

**PROBLEMAS DE**

**LAS OLIMPIADAS**

**INTERNACIONALES**

**DE FÍSICA**

**José Luis Hernández Pérez**

**Agustín Lozano Pradillo**

Madrid 2008

## XXI OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. HOLANDA .1990

1.- Se desea estudiar la difracción de rayos X por una sustancia que cristaliza en el sistema cúbico. Para comenzar estudiamos la difracción en un plano de una onda monocromática que incide perpendicularmente sobre una red bidimensional que consiste en  $N_1 \cdot N_2$  rendijas con separaciones entre ellas  $d_1$  y  $d_2$  respectivamente. La figura de difracción se recoge sobre una pantalla que se encuentra a una distancia  $L$  de la red. La pantalla es paralela a la red y el valor de  $L$  es mucho mayor que  $d_1$  y  $d_2$ .

a) Determinar la posición y anchura del máximo principal en la pantalla. La anchura se define como la distancia entre los mínimos más próximos que se encuentran a uno y otro lado del máximo central.

Consideremos ahora un cristal perteneciente al sistema cúbico y con una dimensión  $a$  de la celdilla unidad y cuyo tamaño es  $N_0 \cdot a \times N_0 \cdot a \times N_1 \cdot a$ , siendo  $N_1$  mucho menor que  $N_0$ . Un haz de rayos paralelos incide sobre el cristal el cual forma un ángulo  $\theta$  con el eje Y tal como indica la figura 1. La figura de difracción se observa en una pantalla que está a gran distancia del cristal.

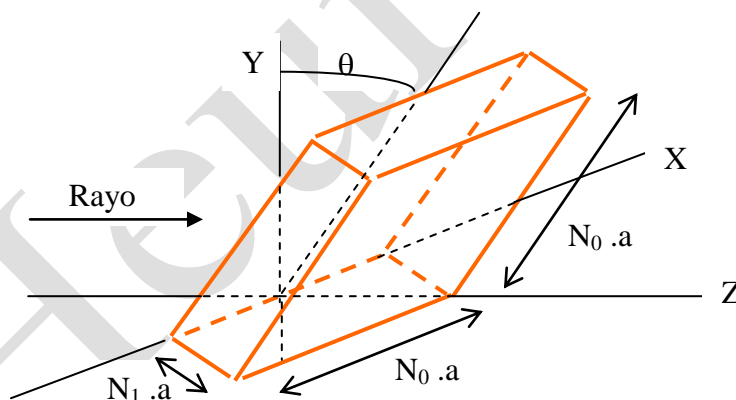


Figura 1.- Difracción de un haz de rayos X paralelos a lo largo del eje z. El ángulo entre el cristal y los rayos X es  $\pi/2 + \theta$ .

b) Calcular la posición y anchura del máximo en función del ángulo  $\theta$  (suponer que dicho ángulo es pequeño) ¿Cuáles son las consecuencias de que  $N_1 \ll N_0$ ?

La figura de difracción puede deducirse mediante la ley de Bragg en la que se supone que los rayos X se reflejan en los planos atómicos de la red cristalina. La figura de difracción se forma por la interferencia de estos rayos reflejados entre sí.

c) Mostrar que la llamada reflexión de Bragg da las mismas condiciones para los máximos que los que se encontró en el apartado b.

Para algunas medidas se emplea el método del polvo cristalino. Un haz de rayos X es dispersado al incidir sobre un polvo formado por diminutos cristales que se encuentran orientados al azar. La dispersión de rayos X de longitud de onda 0,15 nm mediante cristales diminutos de cloruro de potasio (KCl), cuya celdilla unidad está en la figura 2 da lugar a una serie de círculos concéntricos cuando los rayos se recogen en una placa fotográfica. La distancia entre los cristales y la placa es 0,1 m y el radio del círculo más pequeño es 0,053 m. El catión  $K^+$  y el anión  $Cl^-$  pueden considerarse que tienen el mismo tamaño y ambos pueden ser considerados como idénticos centros de dispersión.

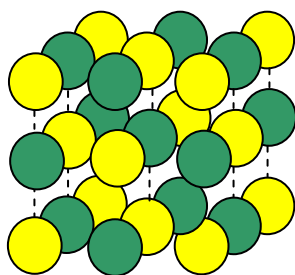


Fig. 2 Red cúbica del cloruro de potasio

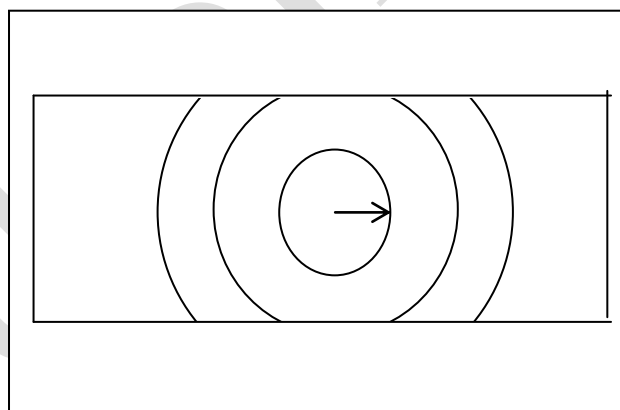
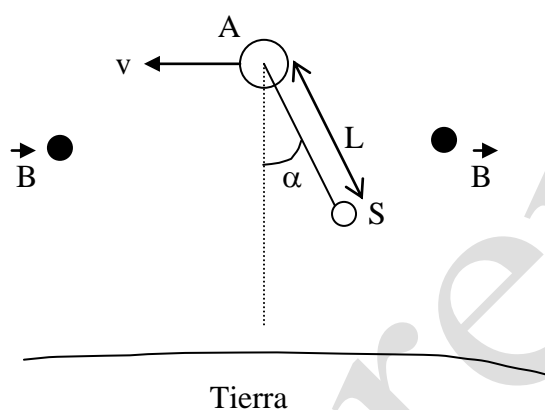


Fig. 3 Difracción de rayos X del polvo de cristales de KCl que produce una serie de círculos concéntricos en una placa fotográfica

d.- Calcular la distancia entre dos iones vecinos de potasio en el cristal

2.- En el año 1989 se colocó la nave Atlantis en una órbita alrededor de la Tierra. Supondremos que la órbita es circular y que yace en el plano ecuatorial terrestre. En un determinado momento la nave espacial soltó un satélite  $S$ , ligado a la nave mediante una barra de longitud  $L$ . Admitimos que la barra es rígida, de masa despreciable, y cubierta mediante un aislador eléctrico. Suponemos que no existe rozamiento y  $\alpha$  designa al ángulo que forma la barra rígida con la nave Atlantis y el centro de la Tierra (ver figura).  $S$  se encuentra también en el plano ecuatorial. La masa del satélite  $S$  es mucho menor que la masa de la nave Atlantis y  $L$  es mucho menor que el radio de la órbita descrita por la nave.



La nave espacial Atlantis (A) con el satélite (S) se encuentra en una órbita alrededor de la Tierra. La órbita está contenida en el plano ecuatorial terrestre. El campo magnético  $B$  es perpendicular al lector y dirigido hacia él.

a1.- Deducir para qué valores de  $\alpha$  la configuración de la nave y satélite permanecen sin modificación, con respecto de la Tierra, o en otras palabras, para qué valores de alfa, el ángulo es constante

a2.- Discutir la estabilidad del equilibrio para cada valor de alfa.

b.- Suponer que en un determinado momento la barra rígida se desvía de la configuración estable un ángulo pequeño. El sistema comenzará a oscilar como un péndulo. Expresar el periodo de la oscilación en función del periodo de revolución del sistema alrededor de la Tierra.

c.- En la figura superior el campo magnético terrestre es perpendicular al diagrama y dirigido hacia el lector. Debido a la velocidad orbital de la barra, se origina en ésta una diferencia de potencial entre sus extremos. El medio que rodea al sistema (magnetosfera) es un gas a baja presión . ionizado con buena conductividad eléctrica. Se produce un contacto con

*el gas ionizado mediante dos electrodos uno situado en el Atlantis (A) y otro en el satélite (S) y como consecuencia del movimiento surge una corriente a través de la barra*

*c1.- Determinar en qué dirección fluye la corriente (considerar que  $\alpha = 0$ )*

*c2.- Existe una fuente de corriente en la nave que permite establecer una corriente eléctrica constante de 0,1 A en la barra y en sentido opuesto a la de c1, se pregunta cuánto tiempo debe durar esta corriente para conseguir cambiar la altitud de la nave en 10 metros, esa altitud aumenta o disminuye. Suponer que  $\alpha = 0$  y despreciar todas las contribuciones de las corrientes en la magnetosfera.*

**Datos:** Periodo de la Órbita  $T = 5,4 \cdot 10^3$  s; Longitud de la barra rígida  $L = 2,0 \cdot 10^4$  m; Campo magnético terrestre a la altura del Atlantis  $B = 5,0 \cdot 10^{-5}$  Wb.m<sup>-2</sup> Masa del Atlantis  $m_1 = 1,0 \cdot 10^5$  kg

Utilizar la relación aproximada  $\frac{1}{(a-b)^2} \approx \frac{1}{a^2} + \frac{2b}{a^3}$  cuando  $a \gg b$

3.- Un "pulsar de milisegundos" es una fuente de radiación en el Universo que emite pulsos muy cortos con un periodo de uno a varios milisegundos. La radiación emitida está en el rango de las ondas de radio por lo que un receptor de radio adecuado pueden detectarse los pulsos separados y medir el periodo con gran exactitud.

Estos radio pulsos se originan en la superficie de ciertas estrellas, llamadas estrellas de neutrones. Estas estrellas son muy compactas, ya que su masa es semejante a la de nuestro Sol, pero su radio es solamente unos cientos de kilómetros, también poseen una velocidad de rotación muy grande. Debido precisamente a ella las estrellas de neutrones son ligeramente aplanadas (oblatos) y se puede suponer que una sección axial sea una elipse con ejes casi iguales. El factor de achatamiento se define como

$$\alpha = \frac{r_e - r_p}{r_e}$$

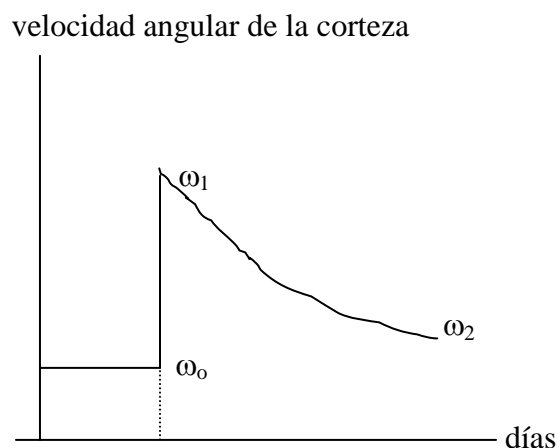
siendo,  $r_e$  el radio ecuatorial y  $r_p$  el polar.

a.- Calcular el achatamiento de una estrella de neutrones de las siguientes características:

$$\text{Masa, } M = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg ; radio promedio, } r = 1,0 \cdot 10^4 \text{ m}$$

$$\text{Periodo de rotación, } T = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

b.- A lo largo de muchos años el periodo de rotación de la estrella decrece, debido a las pérdidas de energía lo cual conduce a una disminución de su achatamiento. La estrella tiene una corteza sólida que flota sobre un líquido interior y esta corteza ofrece resistencia para ajustarse a una nueva forma de equilibrio. No obstante, ocurre un temblor o agitación en la estrella que da lugar a un cambio repentino en la forma de la corteza. Durante y después de esta agitación el cambio en la velocidad de rotación sigue las indicaciones de la figura siguiente



$$\omega_0 = 314,159 \text{ s}^{-1} ; \omega_1 = 314,164 \text{ s}^{-1} ; \omega_2 = 314,160 \text{ s}^{-1}$$

*Calcular el radio medio del líquido interior a partir de los datos suministrados en la figura anterior. Suponer que las densidades de la corteza y del líquido son iguales y despreciar el cambio de forma del líquido interior.*

Heureka