

PROBLEMAS DE
LAS OLIMPIADAS
INTERNACIONALES
DE FÍSICA

José Luis Hernández Pérez

Madrid 2011

XLII.- OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. TAILANDIA. 2011

PROBLEMA 1

Un problema de tres cuerpos y LISA

1.1.- Dos masas gravitacionales M y m (figura 1), se desplazan describiendo cada una de ellas una órbita circular de radios R y r alrededor del centro de masas. Encontrar la velocidad angular ω_0 de la recta de unión Mm en función de R , r , M , m y la constante de gravitación universal G .

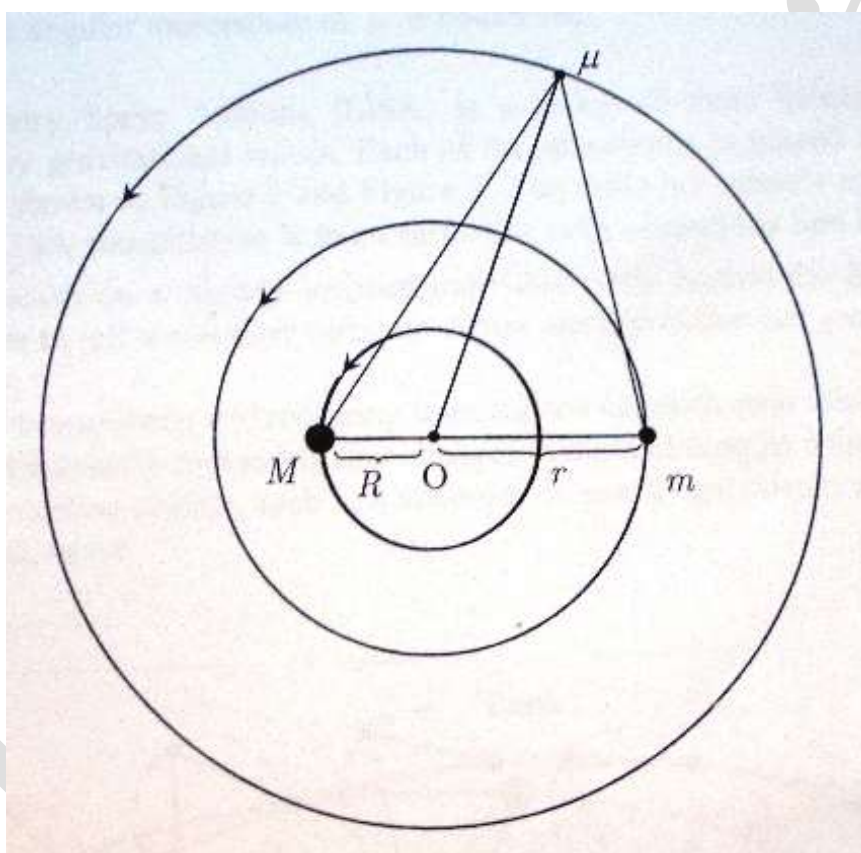


FIGURA 1.- Órbitas coplanarias de tres cuerpos

1.2.- Un tercer cuerpo de masa infinitesimal μ se coloca en una órbita circular coplanar con M y m de modo que μ permanece estacionario relativo a ambas masas M y m , tal como se muestra en la figura 1. Se supone que μ no está alineada en la recta Mm . Calcular los siguientes valores

1.2.1.- Distancia de μ a M ;

1.2.2.- Distancia de μ a m ;

1.2.3.- Distancia de μ al centro de masas O .

Expresarlas en función de R y r .

1.3.- Considerar ahora que $M=m$. Si a μ se le da una pequeña perturbación radial (a lo largo de $O\mu$). ¿Cuál es la frecuencia angular de oscilación de μ , respecto de la posición no perturbada en función de ω_0 ? Suponer que el momento angular de μ se conserva.

La Antena Espacial de Interferometría con Láser (abreviatura en inglés LISA) la forman tres vehículos espaciales idénticos destinados a la detección de ondas gravitatorias con baja frecuencia. Cada uno de los vehículos está colocado en los vértices de un triángulo equilátero, tal como se observa en las figuras 2 y 3. Los lados o brazos están a una distancia aproximada de cinco millones de kilómetros. La agrupación LISA sigue una órbita, al igual que la Tierra, alrededor del Sol siguiendo la senda terrestre con un ángulo de 20° . Cada uno de los vehículos se desplaza describiendo una órbita circular ligeramente inclinada alrededor del Sol. Los tres giran alrededor de su centro de masa con un periodo de un año.

Entre ellos están constantemente recibiendo y emitiendo señales de láser. En conjunto detectan las ondas gravitacionales midiendo pequeños cambios en la longitud de los brazos utilizando medidas interferométricas. Una colisión entre objetos masivos, como pueden ser agujeros negros en galaxias próximas, es un ejemplo de fuentes de ondas gravitatorias.

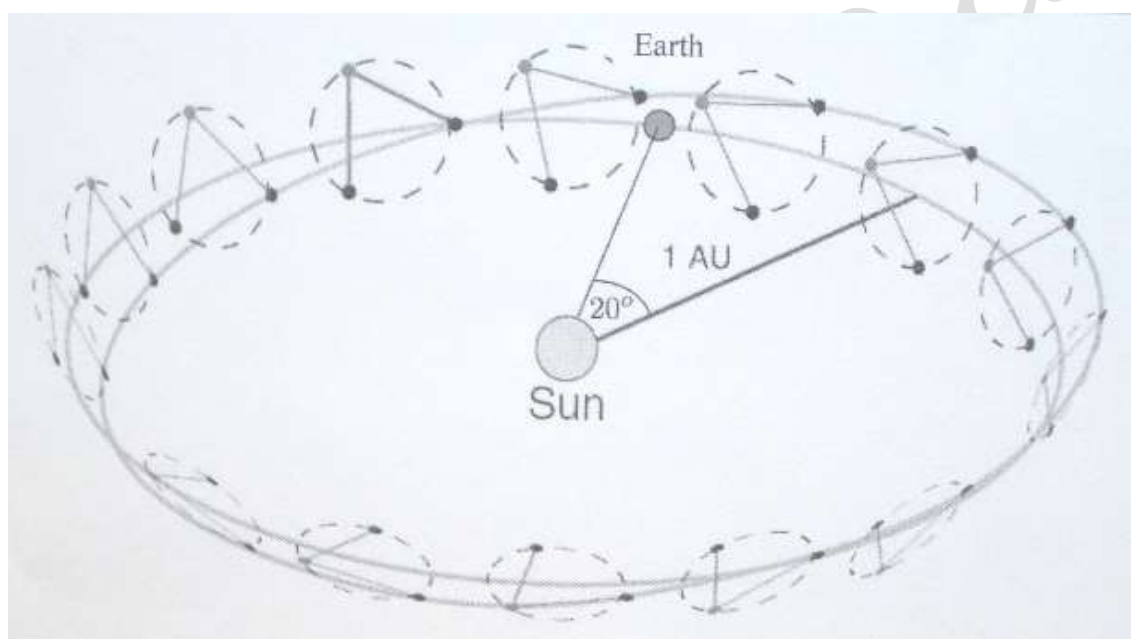


FIGURA 2.- Ilustración de la órbita descrita por LISA. Los tres vehículos espaciales giran alrededor de su centro de masas con un periodo de un año. Siguen la senda terrestre con un ángulo de 20° . (Dibujo de D.A. Shaddock. "An Overview of de Laser Interferometer Space Antenna", *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2009, 26, pp. 128-132.)

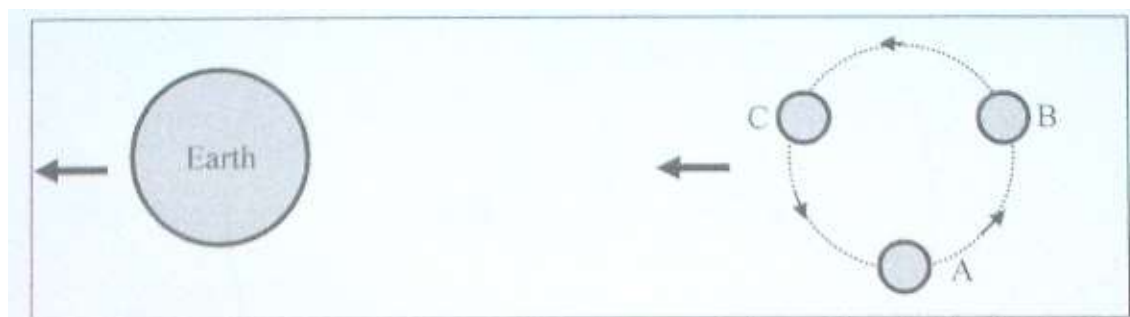


FIGURA 3.- Vista ampliada de los tres vehículos espaciales desde la órbita de la Tierra. A,B y C son los tres vehículos situados en los vértices de un triángulo equilátero.

1.4.- En el plano que contiene a los tres vehículos espaciales, determinar cuál es la velocidad de un vehículo respecto de otro.

Heureka

PROBLEMA 2

Una burbuja de jabón electrizada

Una burbuja de jabón de radio R_o , contiene en su interior aire de densidad ρ_i , a la temperatura T_i , y está rodeada por aire de densidad ρ_a , presión P_a y temperatura T_a . La tensión superficial de la película de jabón es γ , su densidad ρ_s y su espesor t . La masa y la tensión superficial no cambian al variar la temperatura y $R_o \gg t$.

El aumento de energía, dE , que se necesita para aumentar el área de la superficie de la burbuja en dA , es: $dE = \gamma dA$.

2.1.- Calcular la relación $\frac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a}$ en función de γ , P_a y R_o .

2.2.- Encontrar el valor numérico de $\frac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a} - 1$, si $\gamma = 0,0250 \text{ Nm}^{-1}$, $R_o = 1,00 \text{ cm}$ y $P_o = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

2.3.- La burbuja inicialmente tiene en su interior aire más caliente. Encontrar el valor mínimo de T_i de modo que la burbuja flote en el seno del aire en reposo. Utilice $T_a = 300 \text{ K}$, $\rho_s = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_a = 1,30 \text{ kg/m}^3$ y $t = 100 \text{ nm}$, $g = 9,80 \text{ m/s}^2$.

Transcurrido un tiempo desde la formación de la burbuja, ésta alcanzará el equilibrio térmico con los alrededores y al estar el aire en calma, caerá de forma natural al suelo.

2.4.- Encontrar la velocidad mínima de una corriente de aire ascendente que consiga mantener a flote a la burbuja aun cuando haya alcanzado el equilibrio térmico. Dar la respuesta en función de ρ_s , R_o , g y el coeficiente de viscosidad del aire η . Se supone que la velocidad es pequeña y por tanto aplicable la ley de Stokes, además se desprecia la variación del radio al disminuir la temperatura hasta alcanzar la de equilibrio. La ley de Stokes es $F = 6 \pi \eta R_o u$.

2.5.- Calcular el valor numérico de u utilizando que $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$

Los cálculos anteriores nos indican que los términos en que interviene la tensión superficial y no influyen en el resultado. En las cuestiones que siguen se desprecian los términos en que intervenga la tensión superficial.

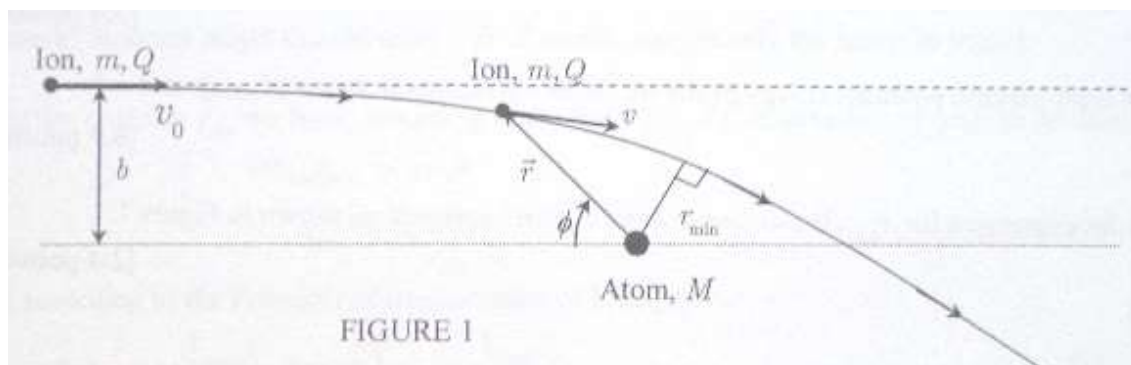
2.6.- La burbuja esférica se electriza uniformemente con una carga total q . Encontrar la ecuación que describa al nuevo radio R_1 en función de R_0, P_a y la permitividad del vacío ϵ_0 .

2.7.- Suponer que la carga q es pequeña, esto es, $\frac{q^2}{\epsilon_0 R_0^4} \ll P_a$, y el aumento del radio de la burbuja ΔR es pequeño ($R_i = R_0 + \Delta R$). Calcular el valor de ΔR .

2.8.- ¿Cuál es el valor de q en función de $t, \rho_a, \rho_s, \epsilon_0, R_0$ y P_a si la burbuja flota sin movimiento en el seno del aire en reposo?. Calcular el valor numérico de q , si la permitividad del vacío es $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ faradios /m}$

PROBLEMA 3

Conmemoración del Centenario del átomo nuclear de Rutherford. La dispersión de un ión por un átomo neutro



Un ión de masa m , carga Q , que inicialmente se encuentra muy alejado de un átomo neutro de masa $M \gg m$ y polarizabilidad eléctrica α se desplaza con velocidad no relativista v_0 . El parámetro de impacto se designa en la figura 1 con b .

El átomo es instantáneamente polarizado por el campo eléctrico \vec{E} originado por el ión que se acerca al átomo.

El momento dipolar eléctrico del átomo resultante es $\vec{p} = \alpha \vec{E}$. No se considera en el problema las posibles pérdidas por radiación.

3.1.- Calcular la intensidad del campo eléctrico \vec{E}_p de un dipolo ideal \vec{p} , a la distancia r contada desde el origen O y en la dirección y sentido de \vec{p} . Figura 2.

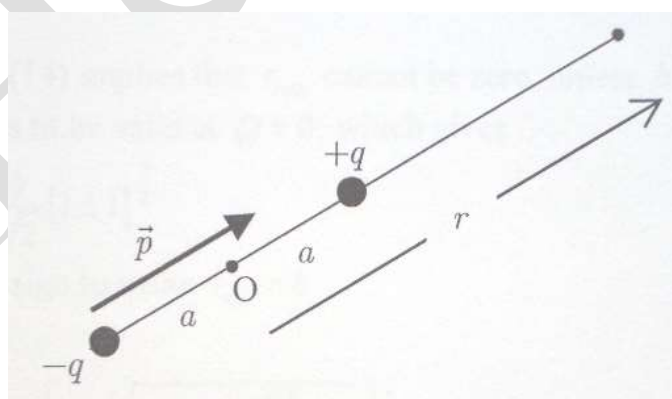


FIGURA 2

3.2.- Encontrar la ecuación de la fuerza \vec{f} que actúa sobre el ión debido a la acción del átomo polarizado. Mostrar que esta fuerza es atractiva independientemente del signo de la carga del ión.

3.4.-Determinar la distancia mínima de aproximación r_{min} del ión al átomo. Ver la figura 1.

3.5.-Si el parámetro de impacto b es menor que un valor crítico b_0 , el ión describirá una espiral hacia el átomo. En este caso el ión neutraliza su carga y la adquiere el átomo. Este proceso de interacción se conoce como intercambio de cargas. ¿Cuánto vale el área de la sección transversal $A = \pi b_0^2$ de esta colisión de intercambio de carga tal como lo ve el ión?

Heureka