PROBLEMAS DE

LAS OLIMPIADAS

INTERNACIONALES

DE FÍSICA

José Luis Hernández Pérez

Agustín Lozano Pradillo

Madrid 2008

XXXVII OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. SINGAPUR. 2006

I.-LA GRAVEDAD EN UN INTERFERÓMETRO DE NEUTRONES

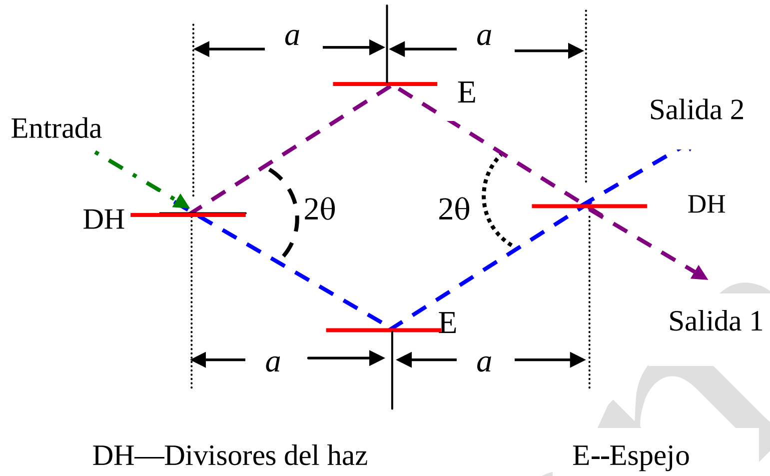


Fig.1a

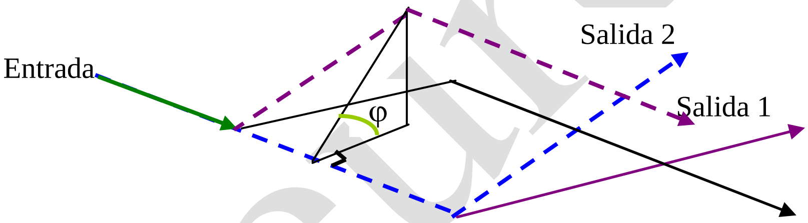


Fig. 1b

Situación física

Consideremos el famoso experimento de Collela, Overhauser y Werner con un interferómetro de neutrote, pero idealizado porque consideramos perfectos los divisores del haz de neutrones y los espejos dentro del interferómetro. El experimento estudia la influencia de la gravedad en las ondas de De Broglie de los neutrones.

La simbologías utilizada en la figura 1 es análoga a la utilizada en un interferómetro óptico.Los neutrones ingresan el interferómetro por la "Entrada" y siguen los dos caminos mostrados. Los neutrones son detectados ya sea a la "Salida 1" o en la "Salida 2". Los dos caminos encierran un área en forma de rombo que es usualmente de unos cm^2***.***

Las ondas de De Broglie de longitud de onda típica de 10^{-10} m interfieren de tal forma que todos los neutrones emergen del interferómetro a través de la "Salida 1" cuando el plano del interferómetro es horizontal. Cuando el interferómetro se rota un ángulo ϕ alrededor de un eje en la dirección del haz incidente de neutrones, se observa una redistribución de neutrones entre las "Salida 1" y "Salida 2" Que depende al ángulo ϕ.

Geometría

Cuando ϕ=0º el plano del interferómetro es horizontal ; cuando ϕ =90º el plano es vertical, con las salidas del interferómetro situadas por encima del eje de rotación.

1.1.- ¿Cuál es el valor del área A del rombo delimitada por los dos caminos de los neutrones en el interferómetro?
1.2.- ¿Cuál es la altura H de la "Salida 1" sobre el plano horizontal del eje de rotación?
Exprese A y H en función de a , θ y ϕ.

Longitud del camino óptico

La longitud de camino óptico o simplemente camino óptico N_{opt} (valor numérico) es el cociente entre la longitud geométrica del camino (una distancia) y la longitud de onda λ. Si λ cambia a lo largo del camino, N_{opt} se calcula integrando λ^{-1} a lo largo del camino.
1.3.- ¿Cuál es la diferencia ΔN_{opt} entre los dos caminos ópticos cuando el interferómetro está girado un ángulo ϕ ? Expresa la respuesta en función de a ,θ y ϕ, la masa del neutrón M, la longitud de onda de De Broglie λ_o de los neutrones que llegan a la "Entrada" , la aceleración de la gravedad g, y la constante de Planck h.
1.4.- Defina el parámetro de volumen $V = \dfrac{h^2}{gM^2}$ y exprese ΔN_{opt} , únicamente en función de A, V , λ_o y ϕ. Calcule el valor de V para los valores M= $1{,}675.10^{-27}$ kg, g = 9,800 ms^{-2} y h=$6{,}626.10^{-34}$ Js.
1.5.- ¿Cuántos ciclos (de alta intensidad a baja intensidad y de vuelta a alta intensidad) son completados por la "Salida 1" cuando ϕ aumenta de ϕ=-90º a ϕ=90º?

Datos experimentales

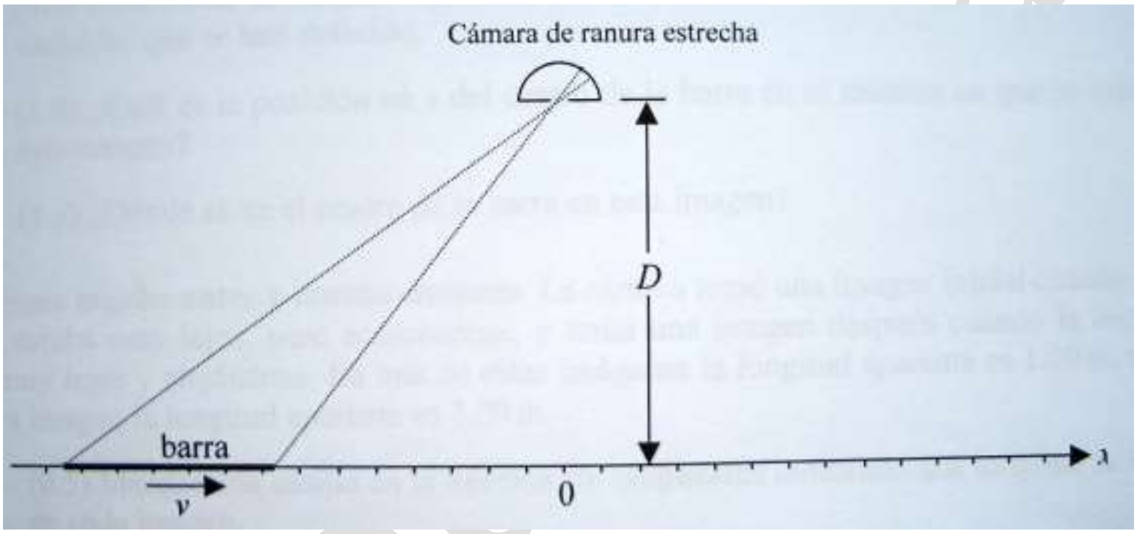
En un experimento real con un interferómetro caracterizado por los valores a =3,600 cm y ϕ = 22,10º se observan 19,00 ciclos completos

1.6.- ¿Cuál es el valor de λ_o en el experimento?

1.7.- ¿Si se observan 30 ciclos completos en otro experimento del mismo tipo que utiliza neutrones con λ_o=0,2000 nm , cuál es el valor del área A?
Ayuda: Si $|\alpha x|$ << 1 , se puede sustituir $(1+x)^{\alpha}$ por 1+αx

II.-CONTRACCIÓN DE UNA BARRA EN MOVIMIENTO

Descripción. ***La cámara con ranura estrecha se encuentra en la posición x=0 y a una distancia D del eje x,(ver figura. inferior) de manera tal que la foto de la barra se toma al abrir la ranura un pequeño instante de tiempo. Las marcas equidistantes en el eje x permiten determinar la*** **longitud aparente** ***de la barra, a partir de la imagen en la foto. En la foto de la barra en*** ***reposo*** ***su longitud es L, sin embargo la barra no está en reposo, sino que se mueve con una velocidad constante v a lo largo del eje x.***



Relaciones básicas. ***Una imagen tomada por la cámara muestra un segmento diminuto de la barra situado en la posición*** $\tilde{x}$

2.1.- ¿Cuál es la posición en x de este segmento en el instante en que se toma la imagen? Dar la respuesta en función de $\tilde{x}$***, D, L, v, y c (velocidad de la luz,*** 3.10^{8} ***m/s) . Utilice las siguientes definiciones***

$$\beta = \frac{v}{c} \qquad y \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^{2}}}$$

2.2.- Obtenga además la relación inversa

Nota.- La posición en x en cada cuadro es la posición establecida con la cámara en reposo

Longitud aparente de la barra. ***La cámara toma una imagen en el instante en que la posición del centro de la barra corresponde a cierto punto*** x_o **.**
2.3.- Determinar la longitud aparente de la barra en esta imagen en función de las variables anteriores

2.4. Indique cómo varía la longitud aparente con el tiempo.

Imagen simétrica. ***Una de las imágenes de la cámara muestra los dos extremos de la barra a la misma distancia de la ranura de la cámara***

2.5.- Determinar la longitud aparente de la barra en esta imagen en función de las variables anteriores

2.6.- ¿Cuál es la posición en x del centro de la barra en el instante en que se toma esta imagen?

2.7.- ¿Dónde se ve el centro de la barra en esta imagen?

Imágenes mucho antes y mucho después. ***La cámara tomó una imagen inicial cuando la barra estaba muy lejos, pero acercándose y toma una imagen después cuando la barra está muy lejos y alejándose. En una de estas imágenes la longitud aparente es 1,00 m y en la otra 3,00 m.***

2.8.-Indique que longitud se ve en cada imagen

2.9 Calcule la velocidad v

2.10 Determine la longitud de la barra en reposo

2.11.- Deduzca la longitud aparente de la barra en la imagen simétrica

PROBLEMA TEÓRICO 3

a) Cámara digital

Considere una cámara digital con un chip CCD cuadrado de lado L = 35 mm que tiene un número de pixeles igual a N_p = 5 Mpix (1 Mpix = 10^6 pixeles).La lente de la cámara tiene una distancia focal de f = 38 mm . La conocida secuencia de números (2; 2,8 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 11 ; 16 ; 22) que aparece en la lente se refiere al llamado número –F, que se denota F# y se define como el cociente entre la distancia focal f y el diámetro D de apertura de la lente

$$F\# = \frac{f}{D}$$

3.1.- Encuentre la mejor posible resolución espacial Δx_{min} permitida por las lentes en el chip de la cámara. Exprese el resultado en función de la longitud de onda λ y F# y calcule el valor numérico para λ = 500 nm.

3.2.- Encuentre el número N de Mpix que el chip CCD debería poseer para que pueda igualar la resolución óptima anterior.

3.3.-Algunas veces los fotógrafos tratan de utilizar una cámara con la menor apertura posible. Suponga que tiene una cámara con No = 16 Mpix , con el mismo tamaño de chip CCD y la misma distancia focal que la cámara descrita anteriormente¿ Qué valor de F# debemos elegir para que la calidad de la imagen no esté limitada por la óptica?

3.4.- Sabiendo que el ojo humano tiene una resolución aproximada de ϕ = 2 arcs y que una impresora fotográfica típica imprime un mínimo de 300 ppp (puntos por pulgada) ¿A qué distancia mínima z debe separar la página impresa de sus ojos para no distinguir puntos individuales?

1 arcs= $2{,}91.10^{-4}$ rad ; 1 pulgada = 25,4 mm

b) Huevo duro

Un huevo sacado directamente del frigorífico, a una temperatura T_o = 4ºC, se introduce en un recipiente con agua que se mantiene hirviendo a una temperatura T_1.

3.5.- ¿Qué cantidad de energía U se necesita para dejar el huevo coagulado?

3.6.-¿Cuál es el flujo de calor J que se transmite al huevo?

3.7.- ¿Cuánto vale la potencia P de calor transmitida al huevo?

3.8.-¿Cuánto tiempo se necesita cocer el huevo para que se transforme en un huevo duro?

Ayuda.- Puede utilizarse la forma simplificada de la ley de Fourier $J = \kappa \frac{\Delta T}{\Delta r}$,donde ΔT es la variación de la temperatura al variar la distancia en el valor Δr.Las unidades de J son Wm^{-2}.

Datos.- Densidad de masa del huevo : $\mu = 10^3$ kg/m^3

Capacidad calorífica específica del huevo : C = 4,2 $JK^{-1}g^{-1}$

Radio del huevo : R =2,5 cm

Temperatura de congelación de la albúmina (proteína del huevo) : T_c = 65º

Coeficiente de transferencia de calor κ = 0,64 WK^{-1} m^{-1} (suponga que es la misma para la albúmina sólida y líquida)

c) Rayos

Se presenta un modelo simplificado de rayos. Los rayos son causados por una acumulación de carga electrostática en las nubes. Como consecuencia la parte inferior de las nubes suele adquirir carga positiva, y la superior negativa y el suelo bajo la nube adquiere carga negativa. Cuando e campo eléctrico que se genera sobrepasa el valor crítico para la ruptura dieléctrica del aire, se produce una descarga: el rayo

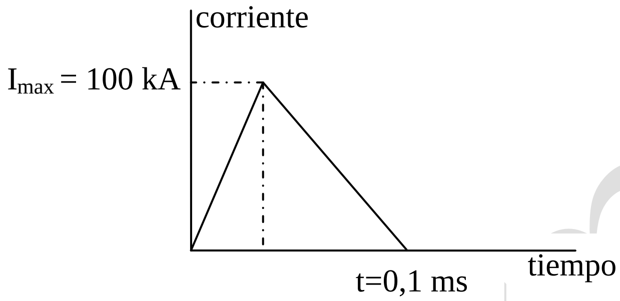


Fig.3.1.-Pulso de corriente idealizado fluyendo desde la parte inferior de una nube al suelo durante una descarga eléctrica

A partir de la gráfica anterior conteste.

3.9.- ¿Cuál es la carga total Q descargada por un rayo?

3.10.- ¿Cuál es la corriente promedio I que fluye entre la parte inferior de la nube y el suelo durante una descarga?
3.11. Imagine que la energía de todas las tormentas de un año se acumula y reparte entre toda la población mundial ¿Cuánto tiempo podría mantenerse encendida una bombilla de 100W con la energía de una sola persona?

Datos. Distancia de la parte inferior de la nube y el suelo h = 1 km
Campo eléctrico necesario para la ruptura dieléctrica del aire húmedo E_o=300 kV/m
Número N total de rayos que alcanzan la Tierra durante un año 32.10^6
Población de la Tierra, P_{er} = $6{,}5.10^9$ personas

d) Vasos capilares

Considere la sangre como un líquido viscoso e incompresible con una densidad m similar a la del agua y con viscosidad dinámica $\eta = 4{,}5\ g.m^{-1}.s^{-1}$. En el modelo se considera a los vasos sanguíneos como tubos rectos de sección circular de radio r y longitud L y se describe el flujo sanguíneo utilizando la ley de Poiseuille

$$\Delta p = RD$$

que es el análogo en dinámica de fluidos de la ley de Ohm en electricidad. En esta expresión Δp es la diferencia de presión entre la entrada y la salida del vaso sanguíneo. D = Sv es el flujo de volumen a través de una sección eficaz de área S del vaso sanguíneo, y v es la velocidad de la sangre. La resistencia hidráulica es.

$$R = \frac{8\eta\ L}{\pi r^4}$$

Para la circulación sistémica de la sangre (la que fluye desde el ventrículo izquierdo a la aurícula derecha del corazón), el flujo sanguíneo es $D = 100\ cm^3\ s^{-1}$ para una persona en reposo. Se supone que todos los vasos capilares están conectados en paralelo y que cada uno de ellos es de radio $r = 4\mu m$ y longitud $L=1$ mm y funcionan bajo una diferencia de presión de $\Delta p=1$ kPa

3.12.- ¿Cuántos vasos capilares hay en el cuerpo humano?

3.13.- ¿Cuál es la velocidad v con la que fluye la sangre en un vaso capilar?

e) Rascacielos

En la base de un rascacielos de 1000 m de altura la temperatura ambiente es T_{base}=30ºC. El objetivo de este problema es calcular la temperatura T_{tejado} en el tejado del edificio. Considere una capa fina de aire(gas ideal de nitrógeno con coeficiente adiabático γ=7/5)ascendiendo lentamente hasta una altura z donde la presión es más baja , y suponga que esta capa se expansiona adiabáticamente de manera que su temperatura disminuye hasta igualar la del aire que la rodea.

3.14.- ¿Cómo se relaciona el cambio fraccional de temperatura dT/T con el cambio fraccional de presión dp/p?

3.15.- Exprese la diferencia de presión dp en función del cambio en altura dz

3.16.- ¿Cuál es la temperatura en el tejado del rascacielos?

Datos.- Constante de Bolzmann: k=1,38.10^{-23} JK^{-1} ; masa de la molécula de nitrógeno : m = 4,65.10^{-26} kg ; aceleración de la gravedad g=9,8 m/s^{-2}

$$\int_{T_{base}}^{T_{tejado}} dT = -\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\frac{mg}{k}\int_{o}^{H} dz \Rightarrow T_{tejado} - T_{base} = -\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\frac{mg}{k} H \Rightarrow$$

$$T_{tejado} = 30 - \left(1-\frac{5}{7}\right)\frac{4{,}65.10^{-26} * 9{,}8}{1{,}38.10^{-23}} * 1000 = 20{,}6^{o}\,C$$