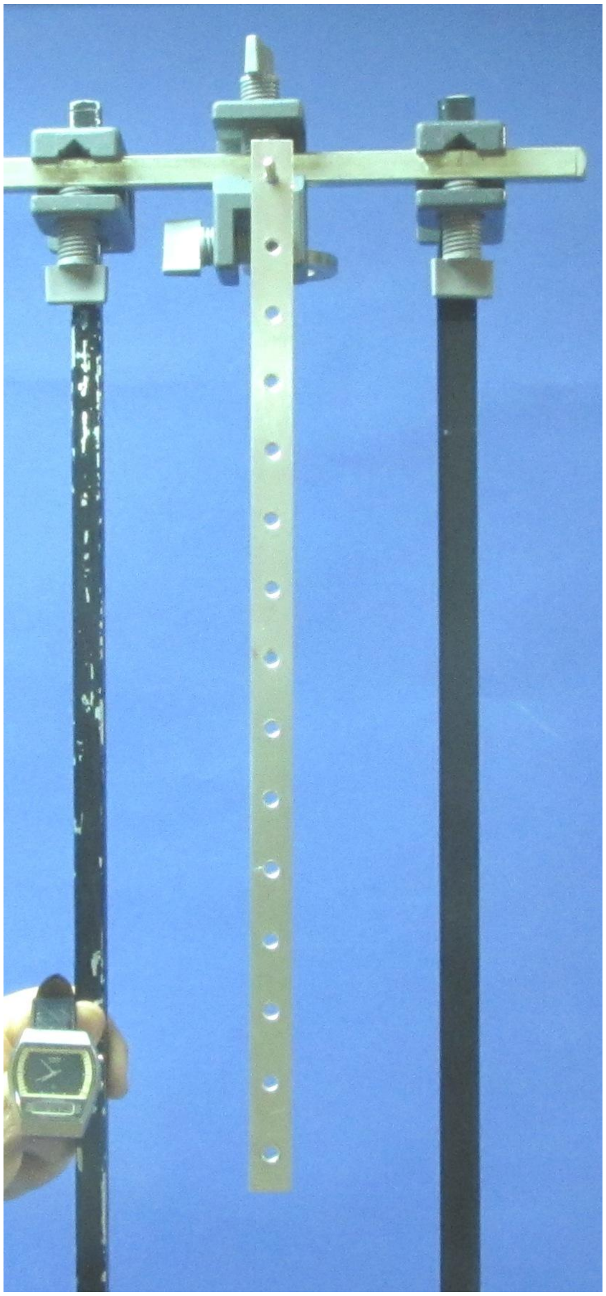
PÉNDULO COMPUESTO CASERO

.

La medida de la aceleración g se realiza normalmente en los laboratorios escolares mediante el péndulo simple. El experimento es sencillo, barato, fácil de montar, ~~y~~ de realizar las medidas y además da resultados satisfactorios.

En este experimento, más sofisticado que el del péndulo simple, utilizamos un péndulo compuesto que consiste en una varilla de aluminio en la que se han practicado agujeros a distancias iguales (ver la fotografía). Para la medida de los tiempos de oscilación, se ha utilizado el cronómetro que lleva incorporado un reloj de pulsera.

En el experimento se determina el periodo de oscilación del péndulo, haciéndolo oscilar por ejes diferentes, aprovechando los agujeros que lleva incorporados.



Fundamento teórico

En la Fig.1 se representa el péndulo compuesto (varilla) con un eje perpendicular al mismo y que dista d del centro de masas. La longitud de la varilla la designamos con L.

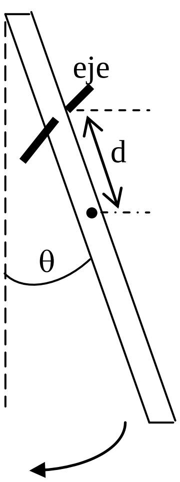


Fig.1

El péndulo está separado de la posición vertical un ángulo θ que es lo suficientemente pequeño para poder hacer la aproximación $\operatorname{sen}\theta \approx \theta$.

En el centro de masas del péndulo actúa el peso del mismo $P = M \cdot g$, fuerza que crea un momento respecto del punto de suspensión de módulo $Mg\,\mathrm{sen}\,\theta \cdot d \approx Mgd\,\theta$.
Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica de la rotación-

$$Mgd\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

El momento de inercia I del péndulo, está referido al punto de suspensión de modo que lo obtenemos aplicando el teorema de Steiner.

$$Mgd\theta = \left(\frac{1}{12}ML^2 + Md^2\right)\frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \frac{gd}{\frac{1}{12}L^2 + d^2}\theta = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Que es la ecuación diferencial de un movimiento armónico de rotación. En consecuencia el periodo de oscilación viene dado por la ecuación.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}L^2 + d^2}{gd}} \Rightarrow \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{g}\frac{\frac{1}{12}L^2 + d^2}{d} \quad (1)$$

La ecuación (1) expresa que al representar el periodo al cuadrado en el eje de ordenadas frente a $\dfrac{\frac{1}{12}L^2 + d^2}{d}$ en el eje de abscisas, se obtiene una línea recta cuya pendiente es $\dfrac{4\pi^2}{g}$.
Si derivamos la función T(d) frente a d, e igualamos a cero, encontraremos que existe un mínimo o un máximo al representar T frente a d.

$$\frac{dT}{dd} = 2\pi\frac{\dfrac{gd \cdot 2d - \left(\frac{1}{12}L^2 + d^2\right)g}{g^2 d^2}}{2\sqrt{\dfrac{\frac{1}{12}L^2 + d^2}{gd}}} = 0 \Rightarrow \quad 2d^2 = \frac{1}{12}L^2 + d^2 \Rightarrow \quad d = \frac{L}{\sqrt{12}} \quad (2)$$

En el experimento medimos el periodo para distintos valores de d. Mediante la representación gráfica de la ecuación (1) calculamos la pendiente de la recta y de ella el valor de g.

También representamos T frente a d y comprobamos si el valor obtenido en (2) es un máximo o un mínimo.

Material

Varilla con agujeros equidistantes
Cronómetro
Soportes para el montaje del péndulo.

Compruebe con un nivel que el eje del péndulo ha quedado montado bien horizontal.

Procedimiento

1) Coloque el eje en la posición más alejada del centro de masas y mida el tiempo de diez oscilaciones de la varilla. Cambie el eje al agujero siguiente y realice la misma operación. Repita para el resto de los agujeros hasta medir el tiempo de las diez oscilaciones cuando el eje está en el agujero más cercano al centro de masa. Anote los resultados en la Tabla I.

Tabla I

Longitud del péndulo L =

d/ m							
tiempo t/s de diez oscilaciones							
Periodo T/s $T = t/10$							
T^2/s^2							
$\dfrac{\frac{1}{12}L^2 + d^2}{d}$							

2) Con los datos de la Tabla I represente $\dfrac{\frac{1}{12}L^2 + d^2}{d}$ en el eje de abscisas frente a T^2 en el de ordenadas, mida la pendiente de la recta y determine el valor de g. Calcule el error cometido.

3) Represente en le eje de abscisas d, frente a T. Determine en la gráfica obtenida la situación del mínimo y compare con el valor teórico dado por la ecuación (2).