

Asociación simétrica de condensadores

SOLUCIONARIO

- a) Monte el circuito de la figura 1. Mida la resistencia R , utilizando el multímetro como óhmetro, luego utilícelo como voltímetro en alterna y colóquelo sucesivamente para medir V_T , V_R y V_C . Anote los valores en la tabla I. Cambie la resistencia R y opere como antes. Repita el proceso unas veinte veces y complete la tabla I. Determine el % de diferencia entre sumar algebraicamente los voltajes parciales y geoméricamente.. ¿Qué opción representa mejor el hecho experimental?

Tabla I

R/kW	VR/V	VT/V	VC/V	VR+VC	diferencia	$(VR^2+VC^2)^{0,5}$	diferencia
1,425	3,4	12,9	12,4	15,8	22,5	12,9	-0,3
1,556	3,7	12,8	12,1	15,8	23,4	12,7	-1,1
1,656	3,9	12,9	12,2	16,1	24,8	12,8	-0,7
1,986	4,7	12,8	11,9	16,6	29,7	12,8	0,0
2,21	5,2	12,9	11,7	16,9	31,0	12,8	-0,7
2,54	5,8	12,8	11,3	17,1	33,6	12,7	-0,8
2,98	6,6	12,7	10,8	17,4	37,0	12,7	-0,3
3,3	7,2	12,8	10,5	17,7	38,3	12,7	-0,5
3,55	7,6	12,8	10,8	18,4	43,8	13,2	3,2
3,88	8	12,8	10	18	40,6	12,8	0,0
4,1	8,3	12,8	9,7	18	40,6	12,8	-0,3
4,3	8,5	12,8	9,5	18	40,6	12,7	-0,4
4,47	8,7	12,7	9,3	18	41,7	12,7	0,3
4,55	8,8	12,9	9,5	18,3	41,9	12,9	0,4
4,66	9	12,9	9,3	18,3	41,9	12,9	0,3
4,99	9,3	12,9	8,9	18,2	41,1	12,9	-0,2
5,28	9,5	12,8	8,6	18,1	41,4	12,8	0,1
5,53	9,7	12,8	8,3	18	40,6	12,8	-0,3
5,53	9,8	12,9	8,4	18,2	41,1	12,9	0,1
5,77	9,8	12,7	8,1	17,9	40,9	12,7	0,1
5,86	9,9	12,7	8	17,9	40,9	12,7	0,2
6,19	10,1	12,7	7,7	17,8	40,2	12,7	0,0
6,53	10,4	12,8	7,5	17,9	39,8	12,8	0,2
7,08	10,7	12,9	7,2	17,9	38,8	12,9	0,0

La diferencia de la suma de V_R+V_C respecto de V_T es superior al 15%. La diferencia de la suma geométrica es inferior al 1% excepto un valor que ha de considerarse como una medida errónea. En consecuencia la experiencia nos dice que ha de emplearse la suma geométrica.

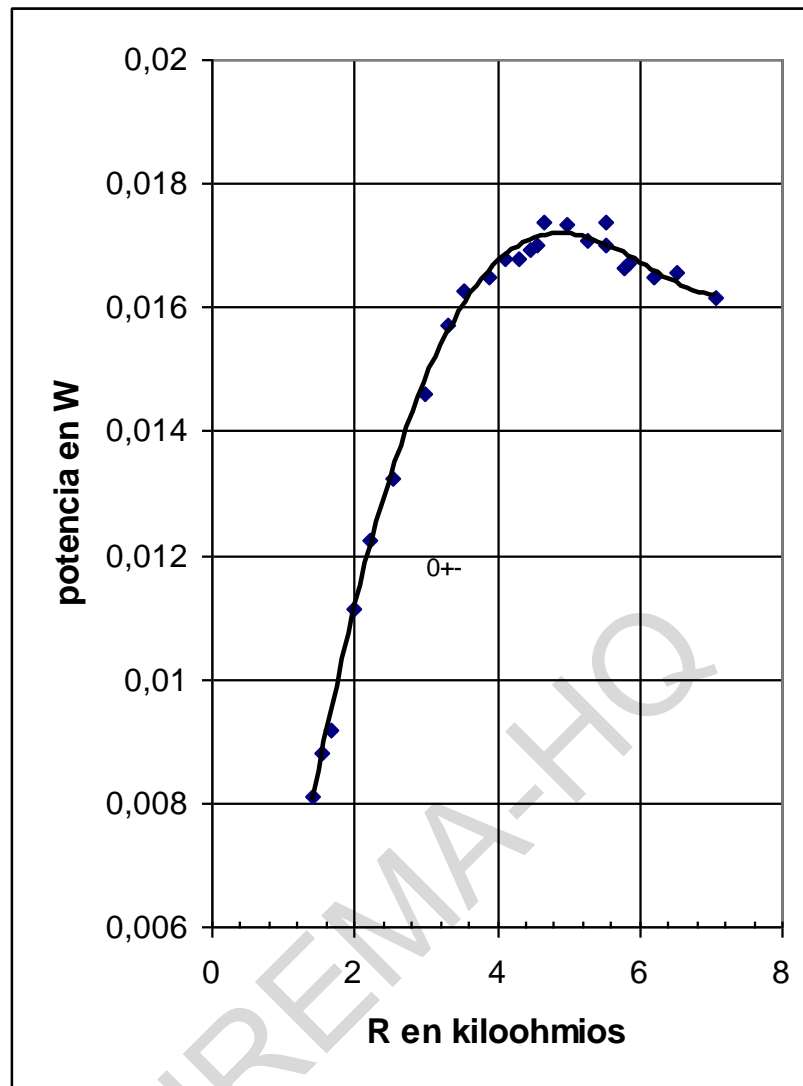
Primer procedimiento para medir C_E .

b) Con los datos de la tabla I complete la tabla II

Tabla II

R/kW	VR/V	VT/V	VC/V	Pr en vatios
1,425	3,4	12,9	12,4	0,008112281
1,556	3,7	12,8	12,1	0,008798201
1,656	3,9	12,9	12,2	0,009184783
1,986	4,7	12,8	11,9	0,01112286
2,21	5,2	12,9	11,7	0,012235294
2,54	5,8	12,8	11,3	0,013244094
2,98	6,6	12,7	10,8	0,01461745
3,3	7,2	12,8	10,5	0,015709091
3,55	7,6	12,8	10,8	0,016270423
3,88	8	12,8	10	0,016494845
4,1	8,3	12,8	9,7	0,016802439
4,3	8,5	12,8	9,5	0,016802326
4,47	8,7	12,7	9,3	0,016932886
4,55	8,8	12,9	9,5	0,01701978
4,66	9	12,9	9,3	0,017381974
4,99	9,3	12,9	8,9	0,017332665
5,28	9,5	12,8	8,6	0,017092803
5,53	9,7	12,8	8,3	0,017014467
5,53	9,8	12,9	8,4	0,017367089
5,77	9,8	12,7	8,1	0,016644714
5,86	9,9	12,7	8	0,016725256
6,19	10,1	12,7	7,7	0,016479806
6,53	10,4	12,8	7,5	0,016563553
7,08	10,7	12,9	7,2	0,016170904

Dibuje la gráfica de la potencia (eje Y) frente a la resistencia R. Localice el máximo de la curva con su incertidumbre y calcule la resistencia equivalente mediante la ecuación (1).



Los puntos corresponden a los datos experimentales de la tabla II. La línea continua es una ecuación de ajuste polinómica de quinto grado con la única finalidad de localizar más fácilmente el máximo de la curva.

Se estima que el máximo de la curva es: $R_M = 5'000 \pm 600 \Omega$

$$C_E = \frac{1}{2\pi f R_M} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 5000} = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ F} = 0,64 \mu\text{F}$$

El error en la resistencia es 12% ,por consiguiente la capacidad equivalente llevará ese error

$$0,64 \cdot \frac{12}{100} = 0,08 \Rightarrow C_E = 0,64 \pm 0,08 \mu\text{F}$$

Segundo procedimiento para medir C_E .

c) Con los datos de la tabla I construya la tabla III

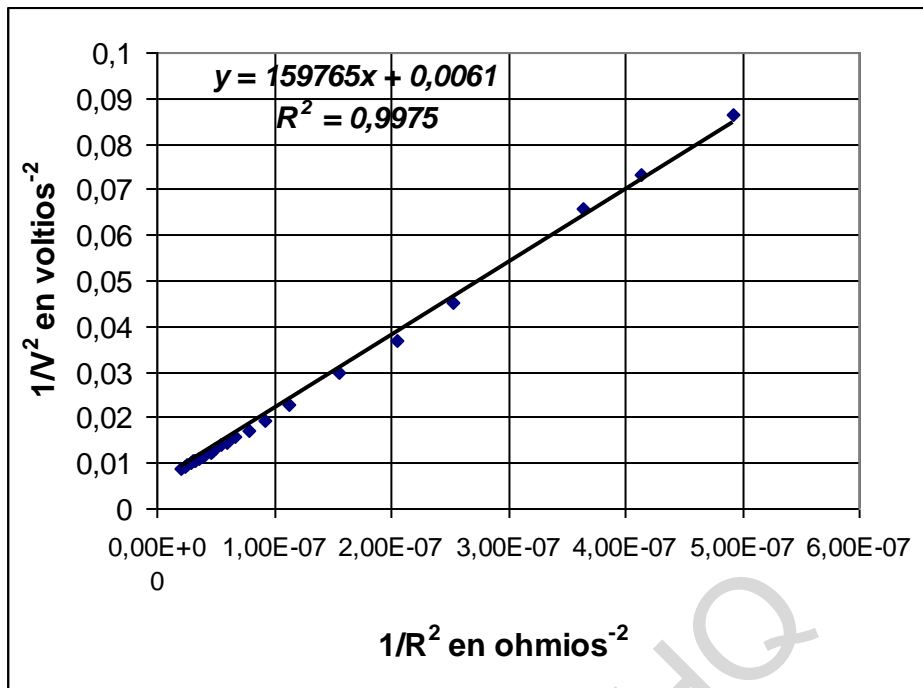
Tabla III

R/kW	VR/V	1/VR ²	1/R ² en kW ⁻²	1/R ² en ohm ⁻²
1,145	2,7	0,13717421	0,76276196	7,6276E-07
1,214	2,8	0,12755102	0,67851996	6,7852E-07
1,324	3,1	0,10405827	0,57045847	5,7046E-07
1,425	3,4	0,08650519	0,49245922	4,9246E-07
1,556	3,7	0,07304602	0,41302926	4,1303E-07
1,656	3,9	0,06574622	0,36465262	3,6465E-07
1,986	4,7	0,04526935	0,2535371	2,5354E-07
2,21	5,2	0,03698225	0,20474601	2,0475E-07
2,54	5,8	0,02972652	0,15500031	1,55E-07
2,98	6,6	0,02295684	0,11260754	1,1261E-07
3,3	7,2	0,01929012	0,09182736	9,1827E-08
3,55	7,6	0,01731302	0,07934934	7,9349E-08
3,88	8	0,015625	0,06642576	6,6426E-08
4,1	8,3	0,01451589	0,0594884	5,9488E-08
4,3	8,5	0,01384083	0,05408329	5,4083E-08
4,47	8,7	0,01321178	0,0500478	5,0048E-08
4,55	8,8	0,01291322	0,04830335	4,8303E-08
4,66	9	0,01234568	0,04604984	4,605E-08
4,99	9,3	0,01156203	0,04016048	4,016E-08
5,28	9,5	0,01108033	0,03587006	3,587E-08
5,53	9,7	0,01062812	0,03270015	3,27E-08
5,53	9,8	0,01041233	0,03270015	3,27E-08
5,77	9,8	0,01041233	0,03003643	3,0036E-08
5,86	9,9	0,01020304	0,0291209	2,9121E-08
6,19	10,1	0,00980296	0,02609869	2,6099E-08
6,53	10,4	0,00924556	0,02345166	2,3452E-08
7,08	10,7	0,00873439	0,01994957	1,995E-08

Calcule la media aritmética de los valores V_T y con ese valor determine $\frac{1}{V_T^2}$.

$$V_T(\text{medio}) = 12,8 \text{ V} \Rightarrow \frac{1}{V_T^2} = \frac{1}{12,8^2} = 0,0061$$

Represente la gráfica $\frac{1}{V_R^2}$ (eje Y) frente a $\frac{1}{R^2}$ (eje X), obligando a que la recta tenga como ordenada en el origen el valor de $\frac{1}{V_T^2}$ que ha calculado. A partir de la gráfica y mediante la ecuación (2) calcule la capacidad equivalente de la asociación de resistencias.



$$\frac{1}{V_R^2} = \frac{1}{V_T^2} + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{R_C^2}{V_T^2} \quad (2)$$

Pendiente de la recta $m = 159765$, Ordenada en el origen $a = 0,0061$

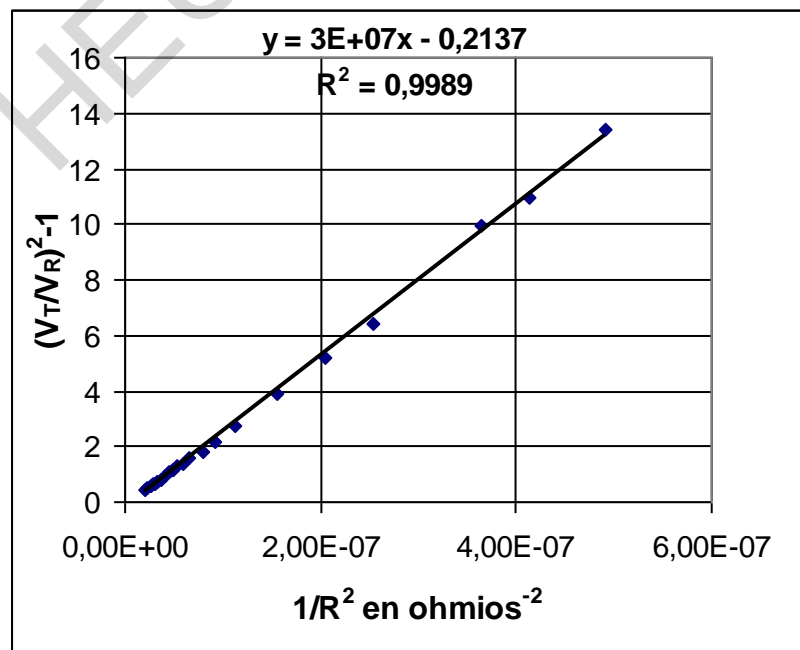
Capacidad equivalente $C_E = \frac{1}{2\pi f \sqrt{\frac{m}{a}}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \sqrt{\frac{159765}{0,0061}}} = 6,2 \cdot 10^{-7} \text{ F} = 0,62 \mu\text{F}$

Si en la gráfica no obligamos a que la ordenada en el origen sea 0,0061 sino que utilizamos los valores que nos da la hoja de cálculo, entonces la pendiente es 164230 y la ordenada en el origen 0,0049, esto nos conduce a otro valor de C_E .

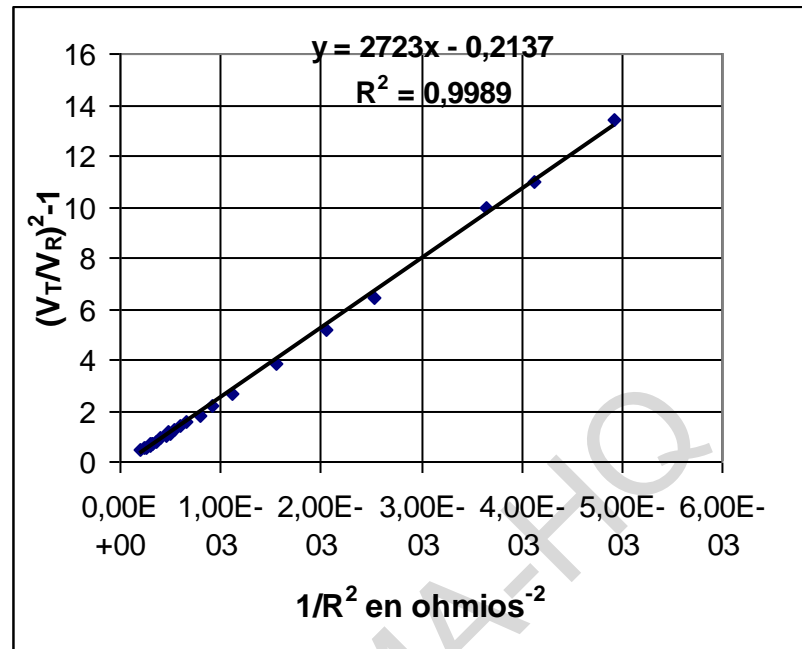
$$C_E = \frac{1}{2\pi f \sqrt{\frac{m}{a}}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \sqrt{\frac{164230}{0,0049}}} = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ F} = 0,55 \mu\text{F}$$

Tercer procedimiento para medir C_E .

R/kW	VR/V	$(V_T/V_R)^2 - 1$	$1/R^2$ en ohm^{-2}
1,425	3,4	13,3953287	4,9246E-07
1,556	3,7	10,9678598	4,1303E-07
1,656	3,9	9,9408284	3,6465E-07
1,986	4,7	6,41693074	2,5354E-07
2,21	5,2	5,15421598	2,0475E-07
2,54	5,8	3,87039239	1,55E-07
2,98	6,6	2,70270891	1,1261E-07
3,3	7,2	2,16049383	9,1827E-08
3,55	7,6	1,8365651	7,9349E-08
3,88	8	1,56	6,6426E-08
4,1	8,3	1,37828422	5,9488E-08
4,3	8,5	1,26768166	5,4083E-08
4,47	8,7	1,13092879	5,0048E-08
4,55	8,8	1,14888946	4,8303E-08
4,66	9	1,05444444	4,605E-08
4,99	9,3	0,92403746	4,016E-08
5,28	9,5	0,81540166	3,587E-08
5,53	9,7	0,74131151	3,27E-08
5,53	9,8	0,73271554	3,27E-08
5,77	9,8	0,67940441	3,0036E-08
5,86	9,9	0,6456484	2,9121E-08
6,19	10,1	0,5811195	2,6099E-08
6,53	10,4	0,5147929	2,3452E-08
7,08	10,7	0,45348939	1,995E-08



Como la pendiente se nos da con una sola cifra, multiplicamos los valores de la abscisa por 10^4 y repetimos la gráfica y así obtenemos la pendiente de la recta con mayor número de cifras.



$$\left(\frac{V_T}{V_R}\right)^2 - 1 = \frac{1}{R^2} \frac{1}{C_E^2 \omega^2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{C_E^2 \cdot (2\pi f)^2} = 2,723 \cdot 10^7 \Rightarrow 6,1 \cdot 10^{-7} \text{ F} = 0,61 \mu\text{F}$$

Teniendo en cuenta que la ecuación (3) no tiene ordenada en el origen y si imponemos esta condición a la gráfica anterior, la pendiente vale $2,642 \cdot 10^7$ y el correspondiente valor de C_E es:

$$C_E = \sqrt{\frac{1}{4\pi^2 \cdot 50^2 \cdot 2,642 \cdot 10^7}} = 6,2 \cdot 10^{-7} \text{ F} = 0,62 \mu\text{F}$$

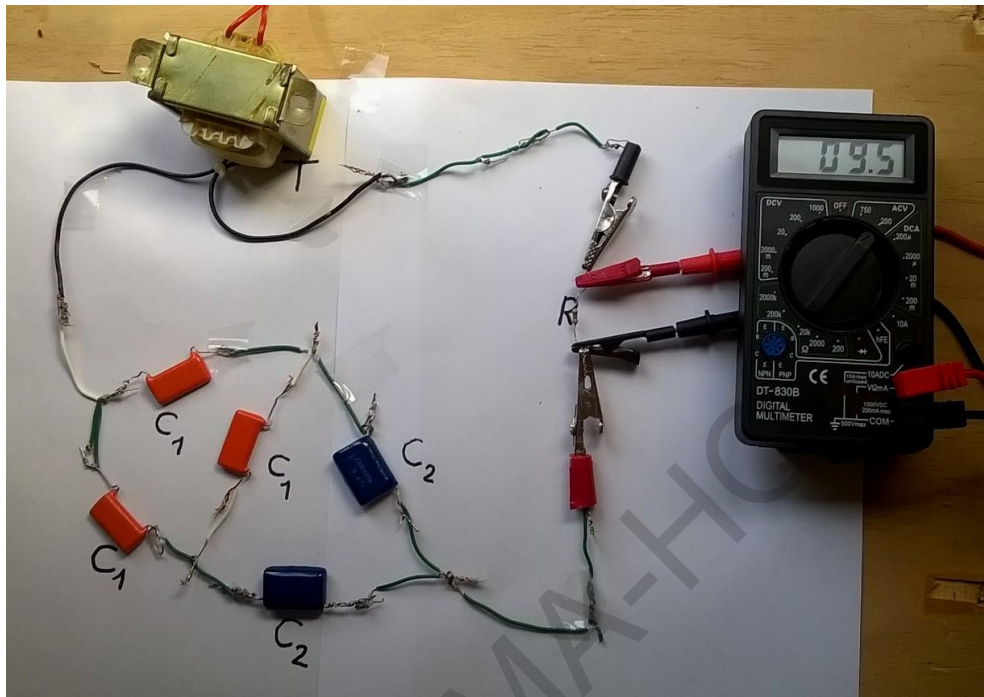
Las medidas de la asociación equivalente son:

$$0,64 \pm 0,08 \mu\text{F} ; 0,62 \mu\text{F} ; 0,55 \mu\text{F} ; 0,61 \mu\text{F} ; 0,62 \mu\text{F}$$

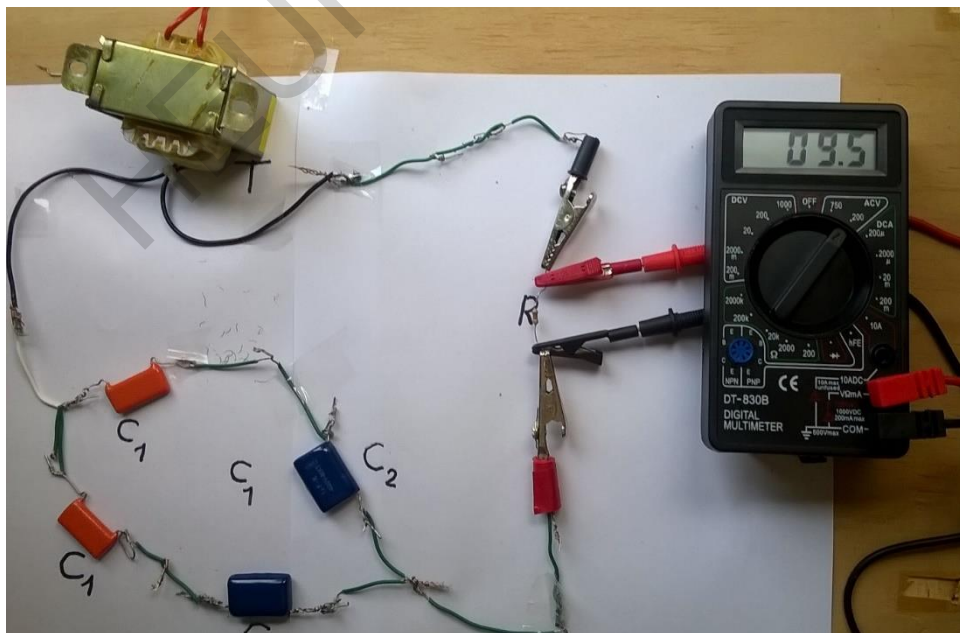
Razonablemente podemos escribir que la medida experimental de C_E es

$$C_E = 0,61 \pm 0,06 \mu\text{F}$$

Nota.- Un método rápido experimental es comprobar que el condensador central de la asociación no tiene influencia sobre la resistencia equivalente es colocar una resistencia y medir la caída de tensión en ella con el citado condensador y luego medir quitando el condensador. La lectura del voltímetro es la misma. Las fotografías 1S y 2S muestran lo dicho anteriormente.



Fotografía 1S. El condensador C_1 central está conectado a la asociación y el voltímetro en la resistencia indica 9,5 V



Fotografía 2S.- El condensador central C_1 se ha retirado, pero el voltímetro marca igual que cuando está en la asociación, esto es, 9,5 V