

Un experimento con integración numérica

SOLUCIÓN

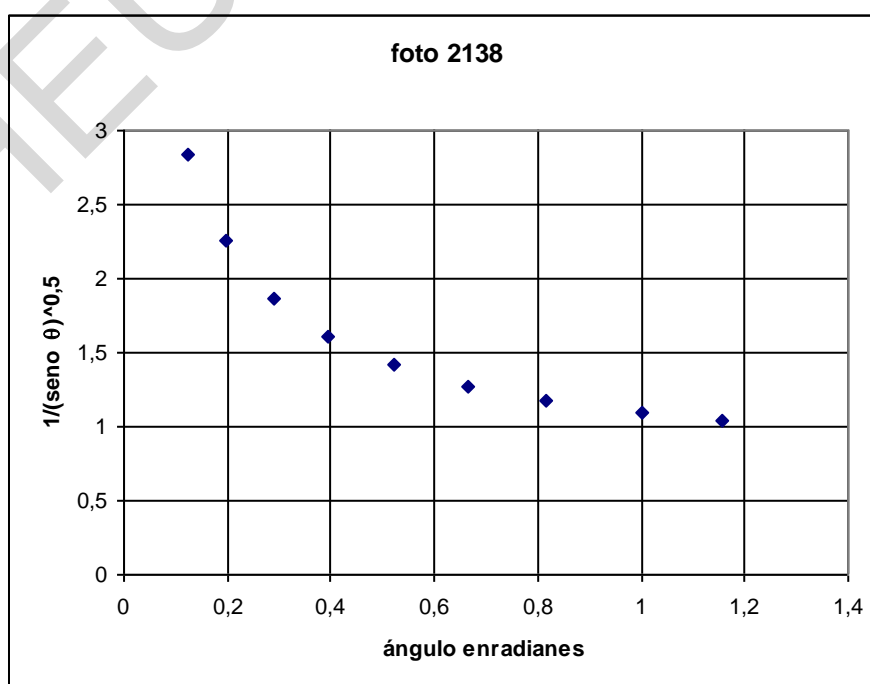
1) En la fotografía 2 (o en una fotocopia de ella) determine el factor de escala

$$f = \frac{91,9 \text{ cm reales}}{19,7 \text{ cm en la fotocopia}}$$

Tabla I

Ordenada y en cm en fotocopia	1,2	1,9	2,75	3,7	4,8	5,95	7,0	8,1	8,8
Ordenada y_{real} en metros	0,056	0,089	0,128	0,173	0,224	0,278	0,327	0,378	0,411
Seno $\theta = \frac{y_{\text{real}}}{d}$	0,125	0,199	0,286	0,385	0,499	0,618	0,728	0,842	0,915
$\frac{1}{\sqrt{\text{sen } \theta}}$	2,83	2,25	1,87	1,61	1,42	1,27	1,17	1,09	1,05
θ en rad	0,125	0,199	0,290	0,395	0,522	0,667	0,815	1,00	1,15

Represente θ en el eje de abscisas frente a $\frac{1}{\sqrt{\text{sen } \theta}}$ en el de ordenadas. Calcule el área comprendida entre la curva y el eje de abscisas.



15-jun-15

Varilla madera		T=65 ms	2 ventanas	f=91,9 cmreal/19,7 cm foto		
y cm fotos	y/ m real	tiempo	seno	1/(seno)^0,5	ángulo	área
1,2	0,0559797	0	0,12473194	2,83146474	0,12505766	0,187365419
1,9	0,08863452	0,0325	0,19749224	2,25022	0,19879912	0,18766966
2,75	0,1282868	0,065	0,28584403	1,87040405	0,2898871	0,182637959
3,7	0,17260406	0,0975	0,38459015	1,61250444	0,39476379	0,193197455
4,8	0,22391878	0,13	0,49892777	1,41573237	0,52236111	0,194055542
5,95	0,27756599	0,1625	0,61846254	1,27157886	0,66678468	0,180894527
7	0,32654822	0,195	0,72760299	1,17233778	0,81482126	0,210436598
8,1	0,37786294	0,2275	0,84194061	1,08983129	1,00086977	0,16431775
8,8	0,41051777	0,26	0,91470091	1,04558765	1,15476721	1,500457491

El área parcial entre el primero y el segundo punto se ha calculado de la siguiente manera:

$$\frac{2,83146474 + 2,25022}{2} \cdot (0,19879912 - 0,12505766) = 0,1857365419$$

Se ha aplicado esta fórmula en la última columna de la hoja de cálculo anterior.

Calcule el momento de inercia mediante la fórmula (1).

$$I = \frac{2 m g d}{(\text{Área})^2} (t_2 - t_1)^2 = \frac{2 \cdot 0,05651 \cdot 9,8 \cdot 0,4488}{(1,500457491)^2} \cdot (8 \cdot 0,0325)^2 = 0,015 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Determine el momento de inercia directamente con ayuda del teorema de Steiner.

$$I = \frac{1}{12} m L^2 + m d^2 = \frac{1}{12} 0,05651 \cdot (0,919)^2 + 0,05651 \cdot (0,4488)^2 = 0,015 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Sugerimos que haga los trapecios más pequeños y determine el área con mayor precisión, Ahora es imprescindible utilizar una hoja de cálculo

seno	1/(seno^0,5)	ángulo	área
0,12473194	2,83146476	0,12505766	0,02801602
0,13473194	2,7243614	0,13514293	0,02702991
0,14473194	2,62855948	0,14524205	0,02614871
0,15473194	2,54220176	0,15535612	0,02535584
0,16473194	2,46383201	0,16548623	0,02463822
0,17473194	2,39229014	0,17563351	0,02398534
0,18473194	2,326639	0,1857991	0,0233887
0,19473194	2,26611218	0,19598415	0,02284129
0,20473194	2,21007595	0,20618984	0,0223373
0,21473194	2,15800117	0,21641736	0,02187187
0,22473194	2,10944205	0,22666793	0,02144088
0,23473194	2,06402002	0,23694279	0,02104083
0,24473194	2,02141123	0,24724322	0,02066874
0,25473194	1,98133677	0,25757049	0,020322

0,26473194	1,94355497	0,26792593	0,01999839
0,27473194	1,90785526	0,2783109	0,01969595
0,28473194	1,87405316	0,28872678	0,01941297
0,29473194	1,84198631	0,29917499	0,01914795
0,30473194	1,81151115	0,30965697	0,01889957
0,31473194	1,78250021	0,32017423	0,01866666
0,32473194	1,75483988	0,33072829	0,01844817
0,33473194	1,72842852	0,34132075	0,01824319
0,34473194	1,70317486	0,35195321	0,01805089
0,35473194	1,67899674	0,36262735	0,01787053
0,36473194	1,65581992	0,37334489	0,01770145
0,37473194	1,63357713	0,38410763	0,01754308
0,38473194	1,61220728	0,39491739	0,01739487
0,39473194	1,59165473	0,40577608	0,01725637
0,40473194	1,57186868	0,41668567	0,01712714
0,41473194	1,55280263	0,42764819	0,01700682
0,42473194	1,53441395	0,43866577	0,01689508
0,43473194	1,51666347	0,4497406	0,0167916
0,44473194	1,49951509	0,46087495	0,01669615
0,45473194	1,48293553	0,47207121	0,01660848
0,46473194	1,46689402	0,48333185	0,0165284
0,47473194	1,45136209	0,49465944	0,01645575
0,48473194	1,4363133	0,50605667	0,01639038
0,49473194	1,42172312	0,51752635	0,01633219
0,50473194	1,40756872	0,52907142	0,01628107
0,51473194	1,39382882	0,54069496	0,01623698
0,52473194	1,38048359	0,55240019	0,01619987
0,53473194	1,36751449	0,56419049	0,01616973
0,54473194	1,35490417	0,57606943	0,01614656
0,55473194	1,34263639	0,58804076	0,01613042
0,56473194	1,33069592	0,6001084	0,01612135
0,57473194	1,31906845	0,61227655	0,01611946
0,58473194	1,30774055	0,62454958	0,01612485
0,59473194	1,29669958	0,63693217	0,01613769
0,60473194	1,28593361	0,64942925	0,01615813
0,61473194	1,27543142	0,66204606	0,01618641
0,62473194	1,26518241	0,67478819	0,01622277
0,63473194	1,25517657	0,68766157	0,01626751
0,64473194	1,24540443	0,70067256	0,01632096
0,65473194	1,23585704	0,71382792	0,0163835
0,66473194	1,22652591	0,72713495	0,01645558
0,67473194	1,21740299	0,74060145	0,0165377
0,68473194	1,20848067	0,75423582	0,01663044
0,69473194	1,19975168	0,76804715	0,01673445
0,70473194	1,19120915	0,78204525	0,01685047
0,71473194	1,18284654	0,79624076	0,01697935
0,72473194	1,17465762	0,81064528	0,01712207
0,73473194	1,16663645	0,82527144	0,01727974
0,74473194	1,15877738	0,84013308	0,01745363
0,75473194	1,15107504	0,85524542	0,01764523
0,76473194	1,14352427	0,87062521	0,01785625
0,77473194	1,13612017	0,88629103	0,01808869
0,78473194	1,12885805	0,90226354	0,01834487
0,79473194	1,12173344	0,91856581	0,01862757
0,80473194	1,11474204	0,93522378	0,01894004
0,81473194	1,10787976	0,95226674	0,01928619
0,82473194	1,10114267	0,96972803	0,01967075
0,83473194	1,09452701	0,9876458	0,02009948
0,84473194	1,08802918	1,0060641	0,02057947

ELMA-FQ

0,85473194 1,08164571 1,0250342 0,02111958
 0,86473194 1,0753733 1,04461639 0,02173105
 0,87473194 1,06920876 1,06488239 0,02242835
 0,88473194 1,06314903 1,08591858 0,02323049
 0,89473194 1,05719118 1,10783062 0,04934864
 0,91470091 1,04558765 1,15476722

1,49249504

$$I = \frac{2mgd}{(\text{Área})^2} (t_2 - t_1)^2 = \frac{2 \cdot 0,05651 \cdot 9,8 \cdot 0,4488}{(1,49249504)^2} \cdot (8 \cdot 0,0325)^2 = 0,015 \text{ kg.m}^2$$

Se obtienen el mismo valor para I que antes.

2) Vaya a la fotografía 1 y determine la distancia entre el centro de masas y el nuevo centro de suspensión
 $d=0,3491 \text{ m}$

En la fotografía 3 (o en una fotocopia de ella) determine el factor de escala

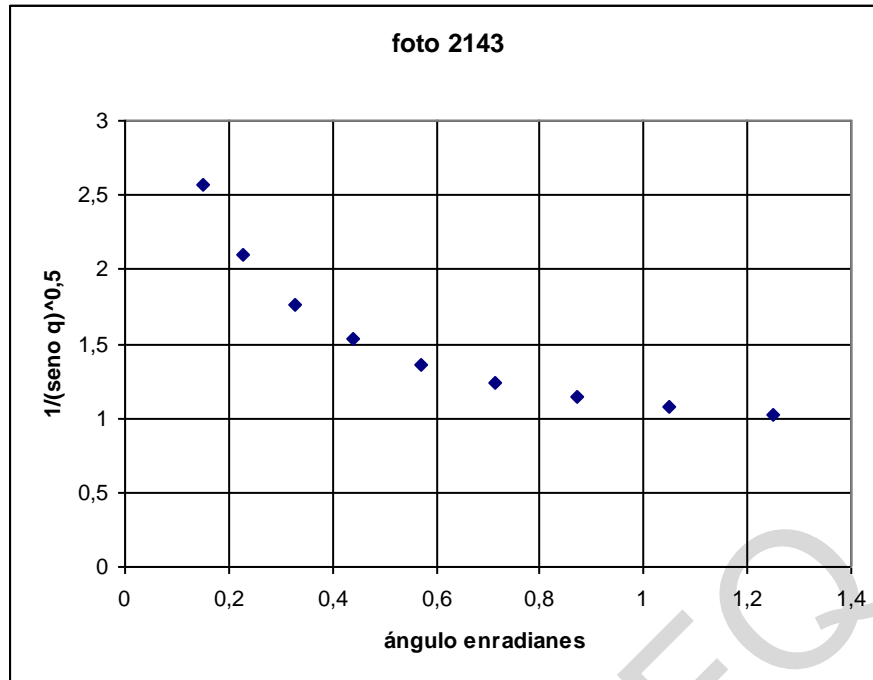
$$f = \frac{50 \text{ cm reales}}{11,4 \text{ cm en la fotocopia}}$$

Mida en la fotografía 3 (o en la fotocopia) las ordenadas del centro de masas y coloque los valores en la tabla II.

Tabla II

Ordenada y en cm en fotocopia	1,2	,8	2,55	3,4	4,3	5,2	6,1	6,9	7,55
Ordenada y_{real} en metros	0,0526	0,0789	0,112	0,149	0,189	0,228	0,268	0,303	0,331
Seno $\theta = \frac{y_{\text{real}}}{d}$	0,151	0,226	0,320	0,427	0,540	0,653	0,766	0,867	0,949
$\frac{1}{\sqrt{\text{sen } \theta}}$	2,58	2,10	1,77	1,53	1,36	1,24	1,14	1,07	1,03
θ en rad	0,151	0,228	0,326	0,441	0,571	0,712	0,873	1,049	1,249

Represente θ en el eje de abscisas frente a $\frac{1}{\sqrt{\text{sen } \theta}}$ en el de ordenadas.



Calcule el área comprendida entre la curva y el eje de abscisas. Utilice un método aproximado, asimile cada dos puntos consecutivos a un trapecio y calcule el área. Sume todas las áreas parciales y tendrá el valor aproximado de Área de la fórmula (1).

16-jun-15	L=91,9 cm	m=56,51 g	d agujeros 10 cm	foto 2143
Varilla madera	T=65 ms	2 ventanas	f=50 cm real/11,4 cm foto	

y cm fotos	y/ m real	tiempo	seno	1/(seno)^0,5	ángulo	área
1,2	0,05263158	0	0,15076362	2,57544171	0,15134067	0,179594745
1,8	0,07894737	0,0325	0,22614543	2,10283935	0,22811877	0,189617283
2,55	0,11184211	0,065	0,32037269	1,76673844	0,32612289	0,189944792
3,4	0,14912281	0,0975	0,42716358	1,53004037	0,44135342	0,186968543
4,3	0,18859649	0,13	0,5402363	1,36052999	0,57071788	0,183437615
5,2	0,22807018	0,1625	0,65330901	1,23720218	0,71194693	0,19183795
6,1	0,26754386	0,195	0,76638172	1,14229278	0,87318951	0,194750186
6,9	0,30263158	0,2275	0,8668908	1,07403344	1,04893095	0,209772137
7,55	0,33114035	0,26	0,94855443	1,02675984	1,2486385	1,525923251
						1,525923251

Calcule el momento de inercia mediante la fórmula (1).

$$I = \frac{2 m g d}{(\text{Área})^2} (t_2 - t_1)^2 = \frac{2 \cdot 0,05651 \cdot 9,8 \cdot 0,3491}{(1,525923251)^2} \cdot (8 \cdot 0,0325)^2 = 0,011 \text{ kg.m}^2$$

Determine el momento de inercia directamente con ayuda del teorema de Steiner.

$$I = \frac{1}{12} m L^2 + m d^2 = \frac{1}{12} 0,05651 \cdot (0,919)^2 + 0,05651 \cdot (0,3491)^2 = 0,011 \text{ kg m}^2$$

2) Vaya a la fotografía 1 y determine la distancia entre el centro de masas y el nuevo centro de suspensión,

$$d=0,2493 \text{ m}$$

En la fotografía 4 (o en una fotocopia de ella) determine el factor de escala

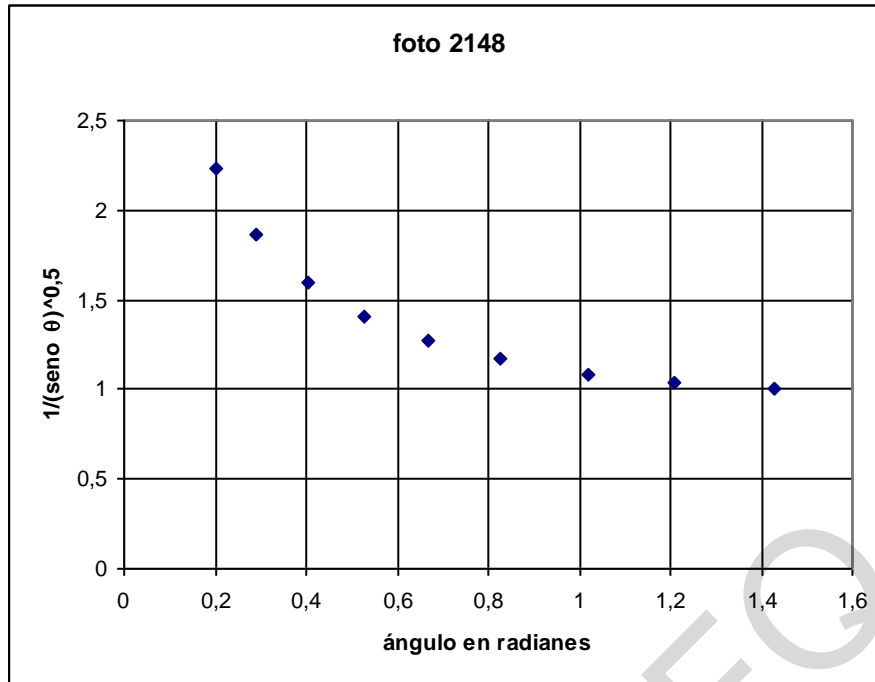
$$f = \frac{70 \text{ cm reales}}{18,15 \text{ cm en la fotocopia}}$$

Mida en la fotografía 4 (o en la fotocopia) las ordenadas del centro de masas y coloque los valores en la tabla III.

Tabla III

Ordenada y en cm en fotocopia	1,3	1,85	2,55	3,25	4,0	4,75	5,5	6,05	6,4
Ordenada y_{real} en metros	0,0501	0,0713	0,0983	0,125	0,154	0,183	0,212	0,233	0,247
Seno $\theta = y_{\text{real}}/d$	0,201	0,286	0,394	0,503	0,619	0,735	0,851	0,936	0,990
$\frac{1}{\sqrt{\text{sen } \theta}}$	2,23	1,87	1,59	1,41	1,27	1,17	1,08	1,03	1,00
θ en rad	0,202	0,290	0,406	0,527	0,667	0,825	1,018	1,211	1,430

Represente θ en el eje de abscisas frente a $\frac{1}{\sqrt{\text{sen } \theta}}$ en el de ordenadas.



Calcule el área comprendida entre la curva y el eje de abscisas. Utilice un método aproximado, asimile cada dos puntos consecutivos a un trapecio y calcule el área. Sume todas las áreas parciales y tendrá el valor aproximado de Área de la fórmula (1).

17 de junio 15 L=91,9 cm m=56,51 g d agujeros 10 cm foto 2148
 Varilla madera T=65 ms 2 ventanas f=70 cm real/18,15 cm foto

y cm fotos	y/ m real	tiempo	seno	1/(seno)^0,5	ángulo	área
1,3	0,05013774	0	0,20111408	2,22986596	0,20249511	0,179877527
1,85	0,07134986	0,0325	0,28620081	1,86923786	0,29025943	0,199473166
2,55	0,09834711	0,065	0,39449301	1,59213666	0,40551605	0,182099952
3,25	0,12534435	0,0975	0,50278521	1,41029106	0,52681785	0,188258548
4	0,15426997	0,13	0,61881256	1,27121918	0,66723018	0,192828145
4,75	0,18319559	0,1625	0,73483992	1,16655073	0,82543063	0,216291101
5,5	0,21212121	0,195	0,85086728	1,08409936	1,01763385	0,204706591
6,05	0,23333333	0,2275	0,935954	1,03364819	1,21095868	0,223240305
6,4	0,24683196	0,26	0,9901001	1,00498701	1,42996825	
						1.587570592

Calcule el momento de inercia mediante la fórmula (1).

$$I = \frac{2 m g d}{(\text{Área})^2} (t_2 - t_1)^2 = \frac{2 \cdot 0,05651 \cdot 9,8 \cdot 0,2493}{(1,587570592)^2} \cdot (8 \cdot 0,0325)^2 = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Determine el momento de inercia directamente con ayuda del teorema de Steiner.

$$I = \frac{1}{12} m L^2 + m d^2 = \frac{1}{12} 0,05651 \cdot (0,919)^2 + 0,05651 \cdot (0,2493)^2 = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$