

PROBLEMAS DE

LAS OLIMPIADAS

INTERNACIONALES

DE FÍSICA

José Luis Hernández Pérez

Agustín Lozano Pradillo

Madrid 2008

XXXIII OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. INDONESIA
2002

I.-RADAR PENETRANTE BAJO TIERRA

1) El radar penetrante bajo tierra (GPR) se utiliza para detectar y localizar objetos que están bajo la superficie terrestre a poca profundidad, para ello, se envían ondas electromagnéticas al interior de la tierra y se reciben las ondas reflejadas por los objetos. La antena y el detector están colocados sobre la superficie terrestre y en el mismo lugar. Una onda electromagnética plana polarizada de frecuencia angular ω que se propaga en la dirección z está representada mediante la ecuación

$$E = E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$$

En la que E_0 es constante, α es el coeficiente de atenuación y β es el número de onda expresados por

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right]} \quad ; \quad \beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} + 1 \right]}$$

μ, ϵ y σ representan la permeabilidad magnética, la permitividad eléctrica y la conductividad eléctrica respectivamente.

La señal no se detecta cuando la amplitud de la señal del radar que proviene del objeto cae por debajo de $1/e$ (37%) de su valor inicial. Se emplea una onda electromagnética de frecuencia variable (10 MHz a 1000 MHz) con la finalidad de ajustar el rango y resolución de la detección.

El funcionamiento del GPR depende de su resolución, la cual representa la mínima separación entre dos objetos reflectantes que pueden detectarse. La mínima separación debe originar como mínimo una diferencia de fase de 180° entre las dos ondas reflejadas que llegan al detector

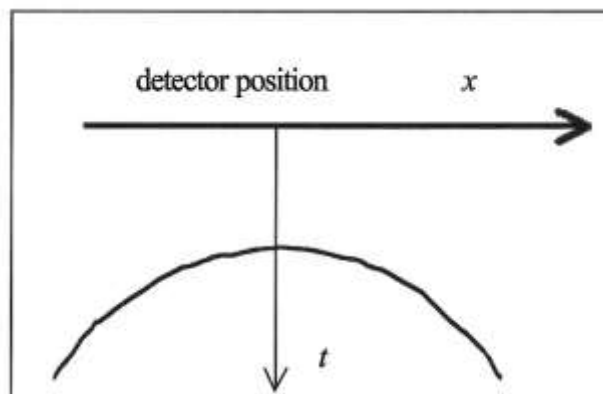
Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m y $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m

a) Suponer que la tierra es no magnética ($\mu = \mu_0$) cumpliéndose la condición $\left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon}\right)^2 \ll 1$. Obtenga la velocidad de propagación v en términos de μ y ϵ .

b) Calcular la máxima profundidad a la que se puede detectar un objeto si la conductividad de la tierra es $1,0 \text{ mS/m}$ y la permitividad $9\epsilon_0$, cumpliéndose la condición $\left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon}\right)^2 \ll 1$

c) Considerar dos barras conductoras paralelas que están enterradas bajo tierra a una profundidad de 4m . La tierra tiene una conductividad de $1,0\text{mS/m}$ y una permitividad de $9\epsilon_0$. Suponer que el GPR está situado por encima de una de las barras y suponer que el detector es puntual. Calcule la mínima frecuencia requerida para obtener una resolución lateral de 50 centímetros .

d) Para determinar la profundidad de una barra enterrada a una distancia d de la superficie terrestre se hacen medidas a lo largo de una línea perpendicular a la superficie terrestre y el resultado de las mismas se refleja en la siguiente gráfica



Gráfica del tiempo empleado t frente a la posición x del detector, t (mínimo) = 100 ns

Obtener la expresión matemática que relaciona t en función de x y calcular el valor de d .

II.-SEÑALES ELÉCTRICAS TRANSMITIDAS

Algunos animales marinos tienen la habilidad de detectar a otras criaturas situadas a cierta distancia debido a las corrientes eléctricas que producen estas criaturas al respirar o a otras contracciones musculares. Algunos predadores utilizan estas señales eléctricas para localizar a sus presas aun cuando se encuentren escondidas bajo la arena.

El mecanismo eléctrico que subyace en la generación de la corriente por parte de las presas y su detección por parte del predador pueden modelarse tal como indica la figura 1.

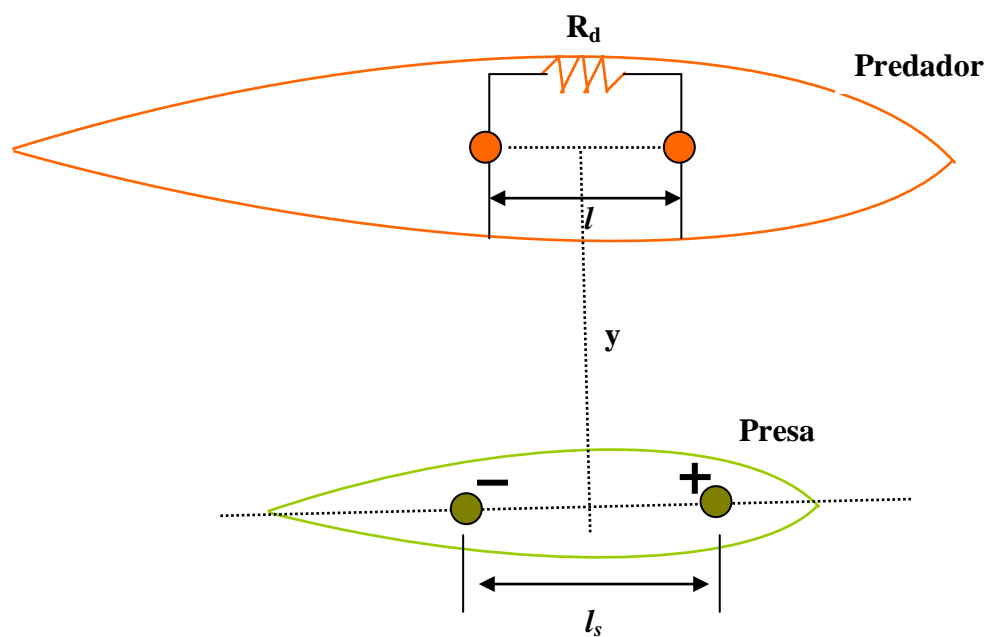


Fig1.- Un modelo para describir la detección de la potencia eléctrica proveniente de una presa hacia su predador

La corriente eléctrica generada por la presa fluye entre dos esferas con potenciales positivo y negativo situadas en el cuerpo de la presa. La distancia entre los centros de las dos esferas es l_s y cada esfera tiene un radio r_s , siendo r_s mucho más pequeño que la distancia l_s .

La resistividad del agua de mar es ρ . Se supone que la resistividad del cuerpo de la presa es igual a la del agua de mar, lo cual supone que se debe ignorar la frontera límite indicada en la figura 1 para la presa.

Con la finalidad de describir la detección de la potencia eléctrica por parte del predador, el detector se modeliza también mediante dos esferas situadas en su cuerpo y que se encuentran en contacto con el agua de mar, situadas de forma paralela a las de la presa. Ambas esferas se encuentran a una distancia l_d y cada una posee un radio r_d , siendo éste muy pequeño respecto de la distancia l_d . El campo eléctrico a lo largo de la línea de conexión de ambas esferas es constante. En este caso el centro del detector se encuentra a una distancia y por encima de la fuente como indica la figura 1.

El detector forma un circuito eléctrico cerrado formado por la presa, el agua de mar y el predador, tal como indica la figura 2.

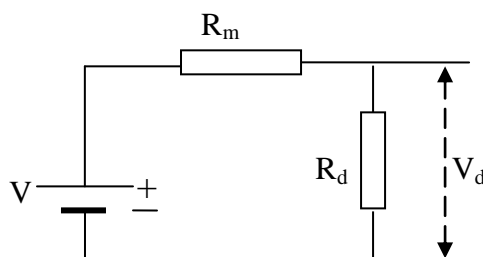


Fig 2.- El circuito cerrado es equivalente al del predador la presa y el agua de mar.

En la figura 2, V es la diferencia de voltaje entre las esferas del detector debido al campo eléctrico inducido por la presa, R_m es la resistencia eléctrica debida al agua de mar, V_d y R_d son respectivamente la diferencia de voltaje entre las esferas detectoras y la resistencia entre ellas debido al cuerpo del predador.

1.- Determinar la densidad de corriente \vec{j} (corriente por unidad de área) causada por una fuente de corriente puntual I_s a una distancia r en un medio infinito.

2.- Basado en la ley $\vec{E} = \rho \vec{j}$, calcular la intensidad del campo eléctrico E_p en el medio de las esferas de detección (punto P) para una corriente dada I_s entre las esferas del cuerpo de la presa.

3.- Determinar para la misma corriente I_s la diferencia de voltaje V_s entre las esferas de la presa y la resistencia eléctrica entre ellas y la potencia producida por la fuente

4.- Calcular R_m y V_d de la figura 2 y también la potencia transferida (P_d) desde la fuente al detector

5.-Calcular el valor óptimo de R_d que permite la máxima potencia de detección y determinar el valor de ésta.

III- VEHÍCULO PESADO MOVIÉNDOSE POR UN PLANO INCLINADO

La figura III-1 es un modelo simplificado de un vehículo pesado que tiene un cilindro en la parte trasera y otro en la delantera como ruedas y que se desplaza por un plano inclinado de ángulo q . Cada cilindro tiene una masa M y su forma (ver figura III.2), consiste en una cilindro hueco siendo el radio exterior $R_o = R$ y el interior $R_i = 0,8 R_o$, además lleva ocho radios iguales distribuidos simétricamente siendo la masa total $0,2 M$. La masa del tren de aterrizaje que soporta el armazón del vehículo se considera despreciable. El vehículo se desplaza hacia abajo de un plano inclinado por la acción del campo gravitatorio terrestre y de las fuerzas de rozamiento

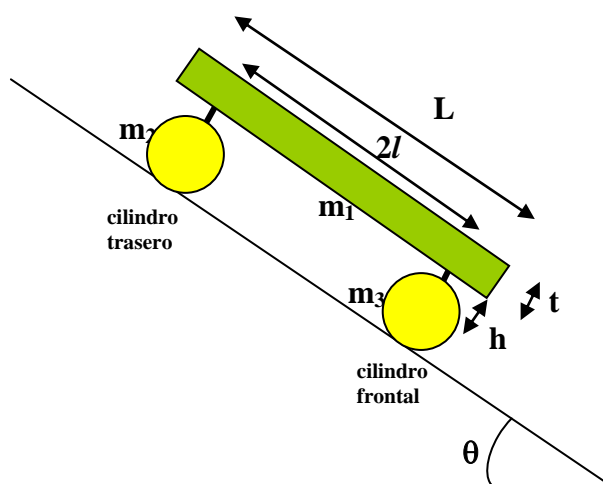


Fig. III-1

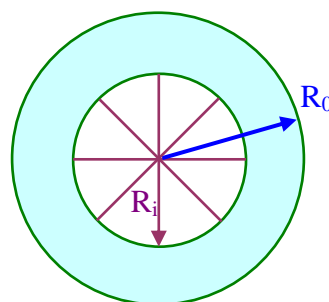


Fig. III-2

Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre los cilindros y la carretera son μ_s y μ_k respectivamente. El armazón del vehículo tiene una masa $5M$, una longitud L y un espesor t . La distancia entre los centros de los cilindros es $2l$ y éstos están dispuestos simétricamente respecto del armazón. La distancia desde el centro de un cilindro a la base inferior del armazón es h . El rozamiento entre eje y cilindro es despreciable.

1) Calcular el momento de inercia de cada cilindro

2) Dibujar todas las fuerzas que actúan en los cilindros y en el armazón. Escribir las ecuaciones de movimiento de cada parte (cilindros y armazón)

3) El vehículo parte del reposo y se mueve libremente bajo la influencia del campo gravitatorio. Calcular las aceleraciones para los siguientes casos: 1) rodadura pura de ambos cilindros 2) rodadura con deslizamiento de ambos cilindros 3) rodadura pura del cilindro delantero y rodadura con deslizamiento del trasero.

4) Suponer que después de que el vehículo ha recorrido una distancia d con rodadura pura penetra en una sección de la carretera en la que los coeficientes de rozamiento son menores μ_{ss} y μ_{kk} de modo que ambos cilindros comienzan a deslizar. Determinar la velocidad lineal y angular de cada cilindro después de que el vehículo haya viajado una distancia total de s metros. Se supone que d y s son mucho mayores que las dimensiones del vehículo.