

Asociación simétrica de condensadores

Introducción

Este experimento está relacionado con los titulados “Medida de la capacidad de un condensador no electrolítico” y “Condensadores en alterna”. Disponibles en el correspondiente almacén de la web. Por lo que se recomienda haberlos realizado anteriormente, ya que el procedimiento experimental es el mismo.

La figura 1 representa el esquema de la asociación de cinco condensadores, tres iguales designados con C_1 y dos iguales designados con C_2 .

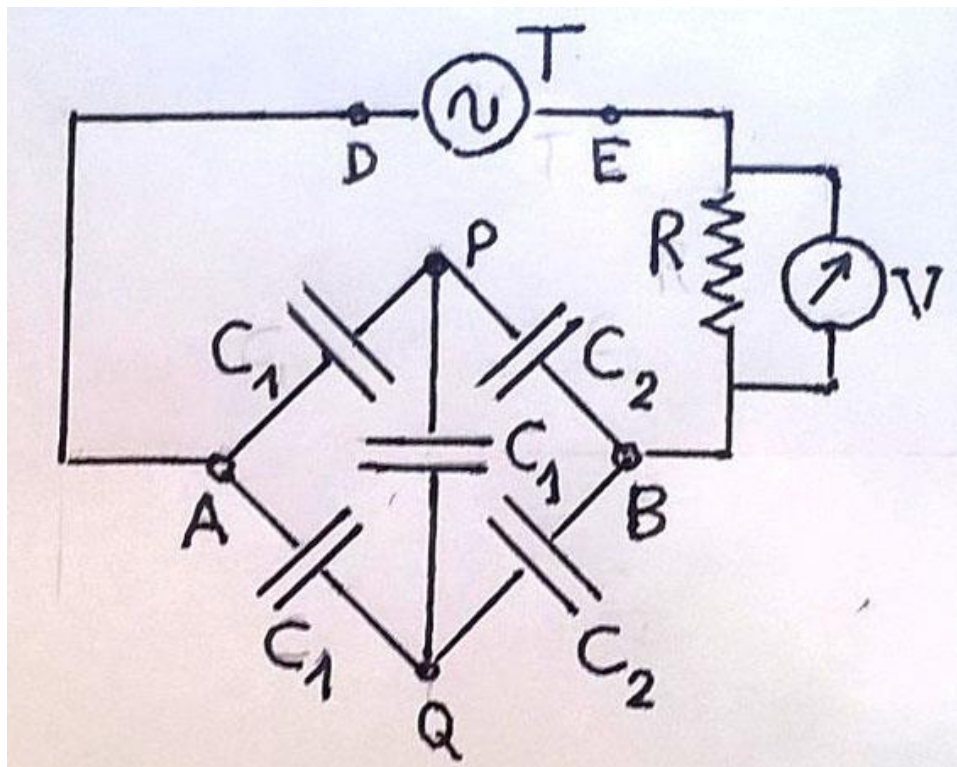


Figura 1. Asociación simétrica de condensadores. T es un transformador 220-13 V, R es una resistencia que variará a lo largo del experimento, C_1 son tres condensadores no electrolíticos iguales de capacidad nominal $0,47 \mu\text{F}$. C_2 son dos condensadores iguales no electrolíticos de capacidad nominal $1,0 \mu\text{F}$. V es un multímetro barato utilizado como voltímetro en la escala de 200 V en alterna. En la figura el voltímetro mide la caída de tensión en la resistencia. Ese mismo voltímetro cuando se coloca entre A y B mide la caída de tensión en la asociación y cuando se dispone entre D y E mide la caída de tensión total.

Las fotografías 1, 2 y 3 representan el circuito real

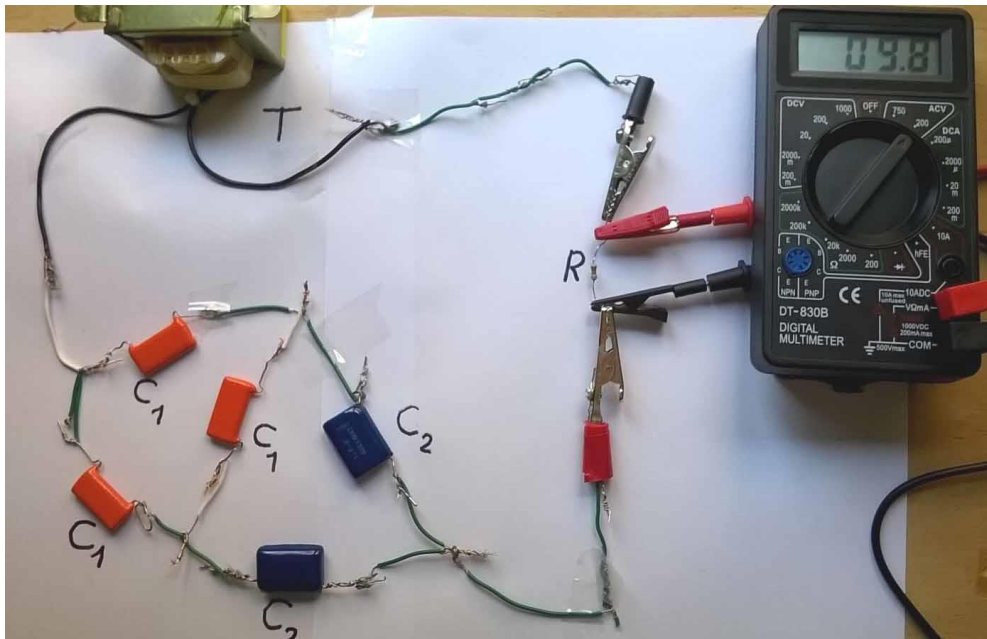
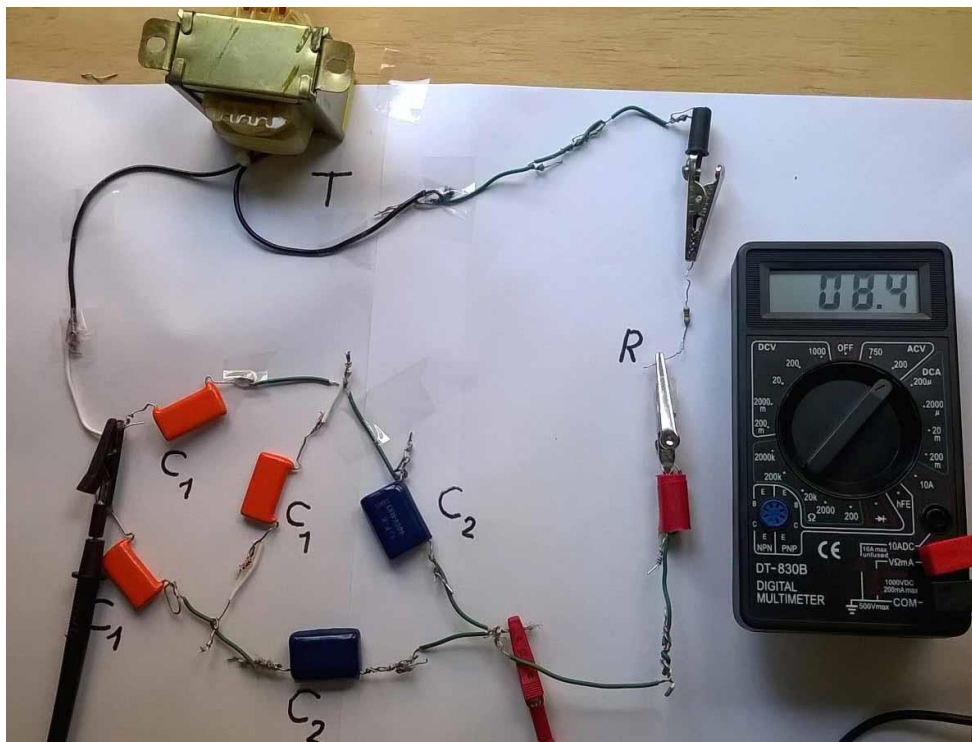
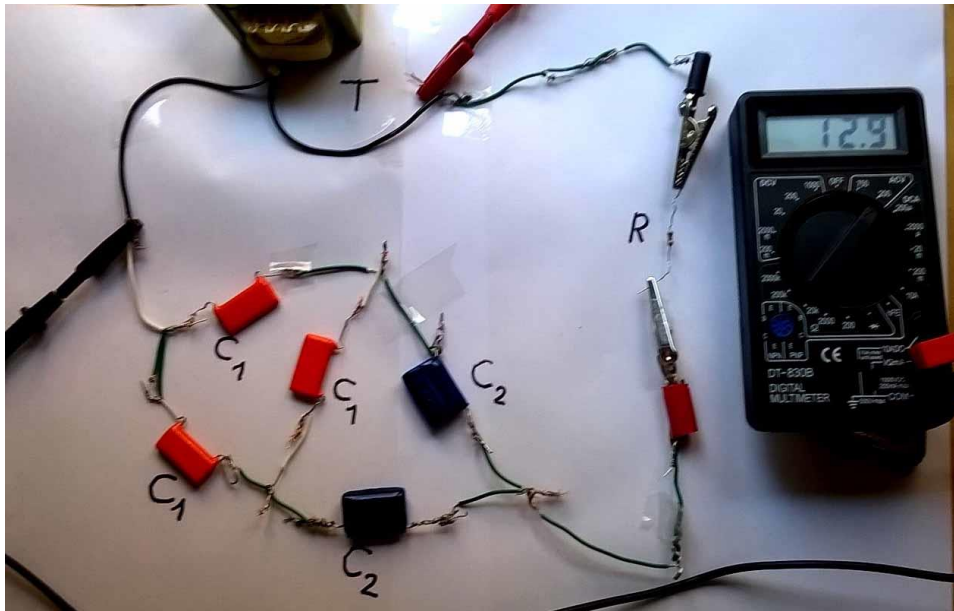


Figura 1. Asociación simétrica de condensadores. *T* es un transformador 220 -13 V, *R* es una resistencia que variará a lo largo del experimento, *C*₁ son tres condensadores no electrolíticos iguales de capacidad nominal 0,47 μ F. *C*₂ son dos condensadores iguales no electrolíticos de capacidad nominal 1,0 μ F. *V* es un multímetro barato utilizado como voltímetro en la escala de 200 V en alterna. En la figura el voltímetro mide la caída de tensión en la resistencia. Ese mismo voltímetro cuando se coloca entre A y B mide la caída de tensión en la asociación y cuando se dispone entre D y E mide la caída de tensión total.



Fotografía 2.- El voltímetro mide la caída de tensión en la asociación de condensadores



Fotografía 3.- El voltímetro mide la caída de tensión total. En las tres fotografías la resistencia R es la misma. Observe que el voltaje total V_T no es igual a la suma de los voltajes parciales

$$12,9 \neq 9,8 + 8,4$$

Como se verá uno de los condensadores el situado en el centro no tiene influencia sobre la capacidad equivalente del sistema.

Se pretende comprobar por la vía experimental.

- Que los voltajes parciales en un circuito hay que sumarlos geoméricamente para obtener el voltaje total.
- Que el condensador central de la asociación no influye en el valor de la resistencia equivalente.

Material

Un juego de resistencias, R

Multímetro

Transformador 220-13 V o parecido

Tres condensadores no electrolíticos de valor nominal cada uno $0,47 \mu\text{F}$

Dos condensadores no electrolíticos de valor nominal cada uno $1 \mu\text{F}$

Fundamento teórico

El condensador C_1 central de la figura 1 no tiene influencia sobre el valor de la capacidad del circuito equivalente; .la razón es la siguiente:

Designamos con q la carga del condensador C_1 situado entre A y P

$$C_1 = \frac{q}{V_A - V_P}$$

El condensador C_2 situado entre A y Q se cargará igual que el anterior

$$C_1 = \frac{q}{V_A - V_Q}$$

De ambas relaciones se deduce que

$$V_A - V_P = V_A - V_Q \Rightarrow V_P = V_Q$$

Los extremos del condensador C_1 situado en el centro no se carga puesto que no hay diferencia de potencial entre sus extremos, y por consiguiente es como si no estuviese, en consecuencia, la capacidad equivalente teórica de la asociación es:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C'} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow C_E (\text{teórica}) &= 2C' = 2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2 \frac{0,47 \cdot 1,0}{0,47 + 1,0} = 0,64 \mu\text{F} \end{aligned}$$

En el experimento se mide C_E y se compara con el teórico si hay coincidencia, dentro de que trabajamos con valores experimentales y por consiguiente con errores, se comprueba que el condensador central no influye en la capacidad de la asociación

Primer procedimiento para medir C_E .

Designamos con I_{efz} la intensidad eficaz que circula por la resistencia y cuyo valor depende de la resistencia R ya que se cambia a lo largo del experimento. V_T es el voltaje eficaz del circuito y que se mantiene prácticamente constante, P_R representa la potencia que se suministra a la resistencia y que es variable ya que depende de R .

$$I_{\text{efz}} = \frac{V_T}{Z} = \frac{V_T}{\sqrt{R^2 + R_C^2}} \quad ; \quad P_R = I_{\text{efz}}^2 R = \frac{V_R^2}{R} = \frac{V_T^2}{R^2 + R_C^2} \cdot R \quad (1)$$

La representación gráfica de la potencia P_R frente a R es una curva. Comprobamos si esa curva tiene un máximo o un mínimo, para ello derivamos la función $P_R=f(R)$ e igualamos a cero.

$$\frac{dP_R}{dR} = V_T^2 \left[\frac{(R^2 + R_C^2) \cdot 1 - R \cdot 2R}{(R^2 + R_C^2)^2} \right] = 0 \Rightarrow R^2 + R_C^2 = 2R^2 \Rightarrow R = R_c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_M = \frac{1}{C_E 2\pi f} \Rightarrow C_E = \frac{1}{2\pi f R_M} \quad (1)$$

En la ecuación (1), R_M representa el valor de la resistencia para el que la curva P_R - R es un máximo o un mínimo (al construir la curva se observa que es un máximo) y f es la frecuencia de la corriente alterna. Por consiguiente a partir de la gráfica de la potencia P_R en el eje Y frente a R en el eje X es posible determinar la capacidad equivalente de la asociación de condensadores.

Segundo procedimiento para medir C_E .

Designamos con I_{efz} la intensidad eficaz medida entre los bornes de la resistencia, esta intensidad es variable ya que depende del valor de R . La intensidad eficaz de la corriente en el circuito se puede determinar mediante las ecuaciones

$$I_{efz} = \frac{V}{Z} = \frac{V_T}{\sqrt{R^2 + R_C^2}} ; I_{efz} = \frac{V_R}{R} \Rightarrow \frac{V_T}{\sqrt{R^2 + R_C^2}} = \frac{V_R}{R} \Rightarrow \frac{V_T^2}{R^2 + R_C^2} = \frac{V_R^2}{R^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{V_T^2}{V_R^2} = \frac{R^2 + R_C^2}{R^2} = 1 + \frac{R_C^2}{R^2} \Rightarrow \frac{1}{V_R^2} = \frac{1}{V_T^2} + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{R_C^2}{V_T^2} \quad (2)$$

La ecuación (2) indica que al representar $\frac{1}{V_R^2}$ en el eje de ordenadas frente a $\frac{1}{R^2}$ en el de abscisas

se obtiene una línea recta cuya pendiente es: $m = \frac{R_C^2}{V_T^2}$ y cuya ordenada en el origen es: $a = \frac{1}{V_T^2}$

Combinado ambas ecuaciones

$$m = R_C^2 a \Rightarrow R_C^2 = \frac{m}{a} \Rightarrow R_C = \sqrt{\frac{m}{a}} \Rightarrow \frac{1}{2\pi f C_E} = \sqrt{\frac{m}{a}} \Rightarrow C_E = \frac{1}{2\pi f \sqrt{\frac{m}{a}}}$$

Al representar la ecuación (2) tendremos en cuenta que V_T se conoce a priori ya que la mediremos a lo largo del experimento. Esto quiere decir que al representar (2) incluimos el valor de V_T experimental

Tercer procedimiento para medir C_E .

Designamos con V_T a la caída de tensión eficaz entre D y E (figura 1), la cual se mantiene prácticamente constante a lo largo del experimento; con V_R a la caída de tensión en la resistencia y con V_C en la asociación de condensadores, con C_E la capacidad equivalente a la asociación y que se medirá experimentalmente, con I_{efz} la intensidad eficaz que circula por la resistencia. Como R es variable para cada uno de sus valores se obtendrá la correspondiente caída de tensión en la resistencia, en el condensador y en el transformador.

La impedancia del circuito depende de C_E , R y la frecuencia de la corriente alterna y variará durante el experimento al ir cambiando la resistencia R .

$$\text{Impedancia del circuito } Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C_E^2 \omega^2}} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C_E^2 4\pi^2 f^2}}$$

b) Con los datos de la tabla I, complete la tabla II

Tabla II

R_v/Ω												
V_T/V												
V_R/V												
V_C/V												
$P_R = \frac{V_R^2}{R}$												

Dibuje la gráfica de la potencia (eje Y) frente a la resistencia R. Localice el máximo de la curva con su incertidumbre y calcule la resistencia equivalente mediante la ecuación (1).

c) Con los datos de la tabla I, construya la tabla III

Tabla III

R_v/Ω												
$(1/R)^2$ en Ω^{-2}												
V_R/V												
$\frac{1}{V_R^2}$												

Calcule la media aritmética de los valores V_T y con ese valor determine $\frac{1}{V_T^2}$.

Represente la gráfica $\frac{1}{V_R^2}$ (eje Y) frente a $\frac{1}{R^2}$ (eje X), obligando a que la recta tenga como ordenada en el origen el valor de $\frac{1}{V_T^2}$ que ha calculado. A partir de la gráfica y mediante la ecuación (2) calcule la capacidad equivalente de la asociación de condensadores.

d) Construya la tabla IV a partir de los valores de la tabla I

Tabla IV

R/Ω												
V_T/V												
V_R/V												
$\left(\frac{V_T}{V_R}\right)^2 - 1$												
$\frac{1}{R^2}$												

Represente $\left(\frac{V_T}{V_R}\right)^2 - 1$ en el eje de ordenadas frente a $\frac{1}{R^2}$ en el eje de abscisas. Utilice la ecuación (3) para determinar el valor de C_E .