PROBLEMAS DE

LAS OLIMPIADAS

INTERNACIONALES

DE FÍSICA

José Luis Hernández Pérez

Agustín Lozano Pradillo

Madrid 2008

XXVI OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. AUSTRALIA. 1995

1.-DESPLAZAMIENTO GRAVITACIONAL AL ROJO Y MEDIDA DE MASAS ESTELARES.

a) Un fotón de frecuencia f posee una masa inercial efectiva m determinada por su energía. Suponer que posee una masa gravitacional igual a su masa inercial. De acuerdo con esto, un fotón emitido en la superficie de una estrella perderá energía cuando escapa del campo gravitacional de la estrella. Mostrar que el desplazamiento de la frecuencia Δf del fotón cuando escapa desde la superficie de la estrella hasta el infinito está dado por:

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{GM}{Rc^2}$$

para $\Delta f \ll f$.
G= constante gravitacional; R=radio de la estrella; c= velocidad de la luz
M= masa de la estrella
Así si se conoce el desplazamiento hacia el rojo de una línea espectral medida muy lejos de la estrella se puede utilizar este dato para saber la razón M/R. El conocimiento de R permite calcular la masa M de la estrella.

b) Una nave espacial no tripulada se utiliza en un experimento para medir la masa M y el radio R de una estrella de nuestra galaxia. El ión He^+ emite fotones en a superficie de la estrella. Estos fotones pueden ser controlados mediante absorción resonante con iones He^+ contenidos en una cámara de pruebas situad en la nave. La absorción resonante ocurre solamente si la velocidad de los iones hacia la estrella permiten exactamente el desplazamiento hacia el rojo.
A medida que la nave espacial se aproxima radialmente a la estrella, la velocidad relativa $v=\beta c$ de los iones He^+ en absorción resonante se mide en función de la distancia d (muy próxima) a la superficie de la estrella..Los datos experimentales están recogidos en la tabla. Utilizar todos los datos de la tabla para determinar gráficamente la masa M y el radio R de la estrella.
Datos para la condición de resonancia

Parámetro de velocidad	$\beta=v/c(\times 10^{-5}$	*3,352*	*3,279*	*3,195*	*3,077*	*2,955*
Distancia desde la superficie de la estrella	$d(\times 10^{8}\ m)$	*38,90*	*19,98*	*13,32*	*8,99*	*6,67*

c) Cuando se determina R y M en un experimento, es normal considerar la corrección de frecuencias debido al retroceso del átomo emisor

c1.-Suponer que el átomo emisor está en reposo, produce un fotón y retrocede. Obtener la expresión relativista para la energía hf en función de ΔE (diferencia de energías entre los dos niveles del átomo) y de la masa en reposo m_o del átomo.

C2.- Estimar el valor numérico del desplazamiento relativista $\left(\frac{\Delta f}{f}\right)_{retroceso}$ para los iones He^+. La respuesta debe ser un valor mucho más pequeño que el desplazamiento gravitacional obtenido en b.

Datos

Velocidad dela luz,c = $3{,}0.10^8$ m/s

Energía en reposo del helio = m_oc^2=4*938 MeV

Energía de Bohr = $-\frac{13{,}6\,Z^2}{n^2}eV$

Constante de gravitación G=$6{,}7.10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

2. PROPAGACIÓN DEL SONIDO

La velocidad de propagación del sonido en el océano depende de la profundidad, temperatura y salinidad. La figura 1(a) indica cómo varía la velocidad del sonido con la profundidad z , para un caso en el que la mínima velocidad se sitúa a mitad de la distancia entre la superficie del océano y el lecho marino. En la gráfica se ha convenido que z=0 en el lugar de mínima velocidad, $z=z_s$ en la superficie del océano y z=-zb en el fondo. La velocidad por encima de z=0 vale $c=c_o+bz$ y por debajo de z=0, $c=c_o-bz$, b es el gradiente de la velocidad del sonido con la profundidad y es constante.

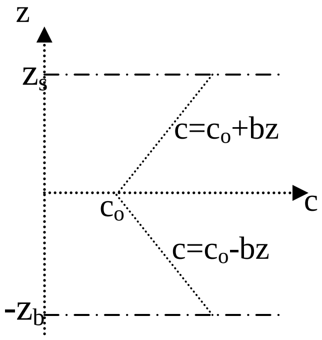

Fig.1(a)

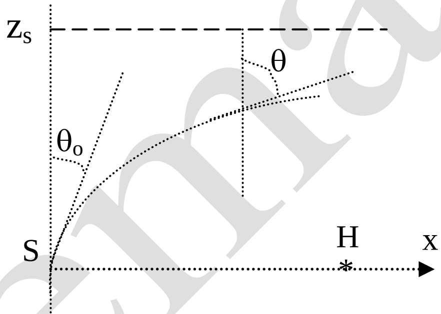

Fig.1(b)

La figura 1(b) muestra una sección del plano zx del océano, siendo x una dirección horizontal, En la posición z=0 y x=0 se coloca una fuente sonora S. Un rayo sonoro emitido por la fuente forma un ángulo θ_o como indica la figura, dicho rayo se refracta debido a que la velocidad del sonido depende de la profundidad

a) Mostrar que el rayo emitido por la fuente y obligado a desplazarse por el plano z-x forma un arco de círculo de radio

$$R = \frac{c_o}{b\, sen\theta_o} \quad para \ 0 \le \theta_o \le \frac{\pi}{2}$$

b) Obtenga una expresión en la que figuren z_s, , c_o y b que nos dé el valor más pequeño del ángulo θ_o , para que los rayos dirigidos hacia arriba puedan transmitirse sin que la onda sonora sufra reflexión en la superficie.

c) En la figura 1(b), H es un receptor del sonido que ocupa la posición z=0 , x=X. Obtenga una expresión en la que intervengan b, X y c_o , la cual nos indique los ángulos θ_o para los que la onda sonora partiendo de S puedan alcanzar al receptor H. Se supone que Z_s y Z_b son lo

suficientemente grandes para que no pueda haber reflexión ni en la superficie ni en el fondo del océano.

d) Calcular los cuatro valores más pequeños de θ_o que por refracción salgan de S y alcancen al receptor, cuando X= 10000 m ; c_o = 1500 m/s y b= 0,02000 s^{-1}

e) Obtenga una expresión que nos dé el tiempo que emplea el sonido desde S a H siguiendo la trayectoria que se corresponde al valor más pequeño de θ_o que se determinó en el apartado c). Calcule el valor numérico de ese tiempo con los datos aportados en el apartado d).
Calcule el tiempo que emplea la onda sonora en viajar de S a H en línea recta .¿Cuál de los dos rayos llega a H primero?

Ayuda $\int \frac{dx}{sen\, x} = ln\left[tag\left(\frac{x}{2}\right)\right]$.

3.BOYA CILÍNDRICA

Una boya consiste en un cilindro de radio a y longitud l, confeccionado con un material de densidad ligera d, el cual lleva adosado una quilla por la parte inferior media del cilindro a lo largo de su longitud. La quilla vista de frente parece una barra tal como se ve en la figura 1. La masa de la quilla es igual a la masa del cilindro, la altura de la quilla es igual al diámetro del cilindro y su densidad es mayor que la del agua de mar. La boya flota en el agua de mar cuya densidad es ρ.

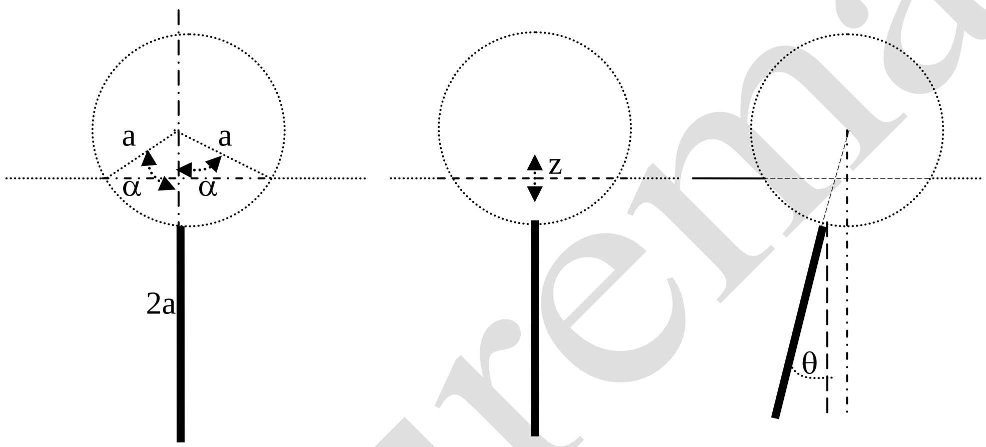

Fig. 1a Fig,1b Fig.1c

a) Para la posición de equilibrio obtenga una expresión relacionando el ángulo α de flotación con el cociente d/ρ Desprecie el volumen de la quilla. Ver la figura 1a.

b) Sobre la boya, debido a una perturbación, se hunde verticalmente una distancia pequeña z,, con lo que aparece una fuerza neta que produce un movimiento de oscilación vertical de la boya. Determinar la frecuencia de esta oscilación vertical en función de α, g y a. Admitir que la influencia del movimiento del agua en la dinámica del movimiento de la boya incrementa en un tercio su masa .Ver figura 1b.

c) En la aproximación de que el cilindro se balancea alrededor el eje central, determinar la frecuencia de este balanceo lateral en función de g y a. Despreciar la dinámica y viscosidad del agua en estew caso- El ángulo del balanceo se supone que es pequeño. Ver figura 1c.

d) La boya contiene acelerómetros muy sensibles que pueden medir tanto la oscilación vertical como el balanceo lateral. Con aguas en una calma

relativa el periodo de la oscilación vertical es de aproximadamente 1 segundo y el periodo del balanceo lateral de unos 1,5 segundos.
A partir de esta información confirmar que el ángulo de flotación α es aproximadamente 90º, y además estimar el radio y masa de la boya para la cual l=a.