

Estudio de un equilibrio sobre una pared vertical

Introducción

Este experimento trata sobre un equilibrio relativamente sencillo desde el punto de vista teórico pero algo complicado de realizar desde el punto de vista experimental, esta es la razón de advertir a los que intenten reproducirlo que hay que armarse de paciencia y tener cierta habilidad manual.

Fundamento teórico

En la figura 1 se representa un listón que se mantiene en equilibrio debido al apoyo de uno de sus extremos sobre una pared vertical fija y a la acción de una cuerda con un extremo unido al listón y el otro a la pared. Las fuerzas que actúan sobre el listón son: su peso mg aplicado en el centro de masas, la tensión T de la cuerda aplicada en un punto D a la izquierda del centro de masas y la fuerza que la pared ejerce sobre el listón, dado que no conocemos la dirección de esta fuerza, la descomponemos en sus dos componentes, uno en dirección horizontal y otro en dirección vertical, respectivamente R_x y R_y

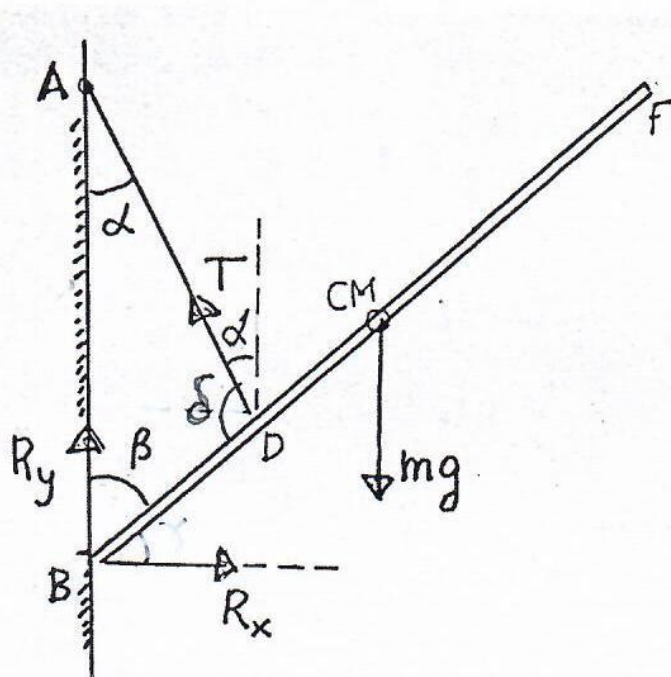


Fig. 1

$$BF = L \quad ; \quad BD = \ell$$

Al estar el listón en equilibrio la suma vectorial de las fuerzas es cero

$$T \cos \alpha + R_y - mg = 0$$

$$R_x - T \sin \alpha = 0$$

$$R_y = F_R = \mu N = \mu R_x \Rightarrow \mu = \frac{R_y}{R_x} = \frac{mg - T \cos \alpha}{T \sin \alpha} \quad (1)$$

μ es un coeficiente de rozamiento

La suma de momentos respecto al punto B es cero

$$\begin{aligned}
& -mg \cdot \frac{L}{2} \sin \beta + T \cos \alpha \cdot \ell \sin \beta + T \sin \alpha \cdot \ell \cos \beta = 0 \Rightarrow \\
\Rightarrow T \ell (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) &= mg \frac{L \sin \beta}{2} \Rightarrow T = \frac{L}{2 \ell} \frac{mg \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (2)
\end{aligned}$$

Sustituyendo T de (2) en la ecuación (1)

$$\begin{aligned}
\mu &= \frac{R_y}{R_x} = \frac{mg - T \cos \alpha}{T \sin \alpha} = \frac{mg}{T \sin \alpha} - \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{mg}{\frac{L}{2 \ell} \frac{mg \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot \sin \alpha} - \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow \\
\Rightarrow \mu &= \frac{2 \ell \sin(\alpha + \beta)}{L \sin \alpha \sin \beta} - \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{2 \ell \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{L \sin \alpha \sin \beta} - \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{2 \ell}{L} \left(\frac{1}{\tan \beta} + \frac{1}{\tan \alpha} \right) - \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow \\
\Rightarrow \mu &= \frac{2 \ell}{L \tan \beta} + \frac{1}{\tan \alpha} \left(\frac{2 \ell}{L} - 1 \right) \quad (3)
\end{aligned}$$

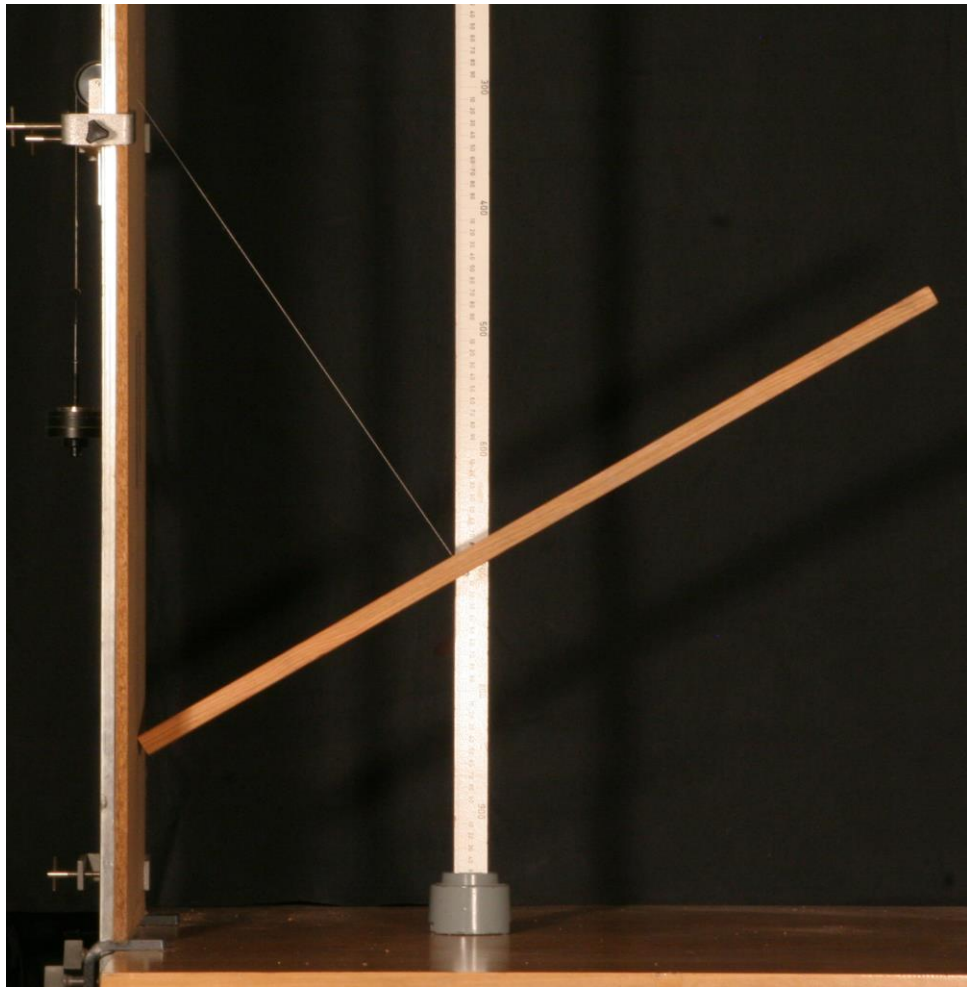
En el montaje experimental, la cuerda que aparece en la fotografía 1 va unida a una polea con muy poco rozamiento y buena calidad. (ver fotografías 1,2 y 3) El peso del portapesas y las pesas es la tensión de la cuerda., T., que denominamos tensión experimental.

Diseño del experimento

En todas las medidas del experimento se mantienen constantes, la masa del listón $m = 265,6$ gramos y la relación $\frac{L}{2 \ell} = 1,255$. Se colocan unas pesas en el portapesas, el peso el conjuntos pesas y portapesas es la tensión, que hemos llamado experimental, (ver fotografías 1,2 y 3).. Cuando logramos un equilibrio del sistema, hacemos una fotografía y medimos en ella los ángulos alfa y beta .(ver figura 1). Si sustituimos los ángulos medidos alfa en la ecuación (1) obtenemos valores del coeficiente de rozamiento que designamos como experimentales. Si los ángulos medidos, alfa y beta, los sustituimos en la ecuación (3) obtenemos valores de los coeficientes de rozamiento que designamos como teóricos teóricos. Finalmente se comparan ambos coeficientes de rozamiento.

.Cambiamos el número de pesas y operamos midiendo loas ángulos alfa y delta cada vez que logramos un equilibrio

En el experimento nosotros hicimos tres grupos de medidas Los ángulos α y β se miden a partir de fotografías realizadas cuando se logra un equilibrio. La fotografía 1 es una vista de un equilibrio y la fotografía 2 es una ampliación de la fotografía 1 y es en ella donde se miden los ángulos.



Fotografía 1.- *Vista general del dispositivo. La tensión experimental de la cuerda T se mide por el peso del portapesas y pesas que están situados detrás del tablero. La polea tiene muy poco rozamiento y es de muy buena calidad. La cuerda pasa a través del tablero por un agujero practicado en el mismo (ver fotografía 2).*

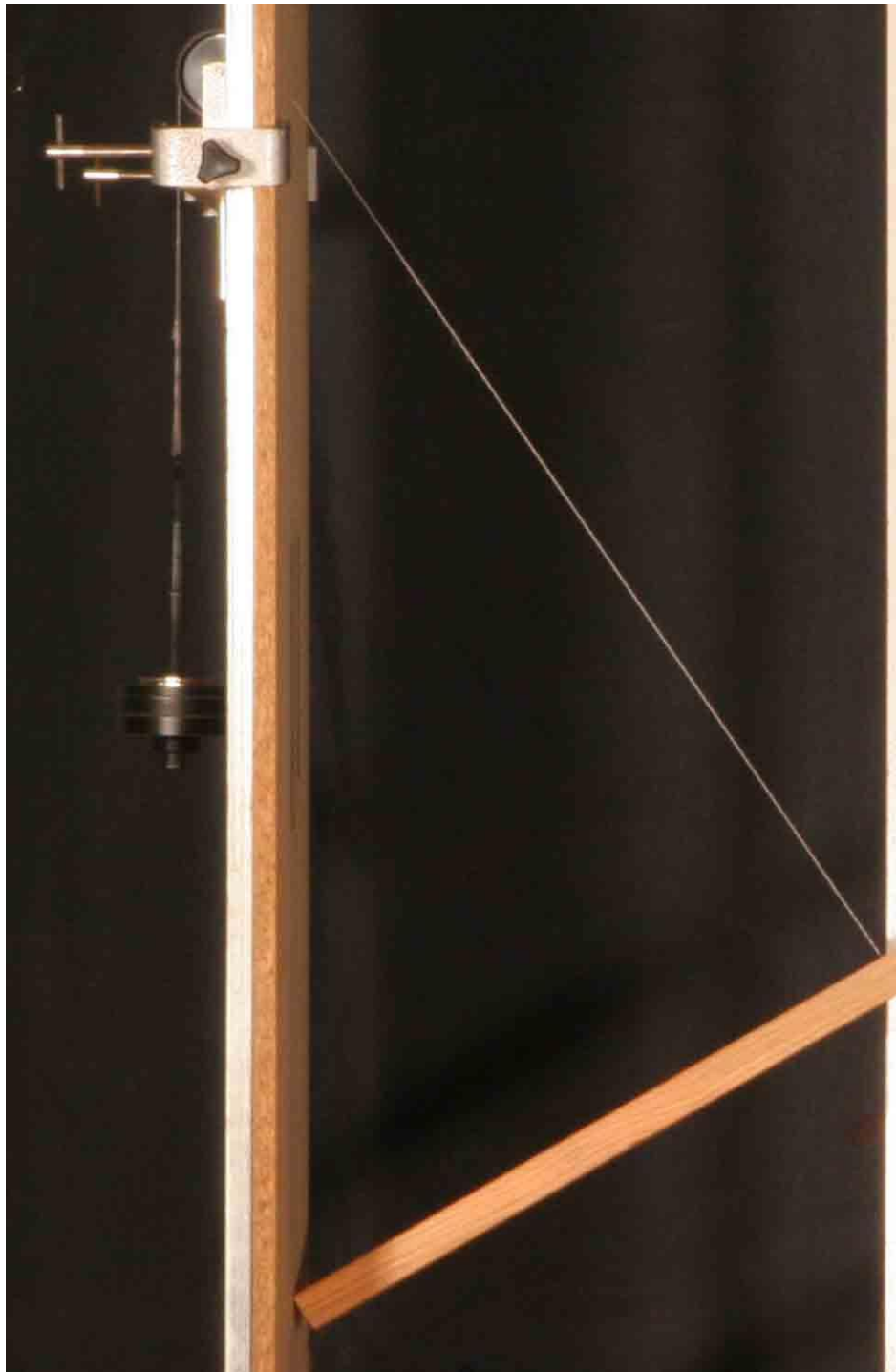
El listón de madera se puede apoyar sobre un tablero de madera o sobre una plancha de corcho colocada sobre el tablero.

La posición vertical del tablero es importante y se controla mediante un nivel de burbuja.

La fotografía 1 muestra el listón en equilibrio. .. La tensión experimental T de la cuerda es igual al peso del portapesas y pesas que se observan en las fotografías 2.y 3. La fotografía 3 es una ampliación de la fotografía 1 y tiene como finalidad medir los ángulos α y δ (ver figura1) y deducir el valor del ángulo β mediante la ecuación $\beta = 180 - (\alpha + \delta)$



Fotografía 2. Es la parte del sistema donde está colocada la polea con el portapesas y las pesas. El peso de estos es la tensión experimental T que actúa sobre la cuerda. Se desprecia cualquier rozamiento en la polea.



Fotografía 3.-Esta fotografía es una ampliación de la 1. Se hace esta ampliación para medir con mayor precisión los ángulos que figuran en las ecuaciones (1) y (2)



Fotografía 4.- El listón tiene una sección normal que es un rectángulo .En la fotografía se observa que el apoyo sobre el tablero es sobre una arista y esta es probablemente la razón de que sea tan costoso lograr los equilibrios.

Material

Tablero de madera
 Plancha de corcho
 Listón de madera
 Polea
 Portapesas y pesas
 Regla vertical sobre base de apoyo .

Medidas

Se han realizado tres series de medidas variando la tensión de la cuerda

1) Masa de las pesas y portapesas $m_p = 411,5$ gramos, lo que supone una tensión experimental $T = 0,4115 \cdot 9,8 = 4,033$ N

El valor de μ experimental se obtiene a partir de $T = 4,033$ N sustituyéndolo en la ecuación (1) junto con los valores de los ángulos alfa medidos en las fotografías.

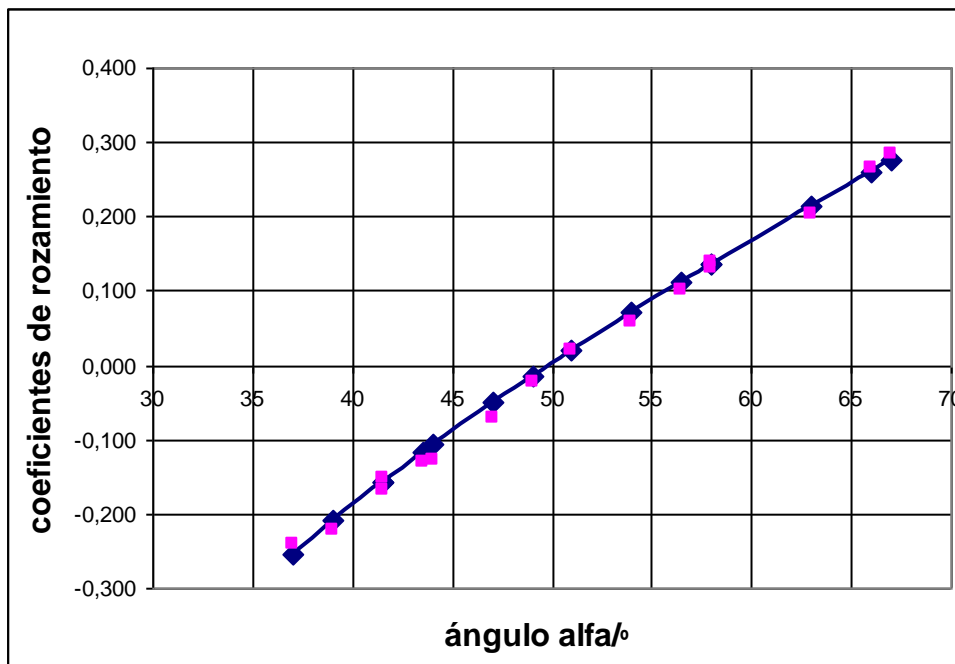
En la tabla siguiente μ experimental se ha obtenido a partir de la ecuación (1). Por ejemplo para $\alpha = 44^\circ$

$$\mu = \frac{R_y}{R_x} = \frac{mg - T \cos \alpha}{T \sin \alpha} = \frac{0,2656 \cdot 9,8 - 4,033 \cdot \cos 44}{4,033 \cdot \text{seno } 44} = -0,106$$

El μ teórico se obtiene de la ecuación (3)

$$\mu = \frac{2\ell}{L \operatorname{tag} \beta} + \frac{1}{\operatorname{tag} \alpha} \left(\frac{2\ell}{L} - 1 \right) = \frac{1}{1,255 * \operatorname{tag} 84} + \frac{1}{\operatorname{tag} 44} \left(\frac{1}{1,255} - 1 \right) = 0,0837 - 0,2104 = -0,127$$

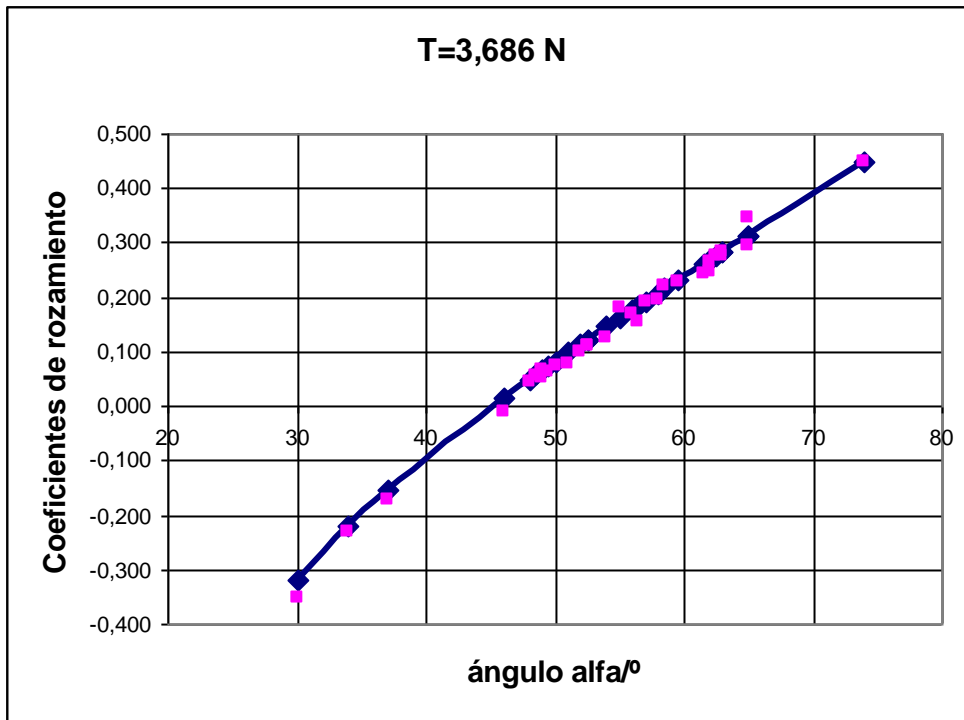
masa listón		T=4,033 N		L/2l = 1,255	mg= 2,603 N	2l/L = 0,7968
alfa/°	beta/°	alfa/rad	beta/rad	mu experimental	mu teórico	
37	88	0,64577182	1,53588974	-0,255	-0,242	
39	88	0,68067841	1,53588974	-0,209	-0,223	
41,5	84,5	0,72431164	1,47480322	-0,156	-0,153	
41,5	85,5	0,72431164	1,49225651	-0,156	-0,167	
43,5	84	0,75921822	1,46607657	-0,116	-0,130	
44	84	0,76794487	1,46607657	-0,106	-0,127	
47	81,5	0,82030475	1,42244334	-0,050	-0,070	
49	79	0,85521133	1,37881011	-0,014	-0,022	
51	77	0,89011792	1,34390352	0,021	0,019	
54	75,5	0,9424778	1,31772359	0,071	0,058	
56,5	73,5	0,98611103	1,282817	0,112	0,102	
58	71,5	1,01229097	1,24791042	0,136	0,140	
58	72	1,01229097	1,25663706	0,136	0,132	
63	69	1,09955743	1,20427718	0,215	0,202	
66	66	1,15191731	1,15191731	0,261	0,264	
67	65	1,1693706	1,13446401	0,277	0,285	



2) Masa de las pesas y portapesas $m_p = 376,1$ gramos, lo que supone una tensión experimental $T = 0,3761 \cdot 9,8 = 3,686$ N

Los cálculos se realizan tal como se ha explicado en el apartado anterior.

masa pesas = 376,1 g		T = 3,686 N			
alfa/°	beta/°	alfa/rad	beta/rad	mg = 2,603 mu experimental	2l/L = 0,7968 mu teórico
30	90	0,523598776	1,57079633	-0,320	-0,352
34	85	0,593411946	1,48352986	-0,220	-0,232
37	83	0,645771823	1,44862328	-0,154	-0,172
46	77	0,802851456	1,34390352	0,016	-0,012
48	74	0,837758041	1,29154365	0,050	0,046
48,5	73,5	0,846484687	1,282817	0,058	0,056
49	73	0,855211333	1,27409035	0,066	0,067
49	74	0,855211333	1,29154365	0,066	0,052
49,5	73,5	0,86393798	1,282817	0,075	0,062
50	73	0,872664626	1,27409035	0,083	0,073
51	73	0,890117919	1,27409035	0,099	0,079
52	72	0,907571211	1,25663706	0,115	0,100
52,5	71,5	0,916297857	1,24791042	0,123	0,111
52,5	71,5	0,916297857	1,24791042	0,123	0,111
54	71	0,942477796	1,23918377	0,146	0,127
55	68	0,959931089	1,18682389	0,162	0,180
56	69	0,977384381	1,20427718	0,177	0,169
56,5	70	0,986111027	1,22173048	0,185	0,156
57	68	0,994837674	1,18682389	0,193	0,190
58	68	1,012290966	1,18682389	0,208	0,195
58,5	66,5	1,021017612	1,16064395	0,215	0,222
59,5	66,5	1,038470905	1,16064395	0,231	0,227
61,5	66	1,07337749	1,15191731	0,261	0,244
62	65	1,082104136	1,13446401	0,268	0,264
62	66	1,082104136	1,15191731	0,268	0,247
62,5	64,5	1,090830782	1,12573737	0,276	0,274
63	64	1,099557429	1,11701072	0,283	0,285
63	64,5	1,099557429	1,12573737	0,283	0,277
65	64	1,134464014	1,11701072	0,313	0,294
65	61	1,134464014	1,06465084	0,313	0,347
74	57,5	1,291543646	1,00356432	0,448	0,449



3) Masa de las pesas y portapesas $m_p = 280,2$ gramos, lo que supone una tensión experimental $T = 0,2802 \cdot 9,8 = 2,746$ N

T=2,746 N

alfa/º	beta/º	alfa/rad	eta /rad	mu experimental	mu teórico
39,5	56,5	0,68940505	0,98611103	0,277166651	0,2808891
45	55	0,78539816	0,95993109	0,340567335	0,35472537
48	55	0,83775804	0,95993109	0,375153856	0,37496326
51	54	0,89011792	0,9424778	0,409966568	0,41436097
57	52	0,99483767	0,90757121	0,480862491	0,49056876
59	51	1,02974426	0,89011792	0,505019473	0,52314104
62	51	1,08210414	0,89011792	0,541881188	0,53719256
64	50,5	1,11701072	0,88139127	0,566929775	0,55772397
64	50	1,11701072	0,87266463	0,566929775	0,56948732
67	49	1,1693706	0,85521133	0,605312534	0,60639439

T=2,746 N

