PROBLEMAS DE LAS OLIMPIADAS INTERNACIONALES DE FÍSICA

José Luis Hernández Pérez

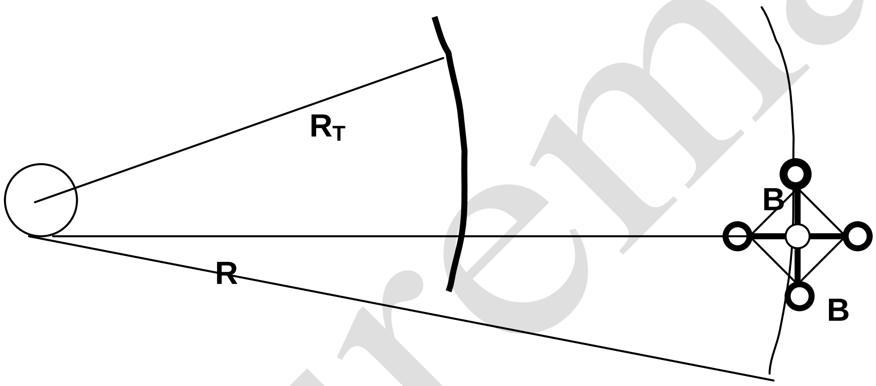
Agustín Lozano Pradillo

Madrid 2008

XXIII OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA.FINLANDIA.1992

1.- Un satélite circunvala la Tierra en una órbita circular en el plano ecuatorial. El satélite consiste en un cuerpo central P que se considera sin masa y cuatro cuerpos periféricos B de masa cada uno igual a m. Los cuerpos B están unidos a P por medio de hilos delgados de longitud r.

Todos los cuerpos del satélite, P y los B, son coplanarios con el plano ecuatorial terrestre y pueden rotar en ese plano. Los cuatro hilos radiales r, están unidos además por otros cuatro hilos de enlace, cuya misión es mantener entre los hilos radiales un ángulo constante de 90º



Todos los cuerpos B rotan alrededor del cuerpo central P con una velocidad angular ω respecto de las estrellas fijas.

En la figura el círculo blanco representa a P y los negros a B. La distancia PB = r

R_T es el radio de la tierra en el ecuador 6378 km

M es la masa de la tierra $5{,}974.10^{24}$ kg

R es la órbita del satélite y vale 6378+ 500 = 6878 km

m = 1000 kg ; r = 100 km ; ω = 10 revoluciones /hora

1) Calcular la fuerza ejercida por los hilos radiales sobre B en cada una de las cuatro posiciones indicadas en la figura

2) Dentro de cada uno de los cuerpos B existen unas máquinas conectadas a los hilos radiales y movidas por energía solar. Cada máquina tira del hilo hacia B, cuando la fuerza es máxima y lo desenrolla cuando la fuerza es mínima. Los hilos se estiran y encogen un 1% de su longitud media. Calcular la potencia neta media, la cual se define como

$$\frac{W_1 - W_2}{T}$$

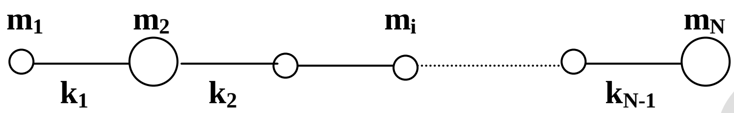
Siendo W_1 el trabajo que la máquina ejerce sobre el hilo cuando tira de él, y W_2 el trabajo que ejecuta el hilo sobre la máquina cuando éste se desenrolla. T es el periodo de rotación del satélite medido desde la Tierra

3) Analizar los cambios en el movimiento del satélite causados por las máquinas

Considerar que los cuerpos B pueden girar alrededor de P en dos sentidos posibles.

Dato . $G = 6{,}673.10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$

2.- En este problema se analiza el movimiento longitudinal de una molécula lineal, esto es, el movimiento a lo largo del eje de la molécula. Los movimientos de rotación y aleteo no se consideran. La molécula consiste en N átomos de masas m_1, m_2 .....m_N, respectivamente. Cada átomo está conectado a sus vecinos por un enlace químico. Cada enlace se representa por un muelle elástico que obedece a la ley de Hooke y cuyas constantes elásticas son respectivamente k_1, k_2 ....k_{N-1}. la molécula se representa en la figura inferior



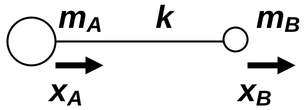
Una molécula lineal con N átomos

206

Para resolver el problema se tienen en cuenta los siguientes hechos: Las vibraciones longitudinales de la molécula consisten en una superposición de vibraciones separadas llamadas normales o modos normales. En un modo normal todos los átomos vibran con movimientos armónicos simples de la misma frecuencia y pasan simultáneamente por sus posiciones de equilibrio.

1)Designamos con x_i al desplazamiento del átomo i desde su posición de equilibrio. Calcular la expresión de la fuerza F_i sobre el átomo i en función de los desplazamientos x_1 , x_2 .....x_N y de las constante k_1, k_2...k_{N-1}. ¿Qué relación hay entre las fuerzas F_1, F_2 ....F_N? Utilizando estas relaciones obtener una relación entre los desplazamientos x_1 , x_2 .....x_N y dar una interpretación física de esta relación

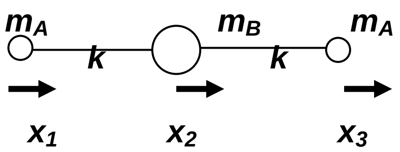
2) Analizar el movimiento de una molécula diatómica AB . El valor de la constante del muelle es k.. Calcular la expresión para las fuerzas que actúan sobre A y B.



La molécula diatómica AB

Determinar los posibles tipos de movimientos de la molécula. Calcular las frecuencias de vibración e interpretarlas. ¿Cómo es posible que los átomos vibren con la misma frecuencia aun cuando sus masas son diferentes?

3) Analizar el movimiento de una molécula triatómica BA_2



Expresar la fuerza neta sobre cada átomo en función de sus desplazamientos. Deduce los posibles movimientos de la molécula y las correspondientes frecuencias vibracionales.

4) Las frecuencias de los dos modos longitudinales de vibración del CO_2 son $3{,}998.10^{13}$ Hz y $7{,}042.10^{13}$ Hz respectivamente. Determinar el valor numérico de la constante del muelle del enlace CO

Datos: masas atómicas $C = 12\ u$, $O = 16\ u$; $u = 1{,}660.10^{-27}$

3.-En este problema se calculará la temperatura de un satélite espacial. El satélite es una esfera de 1 m de diámetro. Todo el satélite permanece a temperatura constante. Toda la superficie esférica del satélite esta recubierta por el mismo material. El satélite se encuentra cerca de la superficie de la Tierra pero no en su sombra.

La temperatura en la superficie del Sol es (su temperatura de cuerpo negro) 6000 K y su radio $6{,}96.10^{8}$ m. La distancia entre el Sol y la Tierra $1{,}5.10^{11}$ m. La radiación solar calienta al satélite hasta una temperatura a la cual la emisión como un cuerpo negro igual a la potencia absorbida de la luz del Sol.

La potencia emitida por un cuerpo negro obedece a la ley de Stefan-Boltzmann $P = \sigma T^4$, $\sigma = 5{,}67.10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} . En una primera aproximación se supone que el satélite y el Sol absorben toda la radiación electromagnética incidente sobre ellos.

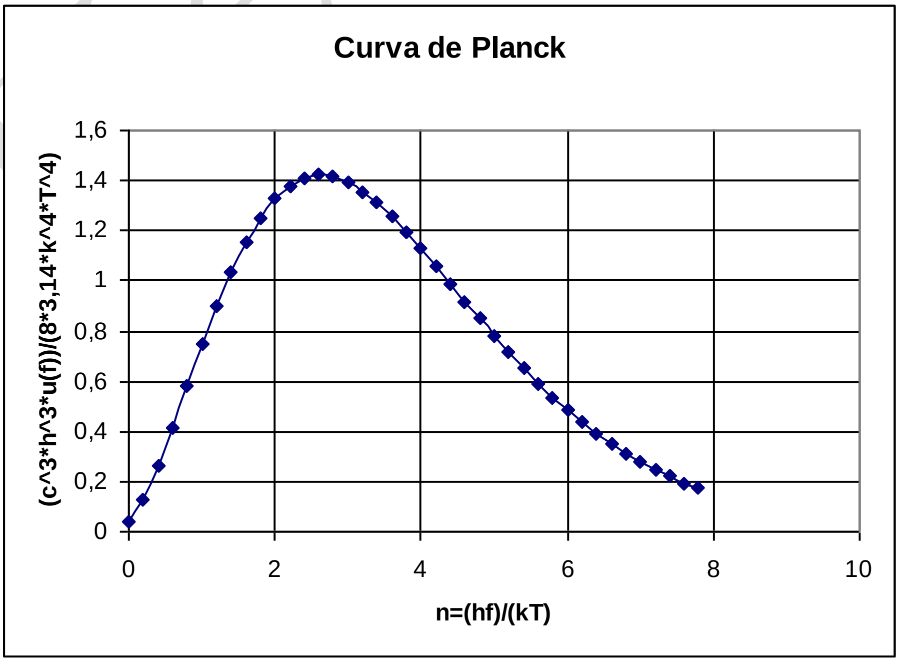
1) Encontrar una expresión para la temperatura del satélite y su valor numérico.

El espectro de radiación de un cuerpo negro obedece a la ley de Planck

$$u(T,f)\ df = \frac{8\pi\ k^4T^4}{c^3h^3}\frac{\eta^3 d\eta}{e^{\eta}-1} \quad ; \quad \eta = \frac{hf}{kT}$$

siendo u(T, f) la densidad de energía de la radiación electromagnética para un intervalo de frecuencias , (f , f +df), $h = 6{,}62.10^{-34}$ J.s es la constante de Planck y $k = 1{,}4.10^{-11}$ J.K^{-1} la de Boltzmann.

La figura muestra el espectro normalizado



El área bajo la curva mide la potencia total por unidad de área

En muchas aplicaciones se necesita mantener frío el satélite tanto como se pueda y para ello los ingenieros han diseñado un recubrimiento reflectante tal que existe una frecuencia de corte a partir de la cual el satélite no absorbe radiación. Esta frecuencia de corte vale $\frac{hf}{k} = 1200\ K$

2) Calcular la nueva temperatura de equilibrio del satélite
Para facilitar los cálculos

$$\int_0^\infty \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

Para valores pequeños de η *se puede hacer la siguiente aproximación*

$$e^\eta - 1 = \eta$$

3) Si un satélite dispone de paneles expandidos los cuales generan electricidad, los dispositivos electrónicos situados dentro del satélite producen calor . Suponiendo que la potencia interna es 1 kW ¿Cuál sería la temperatura del satélite en el caso 2?

4) Un fabricante anuncia una pintura con las siguientes características:
¨Esta pintura refleja más del 90% de toda la radiación incidente (tanto la visible como la infrarroja) pero es capaz de radiar a todas las frecuencias (visible e infrarrojo) como un cuerpo negro, disipando así el calor del satélite y manteniendo al satélite tan frío como sea posible¨
Razone si esta pintura puede existir

¿Qué propiedades deberá tener un recubrimiento con el fin de elevar la temperatura de un cuerpo esférico similar al del satélite considerando una temperatura superior a la calculada en 1?