos diferentes para describir esta repulsión

Modelo 1.- *Una aproximación razonable es utilizar una función exponencial que describe la interacción de un ión seleccionado con la totalidad de la red cristalina*

$$U_{rp} = \lambda e^{-\frac{r}{\rho}} \quad ,(\lambda, \rho > 0)$$

Modelo 2.-*Otra buena aproximación es*

$$U_{rp} = \frac{b}{r^n}\ , \ \ b > 0$$

n representa el exponente de Born

Datos experimentales para el cristal de cloruro de sodio: r_0=0,282 nm,

energía de disociación de la red, E_{dis}=-764,4 kJ/mol

k=9.10^9 N.m^{2}C^{-2} ; 1 eV= 1,602.10^{-19} J

Propuesto en las Olimpiadas Asiáticas de Física

1.- Determinar $U_C(R)$ para un ión localizado en el centro de la red cúbica (fig.1), si solamente interactúa con los vecinos más próximos (incluyendo los que están a la distancia $r = \sqrt{3}\, r_o$). Calcular el valor de la constante de Madelung con la aproximación anterior.

2.- Utilice el modelo 1 y determine la energía potencial por ión. Calcule su ecuación de equilibrio $r=r_o$ y escriba la energía potencial para $r=r_o$.

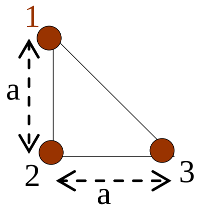
3.-Utilizando los datos experimentales estimar el orden del parámetro ρ. Use N_A=6,022 10^{23}mol.

4.- Utilice el modelo 2 y determine la energía potencial por ión. Calcule su ecuación de equilibrio $r=r_o$ y escriba la energía potencial para $r=r_o$.

5.- A partir de los datos experimentales calcule el exponente de Born para el NaCl. Estimar la relación entre la energía de Coulomb y la que corresponde a la parte de repulsión.

6.- La energía de ionización (requerida para arrancar un electrón de un átomo en su estado fundamental) del Na es +5,14 eV, la afinidad electrónica (energía desprendida al adicionar un electrón a un átomo) del Cl es -3,61 eV. Calcular la energía total de enlace por átomo en el cristal NaCl . El valor experimental E_{exp}=-3,28 eV

92.-*(372)..-En los vértices de un triangulo rectángulo isósceles existen tres esferas de radio r cada una y dotadas de una carga q. Cada lado igual del mencionado triángulo vale a, siendo a>>r.



<u>Primera operación</u>. Las esferas 1 y 2 se conectan entre sí mediante un hilo conductor y una vez alcanzado el equilibrio se retira el hilo.

<u>Segunda operación</u>. A continuación se hace la operación anterior entre las esferas 2 y 3.

<u>Tercera operación</u>. Finalmente se conectan las esferas 3 y 1 y como anteriormente, alcanzado el equilibrio, se retira el hilo.
Calcular la carga de cada esfera después de realizar las tres operaciones anteriores.

93.-*(378)..*-Tres cargas eléctricas estás situadas sobre el eje de abscisas de un sistema de coordenadas, tal como se observa en la figura 1.

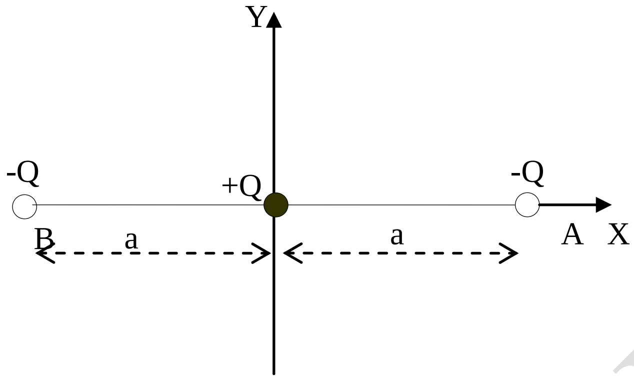


Fig.1

a) Calcular la fuerza que actúa sobre cada carga por acción de las otras dos.
b) Comprobar si en el eje de abscisas positivo existe algún lugar en que el potencial sea nulo
c) Comprobar si en el eje de ordenadas positivo existe algún lugar en que el potencial sea nulo
d) Establecer la ecuación del campo eléctrico sobre el eje de ordenadas positivo y determinar el lugar en que ese campo es nulo.
e) Si a =1 m , representar, con ayuda de la hoja de cálculo, el potencial a lo largo del eje de abscisas positivo.
f) Escribir la ecuación del potencial eléctrico para los puntos situados en la bisectriz del primer cuadrante.
g) Con ayuda de la hoja de cálculo, dibujar la gráfica del potencial utilizando los datos y a = 1 m.

Datos. $\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9.10^9 \frac{N\,m^2}{C^2}$; $Q = \frac{1}{9} 10^{-9} C$

94.-(380)..- Una distribución esférica de carga está dada por:

$$\rho = \rho_o \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \text{ cuando } r \le a \text{ y } \rho = 0, \text{ cuando } r > a$$

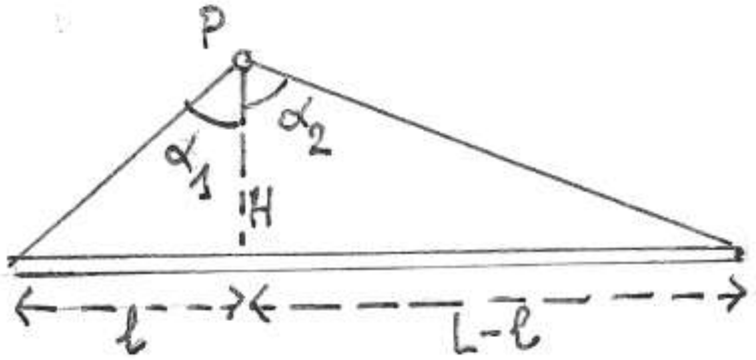
a) Calcular la carga total Q
b) Determinar el módulo del campo eléctrico y el potencial para el exterior de la carga
c) Encontrar lo mismo del apartado anterior para el interior de la distribución esférica.
d) Comprobar que el módulo del campo es máximo cuando r/a=0,745
e) La distribución de carga anterior se aplica bastante bien a los núcleos ligeros. Obtener las gráficas del campo y del potencial si a es igual a $4,5 \cdot 10^{-15}$ m.

Problema propuesto en el libro Campos y Ondas Electromagnéticas. P.Lorrain y D.R. Corson.

95.-(381)..- Un galvanómetro lleva pivotada una bobina cuyas espiras son rectangulares de dimensiones a y b. La bobina consta de N espiras. El resorte ligado a la bobina tiene una constante de torsión k, cuyo par mecánico restaurador es $k\theta$, siendo θ el ángulo que gira la bobina. La inducción del campo magnético es B y actúa en el seno de toda la superficie de la bobina.

a) Calcular la relación $\frac{\theta}{I}$ del aparato, siendo θ el ángulo girado e I la intensidad de la corriente que pasa por la bobina.
b) Determinar la potencia que consume el galvanómetro y la relación entre el ángulo girado y la potencia
c) Si la resistencia óhmica de la bobina es 18 Ω, a = 1 cm y b = 2 cm , B=0,05 T , N = 20 espiras , determinar la constante k del resorte si el ángulo girado vale 30º cuando la intensidad que circula por el aparato es 0,01 A.

96.-(383)..- Un alambre de longitud L posee una densidad de carga lineal positiva y constante λ. Un punto P, fuera del alambre, se encuentra a una distancia H contada en sentido vertical y l en sentido horizontal de un extremo del alambre (ver figura inferior).



a) Calcular el campo eléctrico en el punto P.
b) Determinar el valor del campo si P equidista de los extremos del alambre.
c) Representar E(Y) frente a l y E(X) frente a l cuando H= 1 m , $\lambda = \frac{1}{9.} \cdot 10^{-9}\ \frac{C}{m}$, L = 1 m.

Dato: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\ \frac{N\,m^2}{C^2}$

97. (389)-***En el modelo clásico del átomo de hidrógeno, el electrón gira en una circunferencia alrededor del núcleo de forma semejante a como se desplaza la Tierra alrededor del Sol, excepto que la fuerza de atracción entre electrón y núcleo es eléctrica. Dado que el electrón está acelerado, emite radiación electromagnética cuya potencia esta dada por la ecuación:***

$$P = \frac{e^2 a^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$$

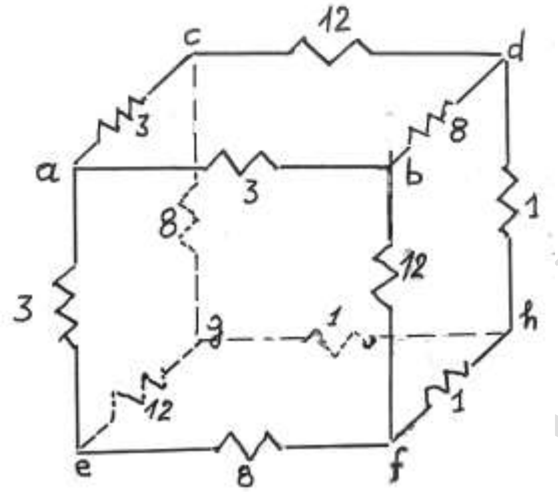
e es la carga elemental de electricidad e =1,6.10^{-19} C, a es la aceleración del electrón en su orbita, c es la velocidad de la luz c= 3,0.10^{8} m/s, ε_o=8,85.10^{-12} C^{2}N^{-1} m^{-2}. El radio del electrón es R =5,0.10^{-11} m y su masa m=9,1.10^{-31} kg.

Calcular:

a) El valor de P y de la energía cinética del electrón
b) Admitiendo de forma aproximada que el tiempo en que el electrón pierde su energía es t=E/P, determinar la vida de un átomo de hidrógeno.

Propuesto en las Olimpiadas de Hong Kong

98. (396)- ***Un grupo de 12 resistencias están colocadas en cada uno de las aristas de un cubo, tal como se muestra en la figura inferior. Los números que figuran al lado de cada resistencia son sus valores expresados en ohmios. a) Determinar la resistencia equivalente entre los vértices a y h.***



b) Las tres resistencias de 12 Ω se reemplazan por tres condensadores iguales, cada uno con capacidad 15,0 μF. Entre los vértices a y h se coloca una pila de 12,0 V. Cuando se alcanza en el circuito el estado estacionario determinar la carga que almacena cada condensador.

Propuesto en las Olimpiadas de USA.

99. (401)- ***En la figura 1, OA es un péndulo simple de longitud d. La esfera de su extremo que se considera puntual tiene una masa m y una carga +q El hilo que sostiene la esfera carece de masa y es no conductor.***
A una distancia d de la posición más baja del péndulo (B en la figura), está situada una carga –q, que no se puede desplazar.
a) Se pide la tensión de la cuerda cuando la esfera pase por la parte inferior, después de salir de su posición inicial sin velocidad.
b) Determinar el valor máximo de q para el que puede verificarse el movimiento pendular. Realizar el cálculo numérico si m=10^{-3} kg , d= 1 m y el ángulo inicial del péndulo es θ = 45º

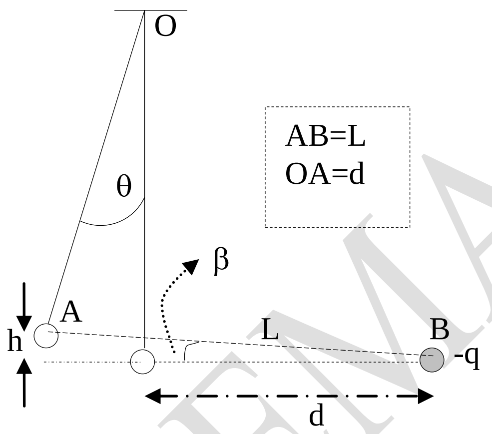


Fig.1