PROBLEMAS DE LAS OLIMPIADAS INTERNACIONALES DE FÍSICA

José Luis Hernández Pérez

Agustín Lozano Pradillo

Madrid 2008

XXXI OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. GRAN BRETAÑA 2000

1.- Parte A

Un saltador de puentes está atado al extremo de una larga cuerda elástica. El saltador salta, a partir del reposo, desde lo alto de un puente y cae dirigiéndose al río que se encuentra debajo. Él no golpea al agua. La masa del saltador es m y la longitud sin estirar de la cuerda L. La cuerda posee una constante elástica k(fuerza para producir un alargamiento de un metro). La intensidad del campo gravitatorio es g.
Se admite que
El saltador es una masa puntual m atado al extremo de la cuerda
La masa de la cuerda es despreciable frente a m
La cuerda obedece a la ley de Hooke
La resistencia del aire no se considera en el salto

Calcule

a) ***La distancia recorrida por el saltador en su caída antes de que alcance el reposo instantáneo por vez primera***
b) ***La máxima velocidad alcanzada por el saltador durante su caída***
c) ***El tiempo de duración de la caída hasta el instante que alcance el reposo instantáneo por vez primera.***

1.- Parte B

Una máquina térmica opera entre dos fuentes de calor de temperaturas T_A y T_B (siendo $T_A>T_B$). Cada fuente posee una masa m y una capacidad calorífica constante c. Las fuentes permanecen a presión constante y no sufren cambios de estado durante el proceso.

1.Obtener una expresión para la temperatura final T_o alcanzada por las dos fuentes A y B, si la máquina extrae del sistema la máxima cantidad posible de trabajo mecánico que es posible teóricamente.

2.Calcular el máximo trabajo obtenido
La máquina opera entre dos tanques de agua cuyo volumen es 2,50 m^3, estando un tanque a 350 K y el otro a 300 K

3.Calcular la máxima cantidad de energía mecánica que se puede obtener.
Calor específico del agua = $4{,}19.10^3\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
Densidad del agua = $1{,}00.10^3\ kg.m^{-3}$

1.- Parte C

Se admite que cuando la Tierra se formó los isótopos ^{238}U y ^{235}U estaban presentes pero no los productos de su desintegración. La desintegración de ambos isótopos se utiliza para determinar la edad de la Tierra, T.
El isótopo ^{238}U se desintegra con una vida media (periodo de semidesintegración) de $4{,}50.10^{9}$ años. Los productos de tal desintegración poseen vidas medias cortas comparadas con el isótopo del uranio y no se tienen en cuenta. La serie radiactiva termina en el isótopo estable ^{206}Pb.

a) Calcular la expresión para el número de átomos de ^{206}Pb, designado como ^{206}n, formados para un tiempo t, en función del número de átomo. actuales de ^{238}U, designados como ^{206}N, y de la vida medida del isótopo del uranio.

b) De manera análoga el isótopo ^{235}U se desintegra con una vida media de 0,710.109 años hasta el isótopo estable ^{207}Pb. Encontrar la relación entre ^{207}n, ^{235}N y la vida medida de este isótopo del uranio

c) Un mineral de uranio mezclado con un mineral de plomo se analiza mediante un espectrómetro de masas. Las concentraciones relativas de los tres isótopos ^{204}Pb, ^{206}Pb, y ^{207}Pb, medidas por la razón del número de átomos es 1,00 : 29,6 : 22,6 respectivamente. El isótopo ^{204}Pb se utiliza como referencia y no es de origen radiactivo. El análisis de una muestra de plomo puro da una relación 1,00 : 17,9 : 15,5. La razón $^{238}N : ^{235}N$ es 137:1, calcule una ecuación para T.

d) Suponga que T es mucho mayor que la vida media de ambos isótopos del uranio, obtenga un valor para T

e) Este valor no es significativamente mayor que la vida media del isótopo de uranio 238, pero puede utilizarse para obtener un valor mucho más exacto para T. Estime el valor de la edad de la Tierra dentro de un margen de un 2%.

1.- Parte D

Una carga eléctrica Q está en el vacío distribuida uniformemente sobre una esfera de radio R.

a) Obtenga las expresiones para la intensidad del campo eléctrico apara las distancias $r \leq R$ y r>R

b) Obtenga la expresión de la energía asociada a esta distribución de carga

.

1.- Parte E

Un anillo de cobre de forma circular delgado puede girar alrededor de un diámetro dentro del campo magnético terrestre. La intensidad del magnético terrestre es 44,5 μT formando un ángulo de 64º por debajo de la horizontal. La densidad del cobre es d = $8{,}90.10^{3}$ kg/m^{3} y su resistividad $\rho = 1{,}70.10^{-8}$ Ωm. Calcular el tiempo que transcurre para que la velocidad angular del anillo se reduzca a la mitad, teniendo en cuenta que este tiempo es mucho mayor que el que tarda el anillo en dar una vuelta completa sobre sí mismo.
Se supone que no existe rozamiento de ningún tipo y que no se tienen en cuenta el fenómeno de autoinducción, aun cuando sus efectos pudieran ser no despreciables

2.- Un tubo de rayos catódicos consistente en un cañón de electrones y una pantalla, está colocado dentro de un campo magnético uniforme B paralelo al eje del haz del cañón, como indica la figura 2.1

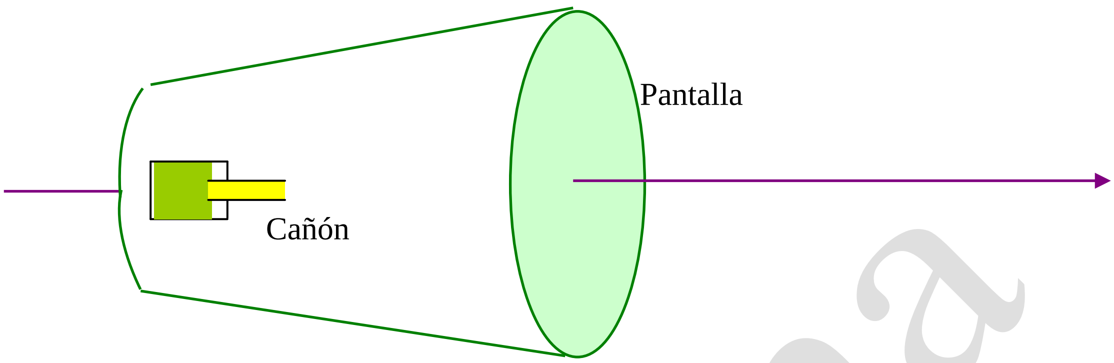


Fig. 2-1

El haz de electrones emerge por el eje, a partir del ánodo del cañón de electrones, con una divergencia de 5º, tal como indica la figura 2.2.En general en la pantalla se obtiene una mancha difusa, pero para ciertos valores del campo magnético se obtiene una mancha definida

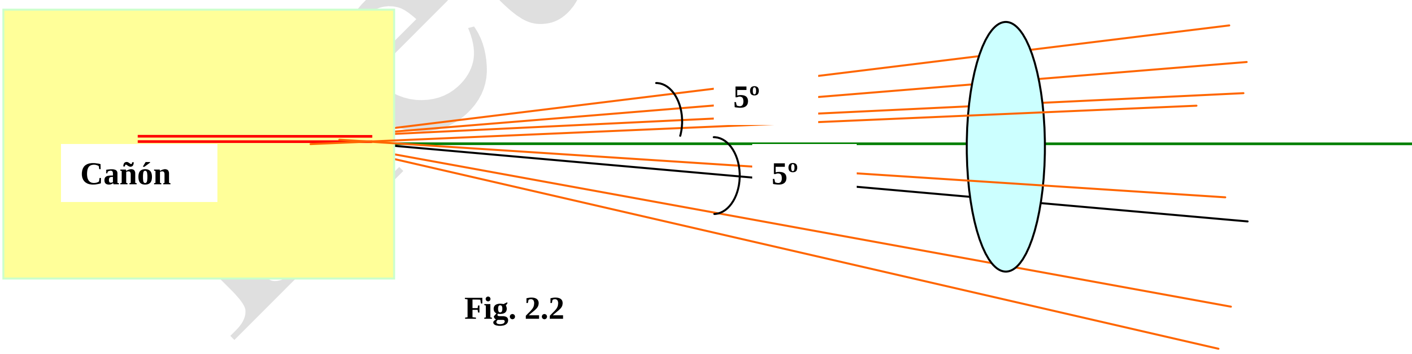


Fig. 2.2

a) Consideremos el movimiento de un electrón inicialmente moviéndose en un ángulo $\beta\,(0 \le \beta \le 5^{o})$ respecto del eje y teniendo presentes las componentes paralela y perpendicular al eje, obtenga una expresión para la relación carga/masa del electrón en función de las siguientes magnitudes

****El más pequeño campo magnético para el cual se obtiene una mancha bien definida***

**La diferencia de potencial aceleradora V del cañón de electrones (tenga en cuenta que (V< 2 kV)*

**D, la distancia entre el ánodo y la pantalla*

b) Consideren ahora otro método para evaluar la relación carga masa del electrón. El dispositivo se muestra en la figura 2.3 con una vista lateral y superior, también se indica la dirección del campo magnético B. En el interior de este campo magnético se han situado dos placas circulares de latón de radio ρ, separadas por una muy pequeña distancia t. Entre ambas placas se mantiene una diferencia de potencial V. Las placas son paralelas entre sí y coaxiales y su eje es perpendicular al campo magnético B. Existe una película fotográfica que cubre la superficie interior de un cilindro de radio ρ+s el cual es coaxial con las placas circulares. La película se encuentra a una distancia s del borde de las placas. Todo el dispositivo está en el vacío. Tenga presente que t es mucho más pequeño que s y ρ.

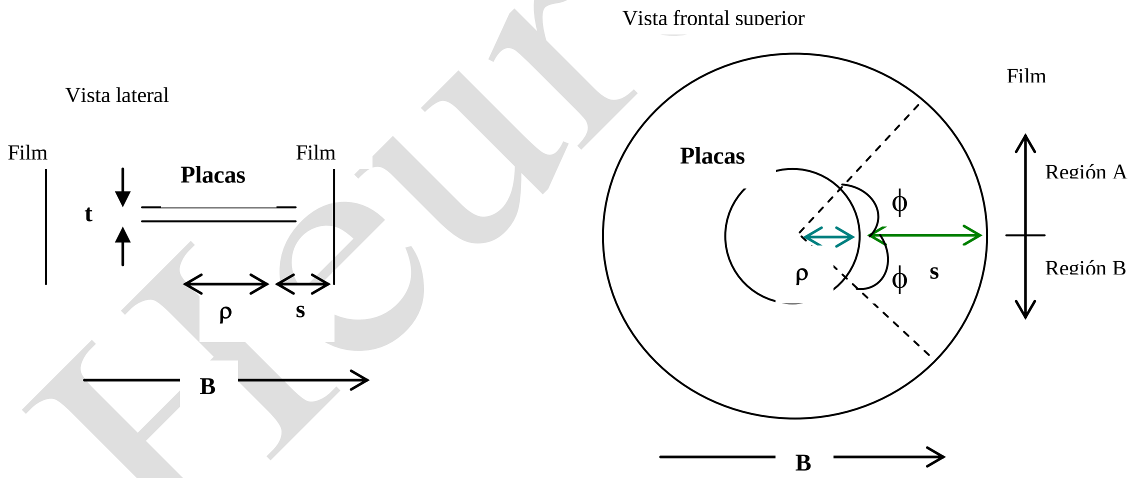


Fig.

Una fuente puntual que emite partículas β de forma uniforme en todas las direcciones con un cierto rango de velocidades, está colocada en el centro y a una distancia igual de ellos. La misma película se expone en tres condiciones diferentes

** Primero con B= 0 y V= 0*
**Segundo con B= Bo y V=Vo*
**Tercero con B= -B_o y V= -V_o*
donde B_o y V_o son cantidades positivas.
Cuando V>0 el plato superior está cargado positivamente y el campo magnético tiene la dirección indicada en la figura 2.3.

En dicha figura existen dos regiones para la película que se designan con las letras A y B. Después de la exposición y revelado de la película se muestra un bosquejo de esa película perteneciente a una de las regiones.

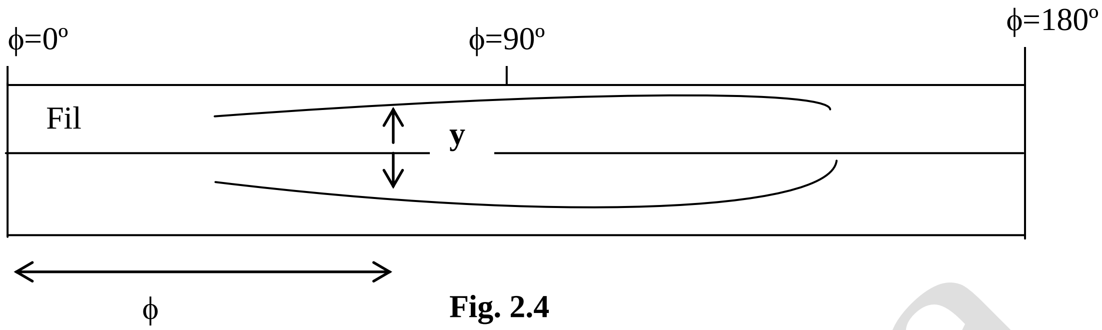


Fig. 2.4

Razonar a cuál de las dos pertenece.

C) Se hacen medidas, con ayuda de un microscopio, en la película revelada (fig 2.4) de la separación de las trazas más exteriores (y) en función del ángulo ϕ. Los resultados se recogen en la tabla 1. El ángulo ϕ se representa en la figura 2.3 y es el ángulo entre la dirección del campo magnético y la línea que une el centro de las placas con el punto elegido de la película.

Ángulo, ϕ/º	*90*	*60*	*50*	*40*	*30*	*23*
Separación, y/mm	*17,4*	*12,7*	*9,7*	*6,4*	*3,3*	*Fin de la traza*

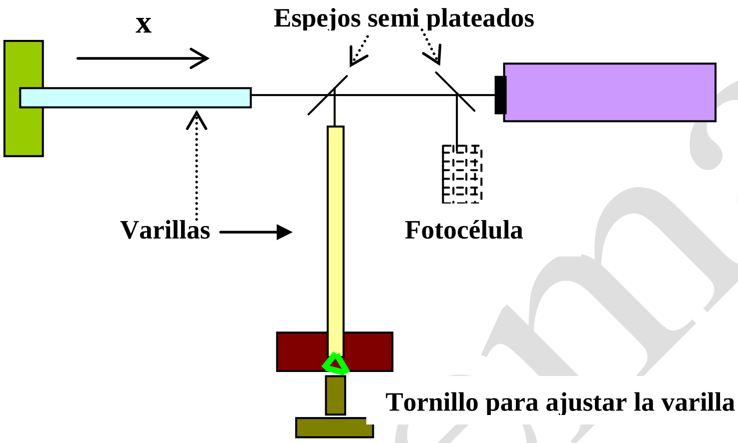
Los valores numéricos de los parámetros del sistema son
B_o= 6,91 mT ; V_o = 580 V ; t = 0,80 mm , s = 41,0 mm

Y los siguientes datos pueden utilizarse
Velocidad de la luz en el vacío , c = $3,00.10^{8}$ m/s y masa en reposo del electrón ,m = $9,11.10^{-31}$ kg
Calcular en eV la energía cinética máxima de la partícula β observada.

d) Utilizando la información del apartado c) obtener un valor de la relación carga/masa del electrón, la cual debe calcularse a partir de una gráfica apropiada

3.-Parte A

Esta parte se refiere a las dificultades que existen para detectar ondas gravitacionales generadas por sucesos astronómicos. Parece cierto que la explosión de una supernova distante puede producir fluctuaciones en la intensidad del campo gravitatorio terrestre del orden de 10^{-19} Nkg^{-1}.
Un modelo de detector de ondas gravitacionales consiste (ver figura 3.1)



en dos barras metálicas de 1m de longitud cada una que se mantienen de forma rígida en ángulo recto entre sí. Uno de los extremos de cada barra ha sido pulido y perfectamente aplanado y el otro se mantiene de forma rígida. Las barras reciben un impulso longitudinal breve mediante un dispositivo piezoeléctrico. A consecuencia de ello los extremos libres de las barras oscilan con un desplazamiento longitudinal dado por la ecuación

$$\Delta x_1 = a\ e^{-\mu t} \cos(\omega t + \varphi)$$

a, μ y ω son constantes

a) Si la amplitud del movimiento se reduce un 20% al cabo de 50 segundos, calcule el valor de μ

b) La velocidad de la onda longitudinal es $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Se debe calcular el valor mínimo de ω. Las barras son de aluminio cuya densidad es 2700 kg/m^3 y módulo de Young $E = 7{,}1.10^{10}$ Pa.

c) Es imposible construir dos barras que tengan exactamente la misma longitud, de modo que la señal de la fotocélula tiene un batido de 5.10^{-3} Hz.¿Cuál es la diferencia de longitud de las barras?

d) Para una barra de longitud l, obtenga una expresión algebraica que relacione un cambio de longitud Δl con un cambio en la intensidad del campo gravitatorio Δg. La expresión vendrá dada en función de l y otras constantes del material de la barra. La respuesta del detector a este cambio tiene lugar en la dirección de una de las ruedas.

e) La luz producida por un láser es monocromática y de longitud de onda 656 nm. Si el mínimo desplazamiento en las franjas de interferencia que se puede medir es 10^{-4} de la longitud de onda del láser, calcular el mínimo valor de l para que el dispositivo sea capaz de detectar una variación en g del orden de 10^{-19} $N*kg^{-1}$

Parte B

a) Un fotón emitido desde la superficie del Sol (masa M, radio R) es desplazado hacia el rojo. Suponiendo que la energía del fotón es equivalente a una masa en reposo, aplique la teoría gravitacional de Newton para mostrar que la efectiva (o medida) frecuencia del fotón en el infinito es reducida (corrimiento gravitacional al rojo) por el factor

$$1-\frac{GM}{Rc^2}$$

b) Una reducción de la frecuencia del fotón equivale a un incremento en su periodo, o utilizando el fotón como un reloj estándar, una dilatación del tiempo. Además se puede demostrar que una dilatación del tiempo está siempre acompañada por una contracción en la unidad de longitud por el mismo factor.
Ahora estudiaremos el efecto que esto tiene sobre la propagación de la luz en las proximidades del Sol. Vamos a definir como índice de refracción efectivo n_r en un punto r cercano a la superficie solar, al cociente

$$n_r=\frac{c}{c_r}$$

dónde c es la velocidad de la luz medida en un sistema de coordenadas muy lejos del Sol y c_r es la velocidad de la luz medida en un sistema de coordenadas a una distancia r del centro del Sol.
Demostrar que n_r se puede aproximar a

$$n_r=1+\frac{\alpha GM}{r\,c^2}$$

cuando $\frac{GM}{r\,c^2}$ es pequeño, siendo α una constante cuyo valor debe calcular.

c) Utilizando esta expresión de n_r, calcule en radianes la deflexión que sufre un rayo de luz respecto de su trayectoria recta cuando pasa por el borde del Sol.

Datos: Constante de Gravitación Universal G = 6,67.10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}
Masa del Sol, M = 1,99.10^{30} kg; Radio del Sol , R = 6,95.10^{8} m
Velocidad de la luz, c = 3,00.10^{8} m/s
Se puede necesitar la siguiente integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(x^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2}{a^2}$

Parte B

a).- Si consideramos que el fotón tiene una masa deducida de la relación

$$E = mc^2 = h\nu \quad \Rightarrow \quad m = \frac{h\nu}{c^2}$$

La energía potencial gravitatoria de una masa m es $-\frac{GMm}{r}$, siendo r la distancia de la masa m al centro del cuerpo de masa M. La conservación de la energía nos permite escribir

$$h\nu - \frac{GMm}{r} = h\nu - \frac{GMh\nu}{rc^2} = \mathrm{Constante}$$

Si aplicamos esta ecuación en la superficie del Sol y en el infinito, donde la energía potencial es nula

$$h\nu\left(1-\frac{GM}{Rc^2}\right) = h\nu_\infty \quad \Rightarrow \quad \nu_\infty = \nu\left(1-\frac{GM}{Rc^2}\right)$$