PROBLEMAS DE LAS OLIMPIADAS INTERNACIONALES DE FÍSICA

José Luis Hernández Pérez

Agustín Lozano Pradillo

Madrid 2008

XXX OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. ITALIA. 1999

1) Un recipiente cilíndrico, con un eje vertical, contiene un gas molecular en equilibrio termodinámico. La base superior del cilindro se puede desplazar libremente y está hecha de vidrio. Esta cubierta supone que no existen pérdidas de gas y que la fricción entre ella y las paredes permite oscilar libremente y que además no existen pérdidas de energía comparable a las otras involucradas en el proceso. Inicialmente la temperatura del gas es igual a la de los alrededores. El gas puede considerarse como perfecto. Las paredes del cilindro incluidas sus bases tienen baja conductividad térmica y baja capacidad calorífica y eso conlleva que prácticamente no haya intercambio de calor entre gas y ambiente.
A través de la base de vidrio se envía la luz emitida por un láser de potencia constante, la cual es absorbida completamente por el gas contenido en el recipiente. Por dicha absorción las moléculas del gas pasan a estados excitados de energía, de los cuales y de forma rápida emiten energía en el infrarrojo retornando en etapas sucesivas al estado fundamental. Esta radiación infrarroja puede absorberse por otras moléculas y es reflejada por las paredes del cilindro incluida las bases. Como resultado final del proceso, la energía absorbida del láser en un tiempo muy corto revierte a energía de movimiento de las moléculas y permanece así durante largo tiempo.
Se observa que la base superior del cilindro se mueve hacia arriba, y después de un cierto tiempo de irradiación, ésta se interrumpe y se mide el desplazamiento sufrido por la base.

1) Calcular la temperatura y presión del gas después de la irradiación

2) Calcular el trabajo mecánico realizado por el gas después de la irradiación

3) Calcular la energía radiante absorbida durante la irradiación

4) Calcular la potencia emitida por el láser que es absorbida por el gas y el correspondiente número de fotones por unidad de tiempo

5) Calcular el rendimiento del proceso de conversión de la energía óptica en energía potencial de la base de vidrio del recipiente

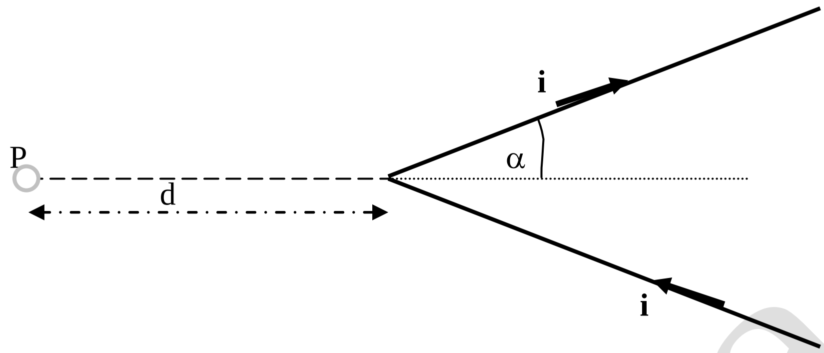
Si posteriormente el cilindro se gira 90º colocándolo en una posición horizontal y todavía es despreciable el intercambio de calor entre el gas y el recipiente

6) Establecer si existe algún cambio en la presión y temperatura del gas como consecuencia de la citada rotación y si es así calcular los nuevos valores.

Datos

Presión ambiente, p_o = 101,3 kPa; Temperatura ambiente, t_o=20,0ºC
Diámetro interior del cilindro, 2r = 100 mm
Masa de la base superior de vidrio, m= 800 g
Moles de gas en el recipiente, n =0,100 mol
*Calor especifico molar a volumen constante del gas, C_v =20,8 J/(mol*K);*
Longitud de onda del láser , λ = 514 nm, Tiempo de irradiación , Δt = 10,0 s
Desplazamiento de la base superior después de la irradiación
Δs= 30,0 mm

2) Por un hilo delgado muy largo circula una corriente constante i. Este hilo tiene forma de V con un semiángulo entre las dos ramas de valor α (medido en radianes).



De acuerdo con los cálculos de Ampère, el módulo del campo magnético B en el punto P, que está en el plano del conductor, a una distancia d, es proporcional a tag (α/2).

El trabajo de Ampére fue más tarde englobado en la teoría electromagnética de Maxwell y es universalmente aceptado.
Utilizando nuestros conocimientos actuales sobre el electromagnetismo

1.- Encontrar la dirección del campo B en el punto P

2.- Encontrar el factor de proporcionalidad k, tal que $B\ (P) = k\ tag\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

3.- Calcular el valor del campo B en un punto P_1 que dista d del vértice de la V pero que se encuentra dentro de ésta

4.- Con el fin de medir el campo magnético se coloca en P una pequeña aguja magnética, de momento de inercia I y momento dipolar magnético μ. Dicha aguja puede oscilar alrededor de un punto fijo en un plano que contiene la dirección de B. Calcular el periodo de las pequeñas oscilaciones que ejecuta esta aguja en función de B.

Biot-Savart establece que el campo magnético en el punto P está dado por la expresión

$$B(P) = \frac{\mu_o i\alpha}{\pi^2 d}$$

siendo m_o la permeabilidad magnética del vacío.

Para aclarar cuál de las dos expresiones del campo magnético (la de Ampêre y la de Biot –Savart) es la correcta, se mide el periodo de *oscilación de la aguja magnética en el punto P. La dificultad es que para ciertos valores del ángulo α la diferencia es muy pequeña y eso hace muy difícil la medida.*

5) Para establecer claramente la diferencia entre las dos teorías, los periodos dados por la ley de Ampère (T_A) y los dados por la ley de Biot-Savart (T_{BS}) necesitan que se diferencien como mínimo es un 10%, esto significa que

$$T_A > 1{,}10\ T_{BS}$$

Con este hecho buscar en qué rango del valor de α es posible distinguir entre las dos teorías.

3) En este problema se analiza el movimiento de una sonda espacial que pasa cerca del planeta Júpiter.
El planeta Júpiter describe una órbita elíptica alrededor del Sol que aproximadamente puede considerarse como una circunferencia de radio medio R.
1.- Encontrar la velocidad V del planeta alrededor del Sol

2.- Cuando la sonda está en el segmento que une el Sol con Júpiter calcular la distancia que existe desde Júpiter al lugar donde la atracción gravitatoria del Sol es igual a la de Júpiter

Una sonda espacial de m = 825 kg vuela hacia Júpiter. Para simplificar admitimos que la trayectoria de la sonda se encuentra en el plano de la órbita de Júpiter e ignoramos el caso en que la sonda es arrojada fuera del plano de la órbita.
Solamente consideramos lo que sucede en la región en la que la atracción de Júpiter predomina sobre el resto de las atracciones gravitatorias.
En el sistema de referencia ligado al centro del Sol la sonda espacial tiene una velocidad inicial $v_o = 1{,}00.10^{4}$ ***m/s en la dirección positiva del eje Y ,mientras que la velocidad de Júpiter está dirigida hacia el eje X negativo, tal como indica la figura 1.***

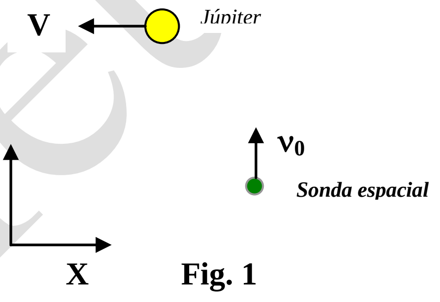


Fig. 1

Se entiende por velocidad inicial de la sonda cuando se encuentra en el espacio interplanetario, todavía lejos de Júpiter pero en una región donde la atracción del Sol es despreciable frente a la del planeta.

Se admite que la aproximación de la sonda a Júpiter ocurre en un tiempo relativamente corto para suponer que no existe cambio en la dirección de la órbita de Júpiter alrededor del Sol. Suponemos también que la sonda pasa por detrás de Júpiter, esto significa que su coordenada x es mayor para la sonda que para Júpiter cuando la coordenada y es la misma.

3.-Calcular la dirección del movimiento de la sonda (ángulo φ con la dirección del eje X) y su velocidad v' en el sistema de referencia de Júpiter , cuando la sonda todavía se encuentra lejos de Júpiter.

4) Calcular el valor de la energía mecánica E de la sonda en el sistema de referencia de Júpiter, considerando que la energía potencial es nula muy lejos de Júpiter y así la velocidad de la sonda es prácticamente constante. La trayectoria de la sonda en el sistema de referencia de Júpiter es una hipérbola cuya ecuación en coordenadas polares es

$$\frac{1}{r}=\frac{GM}{v'^2b^2}\left(1+\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}\cos\theta\right) \quad (1)$$

b es el parámetro de impacto distancia entre una de las asíntotas y el planeta, E es la energía mecánica total de la sonda en el sistema de referencia de Júpiter, G es la constante de gravitación universal, M la masa de Júpiter, m la masa de la sonda y r y θ son las coordenadas polares

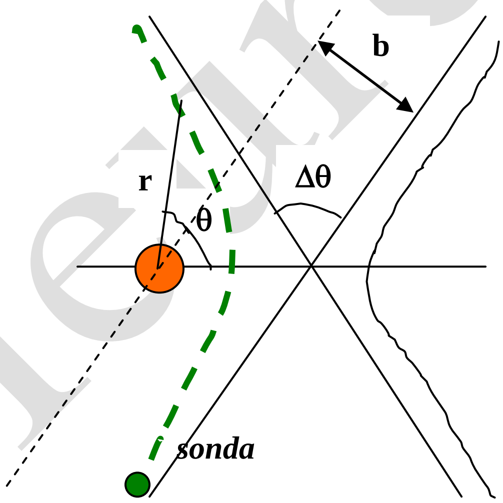


Fig. 2

5.-Utilice la ecuación (1) para calcular la desviación angular $\Delta\theta$ en el sistema de referencia de Júpiter en función de la velocidad inicial v' y del parámetro de impacto b

6.- Suponga que la sonda no puede acercarse a Júpiter a una distancia menor que tres radios de Júpiter, encuentre el parámetro de impacto mínimo y la máxima desviación posible.

7. Encuentre la velocidad final v'' de la sonda en el sistema de referencia del Sol en función de la velocidad V de Júpiter, de la velocidad inicial v_o y del ángulo de desviación $\Delta\theta$

8.- Utilice el resultado anterior para calcular el valor numérico de v'' cuando la desviación angular es la máxima posible

Datos

$G = 6{,}67.10\text{-}11$ N.m^2/kg^2

Masa de Júpiter, $M_J = 1{,}90.10^{27}$ kg

Radio de Júpiter , $R_J = 69{,}8.10^6$ m

Masa del Sol, $M_S = 1{,}99.10^{30}$ kg

Distancia del Sol a Júpiter , $d = 7{,}78.10^{11}$ m