

**PROBLEMAS DE**

**LAS OLIMPLADAS**

**INTERNACIONALES**

**DE FÍSICA**

**José Luis Hernández Pérez**  
**Ricardo David Fernández Cruz**

Madrid 2012

XLIII.- OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. ESTONIA. 2012

## PROBLEMA 1

### Centrarse en los bocetos

#### Parte A . Balística

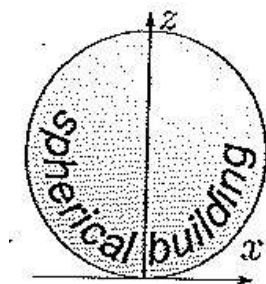
Una bola arrojada con una velocidad inicial  $v_0$ , se desplaza dentro de un campo gravitacional homogéneo situado en el plano XZ, siendo X el eje horizontal Z el vertical hacia arriba, siendo la gravedad  $g$  vertical y hacia abajo. Se desprecian los posibles rozamientos con el aire.

I.- Desde el origen se lanza una bola con velocidad inicial  $v_0$  y en todas las direcciones, la región del espacio que puede ser alcanzada por la bola viene dada por la expresión

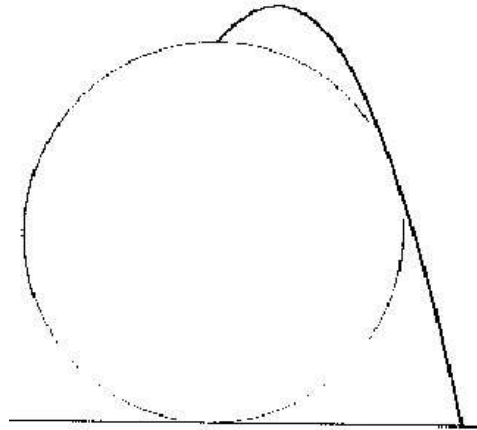
$$z \leq z_0 - kx^2$$

Encontrar los valores de  $z_0$  y  $k$ .

II.-El punto del lanzamiento se puede escoger en cualquier lugar del eje  $Z=0$  y además se puede variar el ángulo de lanzamiento. El objetivo del lanzamiento es lograr que la bola llegue al punto más alto de un edificio de forma esférica y radio  $R$  y con la velocidad inicial  $v_0$  mínima. No se permiten rebotes en el tejado del edificio antes de llegar al punto más alto.



¿Cuál es la velocidad mínima de lanzamiento desde el suelo ( $Z=0$ ) para que la bola alcance el punto más alto del edificio de forma esférica?



### Parte B . Flujo de aire alrededor de un ala

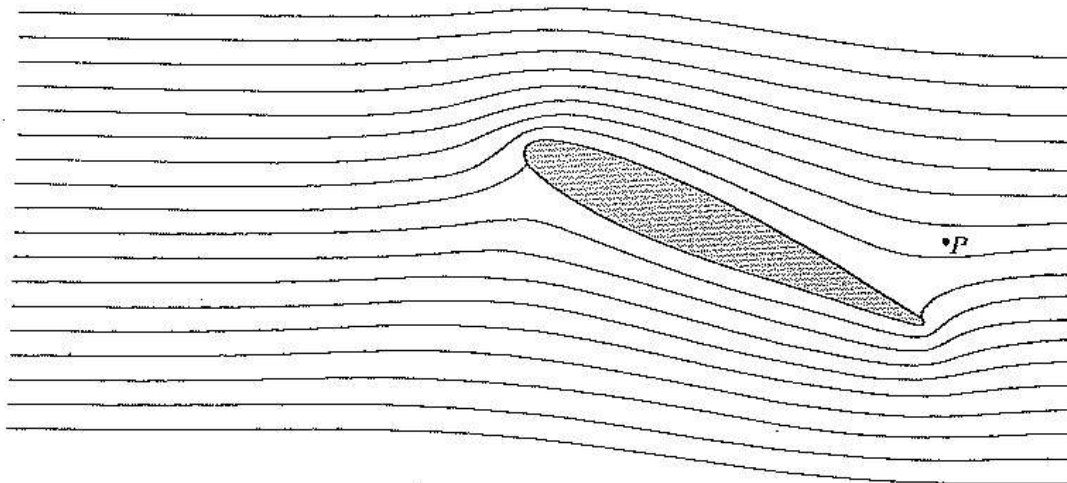
*Para esta parte del problema la siguiente información es útil. Para un fluido (líquido o gas) que se mueve a lo largo de una línea de corriente se cumple que:*

$$p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{Cte}$$

*Siempre que la velocidad  $v$  sea mucho menor que la del sonido. Aquí  $\rho$  es la densidad,  $h$  la altura,  $g$  la aceleración de la gravedad y  $p$  la presión hidrostática.*

*Las líneas de corriente se definen como la trayectoria de las partículas del fluido (suponiendo que el flujo es estacionario). El término  $\frac{1}{2} \rho v^2$  se denomina presión dinámica.*

*En la figura inferior se representa la sección del ala de un avión así como las líneas de corriente fluyendo alrededor de ella, visto desde el sistema de referencia ligado al ala. a) Se supone que a) el flujo de aire es monodimensional (esto significa que los vectores velocidad del aire yacen en el plano de la figura), b) las líneas de corriente son independientes de la velocidad del avión, c) no hay viento, d) la presión dinámica es mucho más pequeña que la atmosférica:  $p_o = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$*



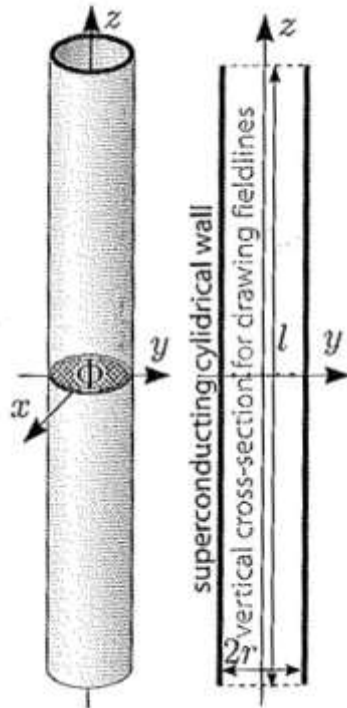
**I-** Si la velocidad del avión respecto del suelo es  $v_o = 100 \text{ m/s}$ , ¿cuál es la velocidad del aire en el punto  $P$  señalado en la figura respecto del suelo?

**II-** Cuando la humedad relativa del aire es alta y la velocidad del avión sobrepasa un valor crítico  $v_c$ , se forma una corriente de gotitas de agua detrás del ala. Las gotas surgen en un cierto lugar. Explique cualitativamente cuál es la posición  $Q$ .

**III-** Estimar la velocidad crítica  $v_c$  utilizando los siguientes datos: humedad relativa del aire  $r = 90\%$ , calor específico del aire a presión constante  $C_p = 1,00 \cdot 10^3 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ , presión del vapor de agua saturado a la temperatura del aire no perturbado,  $T = 293 \text{ K}$ ,  $p_{sa} = 2,31 \text{ kPa}$ . Se sabe que la presión del aire saturado a  $294 \text{ K}$  es  $p_{sb} = 2,46 \text{ kPa}$ .

### Parte C . Tubitos magnéticos

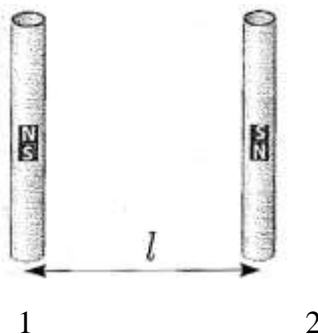
Considerar un tubo cilíndrico hecho de un material superconductor. La longitud del tubo es  $l$  y su radio interno  $r$ , siendo  $l \gg r$ . El centro del tubo coincide con el origen de coordenadas y el eje del tubo es el eje  $Z$ . Existe un flujo magnético  $\Phi$  a través de la sección central del tubo  $z = 0$ ;  $x^2 + y^2 < r^2$ . Un superconductor es un material que rechaza cualquier campo magnético (el campo es cero dentro del material).



**I.- Dibujar cinco líneas de fuerza**

**II.- Encontrar la fuerza de tensión  $T$  a lo largo del eje  $Z$  en el medio del tubo (esto es, la fuerza con que las dos mitades del tubo,  $z > 0$  y  $z < 0$  interactúan entre sí).**

**III.- Considerar otro tubo (el 2) idéntico al anterior (el 1), ambos situados de forma paralela tal como se indica en la figura inferior**

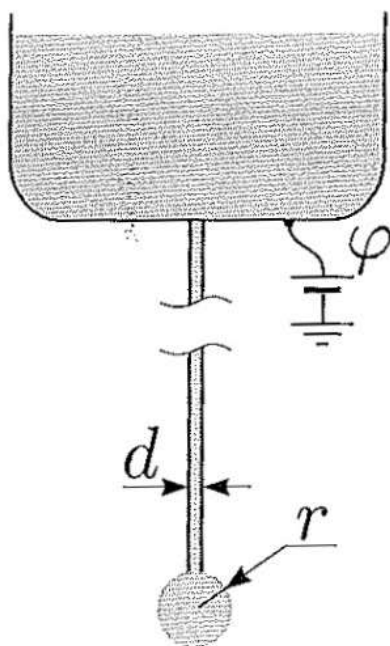


**El campo magnético del segundo tubo es igual al del primero pero de signo opuesto y su centro tiene de coordenadas respecto del primer tubo:  $x = 0$ ,  $y = l$ ,  $z = 0$ , (observe que los dos tubos forman los lados opuestos de un cuadrado). Determinar la fuerza de interacción magnética de los tubos**

## PROBLEMA 2

**Generador por goteo de Kelvin**

Los siguientes hechos sobre la tensión superficial pueden ser útiles para este problema. La posición de las moléculas de un líquido es físicamente diferente si están en el interior del mismo o en la interfase liquido-aire. La interfase se describe mediante la llamada energía de superficie  $U = \sigma \cdot S$  en la que  $S$  es el área de la interfase y  $\sigma$  es el coeficiente de tensión superficial del líquido. Por otra parte, dos fragmentos de la superficie del líquido tiran uno del otro con una fuerza  $F = \sigma \cdot l$ , donde  $l$  es la longitud en línea recta que separa ambos fragmentos.



En la figura un tubo muy largo de diámetro  $d$ , colocado verticalmente lleva agua, la cual gotea por una boquilla situada en la parte inferior. Consideramos que el agua es conductora siendo su densidad  $\rho$  y su tensión superficial  $\sigma$ . Por debajo de la boquilla se ha dibujado una gota de agua de radio  $r$ . A medida que pasa el tiempo el radio de la gota crece y llega un momento en que se desprende de la boquilla y cae libremente con aceleración  $g$ . Se supone que  $d \ll r$ .

**Parte A. Un solo tubo.**

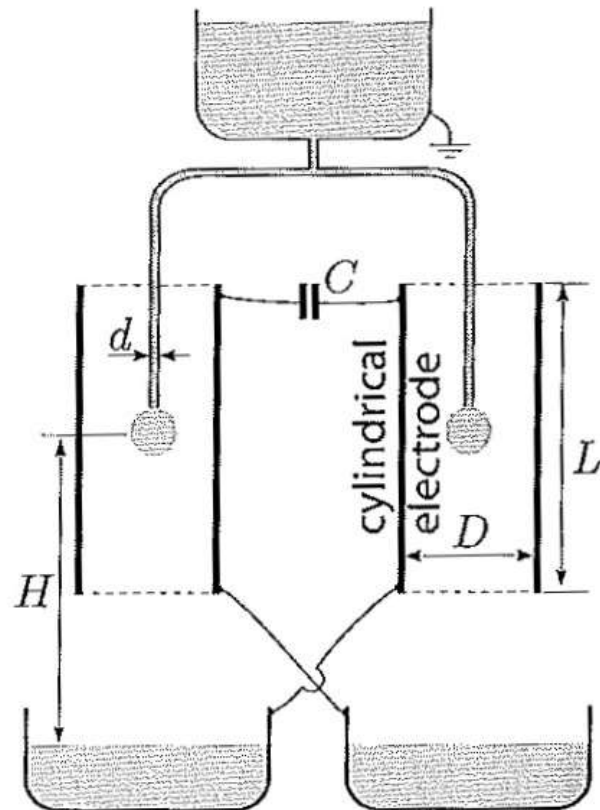
**I.- Encontrar el radio máximo  $r_{max}$  de una gota justamente cuando está a punto de separarse de la boquilla.**

**II.- El potencial electrostático del tubo es  $\varphi$ . Respecto de un punto alejado del mismo. Encontrar la carga  $Q$  de una gota cuando su radio es  $r$ .**

**III.- Considerar una situación en la que  $r$  se mantiene constante y  $\varphi$  se aumenta de forma paulatina. La gota alcanza un estado inestable y se rompe. Encontrar el potencial crítico  $\varphi_{max}$  cuando esto sucede.**

**Parte B. Dos tubos.**

**Un aparato denominado generador de goteo de Kelvin consiste en dos tubos idénticos al descrito en la parte A y conectados entre sí mediante una T. Los extremos de ambos tubos están situados en los centros de dos electrodos cilíndricos, de altura  $H$  y diámetro  $D$ , cumpliéndose que  $L \gg D \gg r$ . Para ambos tubos la velocidad de goteo es  $n$  gotas por unidad de tiempo. Las gotas caen desde una altura  $H$  en dos recipientes situados debajo de las boquillas de los tubos y conectados entre sí de forma cruzada, como indica la figura. Los electrodos están conectados entre sí mediante un condensador de capacidad  $C$ . No existe carga ni en los recipientes ni en los electrodos. El recipiente del agua del contenedor está unido a tierra. Las primeras gotitas que caen tienen alguna carga microscópica que causará alguna ambivalencia entre los dos lados y una pequeña separación de carga a través del condensador.**



**I.-** Determinar el valor absoluto de la carga  $Q_0$  de las gotas separadas de los tubos en el instante en que la carga del condensador es  $q$ . Expresar  $Q_0$  en función de  $r_{max}$  ( parte A.I) y no considerar el efecto descrito en parte A.III.

**II.-** Encontrar la dependencia de  $q$  respecto del tiempo expresándola mediante una función continua  $q(t)$  y suponiendo que  $q(t=0) = q_0$

**III.-** La formación de gotas puede ser obstaculizada por el efecto indicado en el apartado A-III. Adicionalmente existe un límite máximo para el potencial que se puede obtener entre una gota y el recipiente inferior,  $U_{max}$ .

Encontrar  $U_{max}$



## PROBLEMA 3

**Formación de protoestrellas**

*Un modelo para la formación de estrellas puede ser el siguiente: Una nube esférica de gas interestelar disperso, inicialmente en reposo, comienza a colapsarse debido a su propia gravedad. El radio inicial de la nube esférica es  $r_0$  y su masa  $m$ . La temperatura de los alrededores (más dispersa que el gas) y la inicial del gas es uniforme  $T_0$ . El gas se considera ideal, su masa molar promedio  $\mu$  y su índice adiabático  $\gamma > 4/3$ . Suponer que*

$$\frac{Gm\mu}{r_0} \gg RT_0$$

*G constante de gravitación y R constante de los gases.*

*I.- Durante gran parte del colapso, el gas es transparente de modo que todo el calor generado es inmediatamente radiado al exterior. La bola de gas se encuentra en equilibrio termodinámico con los alrededores.*

*Si el radio de la bola se reduce a la mitad  $r_1 = 0,5 r_0$ ; determinar el valor de  $n$  que es la relación entre la presión final y la inicial. Se supone que la densidad del gas permanece uniforme.*

*II.- Estimar el tiempo necesario para que el radio de la nube de gas sea  $r_2 = 0,95 r_0$ . Despreciar el cambio del campo gravitatorio de una partícula de gas que cae.*

*III.- Suponiendo que la presión es despreciable encontrar el tiempo  $t_{r \rightarrow 0}$  empleado por la bola para colapsarse desde el radio inicial  $r_0$  hasta un radio mucho más pequeño, utilizando las leyes de Kepler.*

*IV.- Para un radio  $r_3$  siendo  $r_3 \ll r_0$ , el gas se hace lo suficientemente denso para que sea opaco a la radiación. Calcular la cantidad de calor  $Q$  radiado hacia fuera durante el colapso de  $r_0$  a  $r_3$ .*

V.- Para radios más pequeños que  $r_3$  se puede despreciar las pérdidas de calor por radiación. Determinar cómo la temperatura  $T$  de la bola depende de su radio para  $r < r_3$ .

VI.- Al fin y al cabo no podemos despreciar el efecto de la presión en la dinámica del gas y el colapso del mismo se detiene para un valor  $r = r_4$  (siendo  $r_4 \ll r_3$ ). No obstante, las pérdidas por radiación todavía pueden considerarse despreciables y la temperatura no es lo suficientemente alta para iniciar las reacciones nucleares de fusión. La presión de una protoestrella como esta no es uniforme, pero es posible hacer estimaciones que aun pueden valer con los datos numéricos anteriores. Estimar el radio final  $r_4$  y la temperatura  $T_4$ .