

Potencia máxima en derivación

Introducción

La Física tiene dos ramas, que no son independientes y que podemos considerar como complementarias, son la teórica y la experimental. La experimental comprueba las deducciones que se obtienen en las teorías y puede ser el juez para dictaminar la bondad de una teoría. A su vez las teorías promueven experimentos que nadie haría si no existiese una base teórica.

En este experimento el alumno tiene que utilizar la teoría con su arma fundamental que son las matemáticas y luego cotejar lo que se ha deducido con el experimento. Las deducciones teóricas cuando aparecen en graficas son de por sí bellas, pero cuando se hace el experimento está belleza magistral se pierde debido a los errores de los instrumentos y a la habilidad del operador. No obstante, el científico debe saber discernir la influencia de los posibles errores que justifican una desviación entre el resultado experimental y el propuesto por la teoría.

En este experimento el alumno utiliza las matemáticas, llega con ellas a unas ecuaciones obtiene unas bellas gráficas teóricas, luego mide y esas medidas se traducen en gráficas (menos perfectas que las teóricas) y finalmente deduce el grado de concordancia entre la teoría y el experimento.

Cálculos teóricos

En la figura 1 está el circuito eléctrico con el que ahora debe trabajar teóricamente y en las fotografías 1 y 2 el experimental con el que debe obtener medidas.

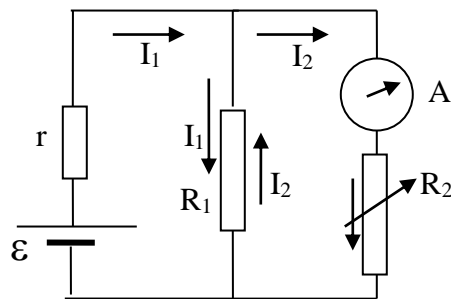


Fig.1

Son constantes: la fuerza electromotriz \mathcal{E} de la batería, las resistencias r y R_1 y variable la resistencia R_2 .

El problema teórico es a) deducir la intensidad de la corriente I_2 y b) deducir la potencia consumida por R_2 .

I_1 es la intensidad de la corriente que circula por la malla izquierda e I_2 la que lo hace por la malla derecha.

Aplicamos Kirchhoff a las dos mallas

$$I_1 r + (I_1 - I_2)R_1 = \varepsilon \Rightarrow I_1(r + R_1) = \varepsilon + I_2 R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon + I_2 R_1}{r + R_1}$$

$$I_2 R_2 + (I_2 - I_1)R_1 = 0 \Rightarrow I_2(R_1 + R_2) = I_1 R_1 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1 R_1}{R_1 + R_2}$$

Sustituimos la primera ecuación en la segunda

$$I_2 = \frac{\frac{\varepsilon + I_2 R_1}{r + R_1} \cdot R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_2(R_1 + R_2)(r + R_1) - I_2 R_1^2 = \varepsilon R_1 \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon R_1}{(R_1 + R_2)(r + R_1) - R_1^2} \quad (1)$$

La potencia consumida en la resistencia R_2 es:

$$P = I_2^2 R_2 = \left[\frac{\varepsilon R_1}{(R_1 + R_2)(r + R_1) - R_1^2} \right]^2 R_2 = \varepsilon^2 R_1^2 \frac{R_2}{[(R_1 + R_2)(r + R_1) - R_1^2]^2} \quad (2)$$

Las gráficas de (1) y (2) son curvas. Sobre la gráfica de la potencia podemos de forma teórica deducir si tiene un máximo o un mínimo, para ello derivamos la función $P=f(R_2)$ e igualamos a cero

$$\frac{dP}{dR_2} = \varepsilon^2 R_1^2 \frac{[(R_1 + R_2)(r + R_1) - R_1^2]^2 - R_2 \cdot 2[(R_1 + R_2)(r + R_1) - R_1^2](r + R_1)}{[(R_1 + R_2)(r + R_1) - R_1^2]^4} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [(R_1 + R_2)(r + R_1) - R_1^2] - 2R_2(r + R_1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 r + R_1^2 + rR_2 + R_1 R_2 - R_1^2 - 2rR_2 - 2R_1 R_2 = 0 \Rightarrow R_1 r - rR_2 - R_1 R_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{R_1 r}{r + R_1} \quad (3)$$

La ecuación (3) nos permite predecir que la curva de la potencia frente R_2 tiene un máximo o un mínimo.

Material

Dos pilas de petaca

Resistencia $r = 275 \Omega$

Resistencia $R_1 = 998 \Omega$

Multímetro

Juego de resistencias

Pinzas de cocodrilo y

Cables de conexión

Montaje

Utilice el multímetro como óhmetro y mida las resistencias r y R_1

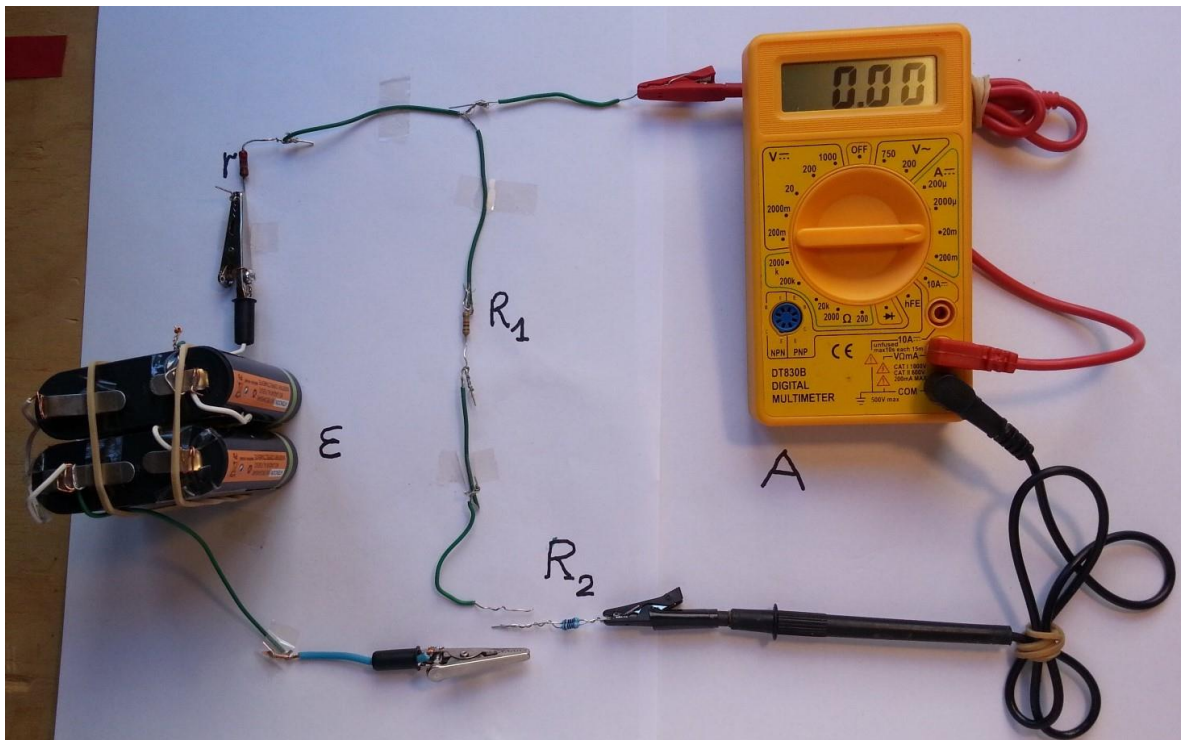
$r =$

$R_1 =$

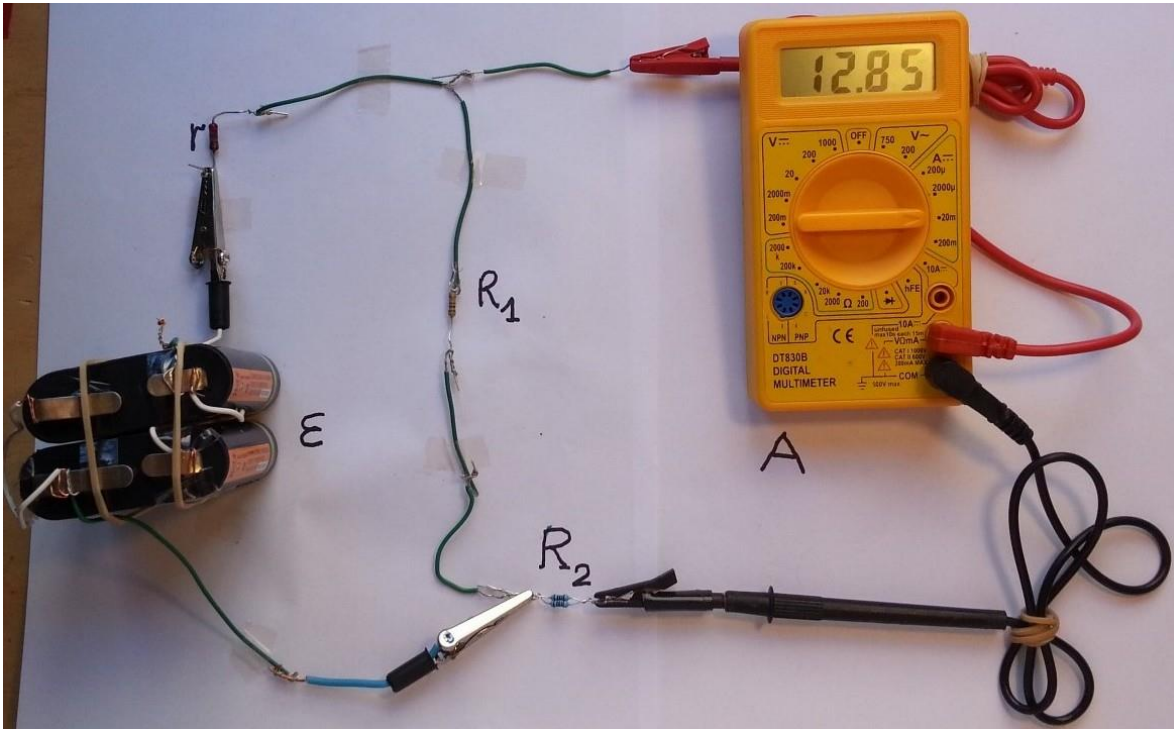
Utilice el multímetro como voltímetro en continua y mida la fuerza electromotriz de las pilas asociadas en paralelo

$\mathcal{E} =$

Monte un circuito semejante al de la figura 1. Las fotografías 1 y 2 son el circuito real de la figura 1



Fotografía 1.- El circuito está abierto y por eso el amperímetro marca cero. Las dos pilas de petaca se han montado en paralelo con la finalidad de que la fuerza electromotriz de las mismas varíe muy poco durante el experimento. El circuito debe estar cerrado solamente para la toma de medidas.



Fotografía 2.- El circuito está cerrado y por eso el amperímetro marca una cierta intensidad expresada en miliamperios. El circuito solamente se cierra en la toma de medidas y una vez hecha la medida se vuelve a la posición de abierto.

Medidas

- 1) Mida con el multímetro una resistencia anote su valor en la tabla I., luego colóquela en el circuito en la posición R_2 y el multímetro en la posición A. Cierre el circuito y anote la intensidad indicada por el multímetro. Inmediatamente abra al circuito.
- 2) La operación anterior ha de hacerla con las otras resistencias. Habrá de hacer combinaciones de resistencias en serie y en paralelo para abarcar tanto el máximo o el mínimo de la curva como antes y después de él.

Tabla de resultados experimentales

Tabla I

R_2/Ω									
I_2/mA									
Potencia $P=(I_2)^2 \cdot R_2$ I_2 en amperios P en vatios									

3) A partir de las ecuaciones (1) y (2) y utilizando los valores experimentales de \mathcal{E} , r y R_1 calcule la intensidad I_2 teórica y la potencia P teórica . Recoja los datos en la tabla II

Tabla de resultados teóricos

Tabla II

R_2/Ω									
I_2/A									
Potencia $P=(I_2)^2 \cdot R_2$ P en vatios									

4) Represente en una gráfica los valores de la intensidad (eje de ordenadas) frente a los valores de R_2 en el eje de abscisas. En la misma gráfica ponga los valores de las dos tablas.

5) Represente en una gráfica la potencia (eje de ordenadas) frente a R_2 en el eje de abscisas. .En la misma gráfica deben ir los valores de las dos tablas.

6) Determine aproximadamente el error mayor entre los valores teóricos y experimentales en las dos gráficas.

7) Calcule el valor de la resistencia R_2 para el que la potencia es máxima. Utilice la ecuación (3). Compruebe si la gráfica experimental de la potencia da un valor próximo al teórico