

Circuito con dos pilas

Introducción

En este experimento se construye un circuito relativamente sencillo cuyo esquema corresponde a la figura 1 y el real a la fotografía 1. A lo largo de la práctica son constantes las fuerzas electromotrices de las pilas ε_1 y ε_2 y las resistencias R_1 y R_2 y varía la resistencia R .

Aplicando las leyes de Kirchoff y conociendo ε_1 , ε_2 , R_1 y R_2 obtendremos la intensidad que pasa por la rama AB en función de R y a partir de ella la diferencia de potencial V_{AB} y a continuación la curva de la potencia consumida en R , este proceso lo designamos como teórico.

De manera experimental colocamos diversas resistencias R y con el voltímetro medimos la diferencia de potencial V_{AB} y a partir de ella la curva de potencia, finalmente comparamos teoría y experimento.

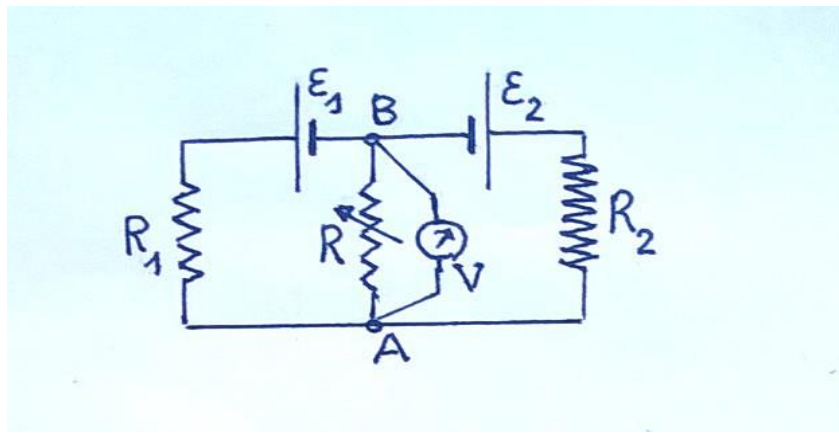
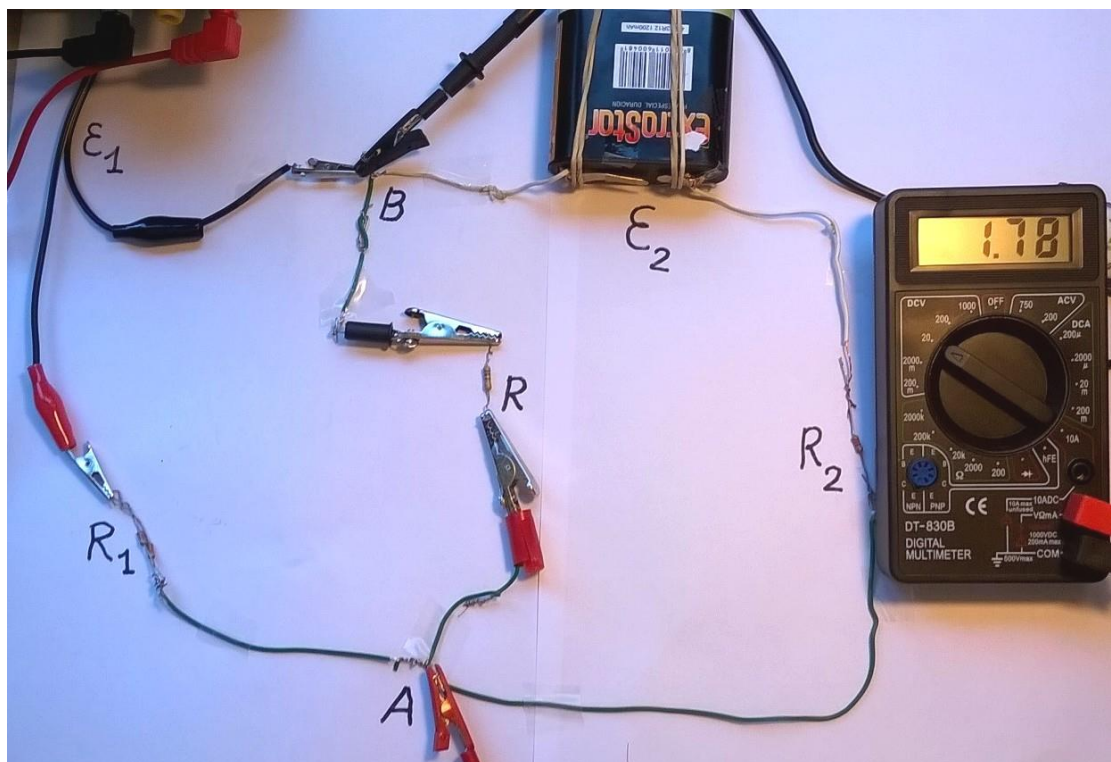


Figura 1.- Esquema del circuito. La fuerza electromotriz ε_1 es mayor que la ε_2 . La resistencia R_1 es menor que la R_2 . La resistencia R varía entre 100Ω y 2000Ω .



Fotografía 1. Esquema real del circuito de la figura 1. La fuente de alimentación ε_1 que nosotros hemos utilizado no se ve en la fotografía, aparece en la fotografía 2. Si no se desea utilizar una fuente de salida variable puede sustituirse por una pila de 9 V o asociar dos pilas de 4,5 V en serie. Dado que las fuerzas electromotrices se han de mantener constantes durante el experimento no deben utilizarse resistencias pequeñas y además el circuito debe conectarse exclusivamente cuando se tomen medidas. Las resistencias empleadas han sido de 3000Ω nominales. R_1 asociando dos en paralelo y R_2 una sola.



Fotografía 2.- Esta es la fuente de alimentación ε_1 que no aparece en la fotografía 1. No es imprescindible esta fuente para realizar el experimento, se puede sustituir por una pila de 9 V o asociar dos pilas en serie de 4,5 V. La fotografía se hizo con el circuito en funcionamiento y $\varepsilon_1 = 7,1 \text{ V}$

Material

- Un juego de resistencias, R que permita, por asociación, obtener resistencias comprendidas entre 100Ω y 2000Ω
- Dos resistencias R_1 y R_2
- Un multímetro
- Dos fuentes de alimentación
- Cables de conexión

Fundamento teórico

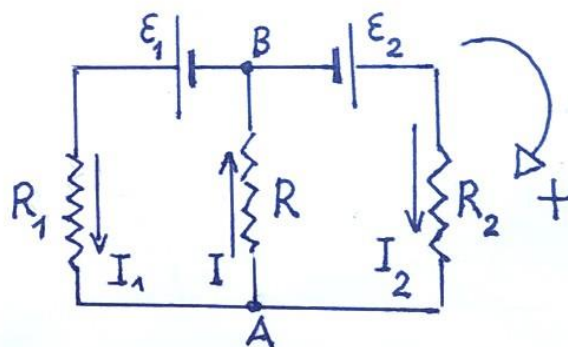


Figura 2.- Esquema del circuito en el que se indican las corrientes y el sentido positivo con que se aplica las leyes de Kirchhoff

En la figura 2 que representa el circuito se ha prescindido del voltímetro y se han señalado las intensidades de corriente en las mallas y el sentido positivo considerado que es el de las agujas del reloj.

$$\text{Malla de la derecha} \quad I_2 R_2 + IR = \varepsilon_2 \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon_2 - IR}{R_2}$$

$$\text{Malla de la izquierda} \quad -IR - I_1 R_1 = -\varepsilon_1 \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon_1 - IR}{R_1}$$

Nudo A

$$\begin{aligned} I = I_1 + I_2 &= \frac{\varepsilon_1 - IR}{R_1} + \frac{\varepsilon_2 - IR}{R_2} \Rightarrow I \left(1 + \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} \right) = \frac{\varepsilon_1}{R_1} + \frac{\varepsilon_2}{R_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow I \left[1 + \frac{R(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} \right] &= \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1 R_2} \Rightarrow I [R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)] = \varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow I &= \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)} \Rightarrow V_{AB} = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)} \cdot R \quad (1) \end{aligned}$$

La potencia consumida en R es

$$P_T = I^2 R = \left[\frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)} \right]^2 \cdot R \quad (2)$$

Esta potencia la denominamos teórica

Vamos a comprobar si la potencia representada frente a R puede tener un máximo o un mínimo. Para ello derivamos (2) respecto de R e igualamos a cero. Teniendo en cuenta los términos que son constantes en la ecuación (2) escribimos dicha ecuación de la siguiente manera con la finalidad de que el cálculo se haga más cómodo.

$$K = \varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1 \quad ; \quad K_1 = R_1 R_2 \quad ; \quad K_2 = R_1 + R_2$$

$$P_T = \frac{K^2 R}{(K_1 + K_2 R)^2} \quad ; \quad \frac{dP_T}{dR} = \frac{(K_1 + K_2 R)^2 \cdot K^2 - K^2 R \cdot 2(K_1 + K_2 R) \cdot K_2}{(K_1 + K_2 R)^4} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_1 + K_2 R = 2RK_2 \Rightarrow K_1 = RK_2 \Rightarrow R = \frac{K_1}{K_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (3)$$

Sustituyendo (3) en la ecuación (2) obtenemos el valor de la potencia que puede ser máxima o mínima.

$$P_M = \frac{K^2 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{\left(K_1 + K_2 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2} = \frac{K^2 (R_1 R_2)}{(R_1 + R_2) \cdot \left[R_1 R_2 + (R_1 + R_2) \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right]^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_M = \frac{K^2 (R_1 R_2)}{(R_1 + R_2) 4 (R_1 R_2)^2} = \frac{(\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1)^2}{4 R_1 R_2 (R_1 + R_2)} \quad (4)$$

Escribimos de nuevo la diferencia de potencial

$$V_{AB} = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1 R_2 + R (R_1 + R_2)} \cdot R = \frac{KR}{K_1 + R K_2} \Rightarrow \frac{1}{V_{AB}} = \frac{K_1 + R K_2}{KR} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V_{AB}} = \frac{K_1}{K} \frac{1}{R} + \frac{K_2}{K} \quad (5)$$

La ecuación (5) nos dice que al representar $\frac{1}{V_A}$ en el eje de ordenadas frente a $\frac{1}{R}$ en el eje de abscisas se obtiene una línea recta cuya pendiente y ordenada en el origen están relacionadas con las constantes ε_1 , ε_2 , R_1 y R_2 .

Procedimiento

a) Prepare el multímetro como voltímetro y mida las fuerzas electromotrices ε_1 y ε_2 (se desprecia la resistencia interna de las pilas)

$$\varepsilon_1 = \quad ; \quad \varepsilon_2 =$$

b) Disponga el multímetro como óhmetro y mida las resistencias R_1 y R_2 .

$$R_1 = \quad ; \quad R_2 =$$

c) Utilice la ecuación (1) sustituyendo en ella los valores de las fuerzas electromotrices y las resistencias R_1 y R_2 . Recoja los datos en una tabla y construya la gráfica V_{AB} eje Y frente a R eje X.

d) Calcule la potencia consumida en R utilizando la ecuación (2) y construya la gráfica Potencia en mW eje de ordenadas, frente a R en el eje de abscisas.

e) Prepare un juego de resistencias y mida sus valores y colóquelos en una tabla. Luego, disponga el voltímetro como indica la figura 1 y mida V_E para cada resistencia R . Calcule la potencia consumida en R .

f) Represente en una misma gráfica los valores obtenidos del voltaje en c) y en e)..

g) Haga lo mismo para la potencia.

- h) Calcule la resistencia R mediante la ecuación (3) y la potencia máxima mediante la ecuación (4)
- i) A partir de la tabla de valores del apartado e) complétela con el inverso de los voltajes y los inversos de las resistencias y represente gráficamente $\frac{1}{V_{AB}}$ (eje Y) frente a $\frac{1}{R}$ (eje X). Compare la pendiente y ordenada en el origen obtenida de esta recta con los valores que se deducen a partir de los experimentales que midió en el apartado a)