PROBLEMAS DE LAS OLIMPIADAS INTERNACIONALES DE FÍSICA

José Luis Hernández Pérez
Ricardo David Fernández Cruz

Madrid 2016

XLVII. OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA. 2016. SUIZA

1.-DOS PROBLEMAS DE MECÁNICA.

Problema A. El disco oculto.

Un cilindro sólido de madera tiene un radio r_1 y una altura h_1. Dentro de ese cilindro se ha introducido un disco de metal de radio r_2 y espesor h_2.
El eje B del disco de metal es paralelo al de simetría S del cilindro original de madera y está colocado de modo simétrico, esto es, dista igual de la cara superior del disco de madera que de la cara inferior. La distancia entre los ejes S y B se designa con d y con ρ_1 la densidad de la madera y ρ_2 la del metal, siendo $\rho_2 > \rho_1$. M es la masa total del cilindro de madera con el de metal en su interior.
Si colocamos el cilindro sobre un suelo horizontal podrá rodar libremente hacia la derecha o hacia la izquierda.
La figura 1a es una vista superior y la 1b es una vista lateral del disco de madera con el de metal.
El objetivo del problema es determinar el tamaño y la posición del disco de metal.
En todo lo que sigue se ha de suponer que son conocidas las siguientes magnitudes

$$r_1 \;;\; h_1 \;;\; \rho_1 \;;\; \rho_2 \;;\; M \qquad (1)$$

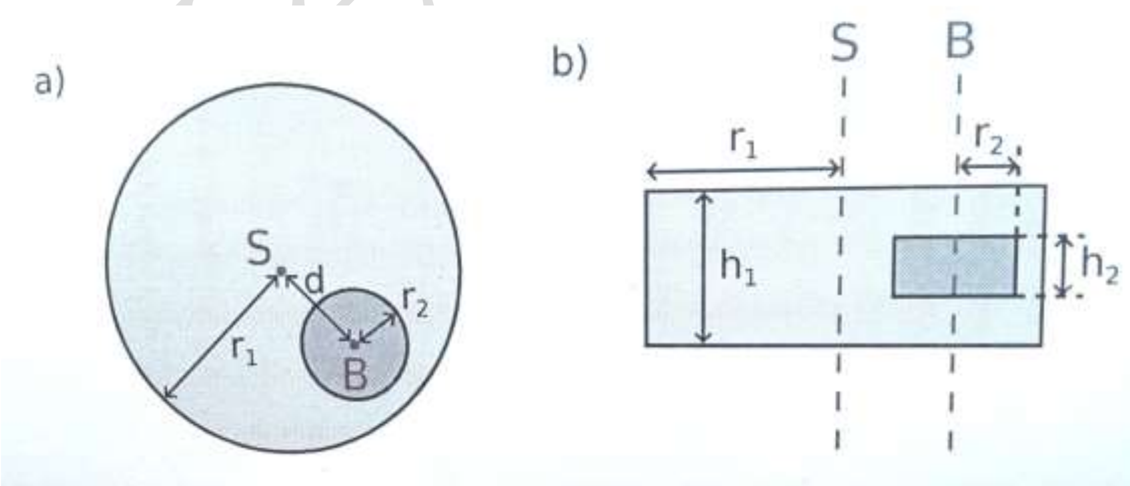


Figura 1. a) Vista superior b) Vista lateral

La distancia entre el centro de masas C de todo el sistema y el eje de simetría S del cilindro se designa con b. Para determinar esta distancia se realiza el siguiente experimento: Se coloca el cilindro sobre una base horizontal y una vez que esté en equilibrio, se levanta la base de forma que llegue a formar con la horizontal un ángulo θ (ver la figura 2), debido a la fricción estática el cilindro rodará sin deslizamiento una pequeña distancia hasta que alcance una posición estable después de describir un ángulo ϕ que se puede medir.

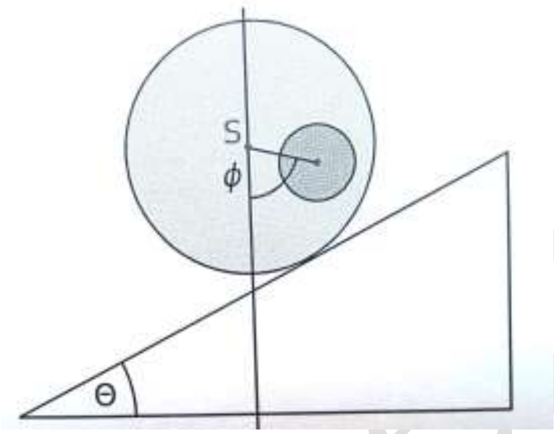


Figura 2. El cilindro en equilibrio sobre la base inclinada

A.1 **<u>Encontrar una ecuación de b en función de alguna de las magnitudes (1), del ángulo ϕ y del ángulo θ de la inclinación de la base.</u>**

En lo que sigue se asume que el valor de b es conocido

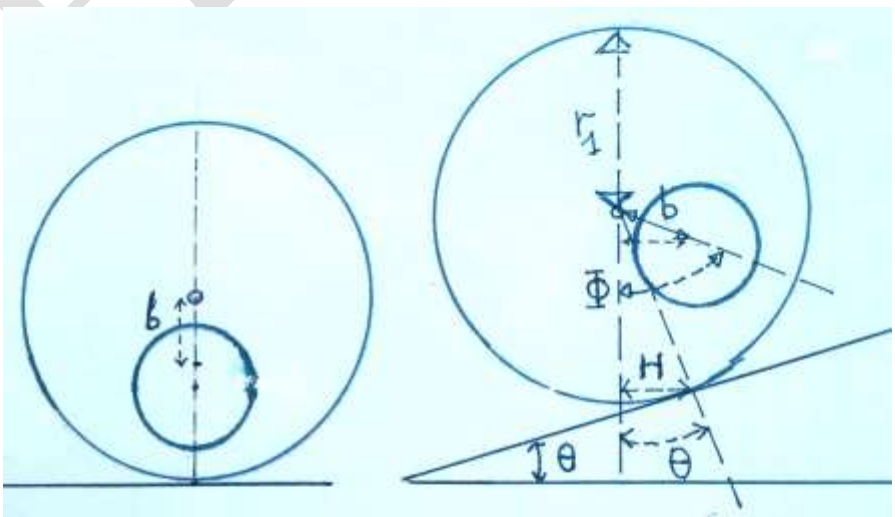


Figura A1a) Figura A1b)

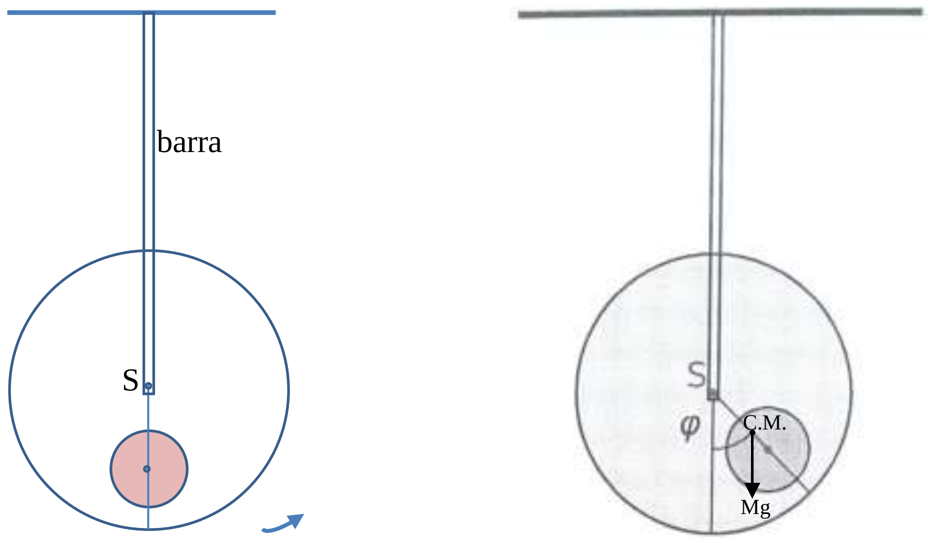


Figura 3. El sistema colgado por su eje S

A continuación deseamos medir el momento de inercia I_S del sistema respecto del eje de simetría S. Para ello colgamos el cilindro por su eje de simetría mediante una barra rígida. Luego lo desplazamos un ángulo pequeño φ de su posición de equilibrio y lo dejamos en libertad. Ver la figura 3 del dispositivo. Encontramos que el sistema oscila con un periodo T

A.2 Determinar la ecuación del movimiento de φ. Calcular el momento de inercia I_S del sistema respecto al eje de simetría S en función de T, b y alguna de las cantidades de (1). Se admite que el desplazamiento del sistema es tal que el ángulo φ es pequeño.

A partir de las medidas obtenidas en las preguntas A.1 y A.2 queremos determinar la geometría y la posición del disco de metal ubicado dentro del cilindro de madera.

A.3 Expresar la distancia d en función de b y alguna de las constantes (1). Se debe incluir r_2 y h_2 como variables en su ecuación, las cuales se calcularán en el apartado A5.

A.4 ***<u>Expresar I_S en función de b y alguna de las constantes (1). Se debe incluir r_2 y h_2 como variables en su ecuación, las cuales se calcularán en el apartado A5.</u>***

A.5 ***<u>Utilizando todos los resultados anteriores escriba una relación para h_2 y r_2 en función de b, T y las cantidades conocidas de (1). Debe relacionarse h_2 en función de r_2.</u>***

Problema B. Una estación espacial rotatoria

Alicia es una astronauta que vive en una estación espacial. Dicha estación es una rueda gigantesca de radio R que está girando alrededor de su eje, con lo que proporciona una gravedad artificial para los astronautas. Estos viven en el borde de la rueda. La atracción gravitatoria de la estación espacial y la curvatura no deben considerarse.

B1 Determinar la frecuencia angular ω_{SS} de la estación si los astronautas experimentan una atracción gravitatoria artificial g_E igual a la de la superficie terrestre.

Alicia y su amigo el astronauta Bob están en desacuerdo, ya que Bob piensa que en realidad no están viviendo en una estación espacial sino en la Tierra .Alicia quiere, mediante argumentos físicos, demostrar a Bob que ambos realmente están viviendo en una estación espacial. Para ello coloca una masa m en el extremo de un muelle de constante k que puede oscilar y lo hará solamente en dirección vertical y no lo hará en dirección horizontal

B2 Suponiendo que la gravedad en la Tierra es constante con una aceleración g_E, ¿cuál debe ser el valor de la frecuencia ω_E medida por una persona en la Tierra?

.

B3 ¿Qué frecuencia angular mide Alicia en la estación espacial?

.

Alicia está convencida de que su experimento prueba que están en una plataforma rotatoria., sin embargo Bob es escéptico y argumenta que cuando se tiene en cuenta el cambio de la gravedad por encima de la superficie terrestre se encuentra un efecto similar. En las siguientes preguntas investigamos si Bob tiene razón.

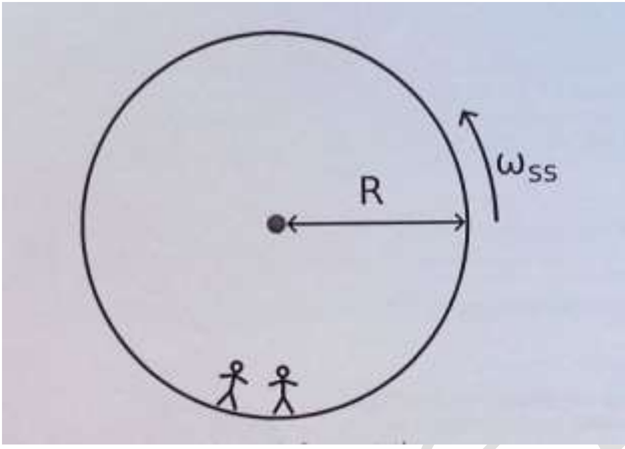


Figura 4. Estación espacial

***B4** <u>Obtenga una expresión de la gravedad $g_E(h)$, gravedad en función de la altura sobre la superficie terrestre, para alturas de h pequeñas y calcule la frecuencia de oscilación ϖ_E de la masa m, La aproximación lineal es suficiente. El radio de la Tierra se designa R_E y en el cálculo se desprecia la rotación terrestre</u>*

En la estación espacial Alicia encuentra que el resorte oscila con la frecuencia que Bob predijo.

***B5** <u>¿Para qué radio R de la estación espacial es igual la frecuencia de oscilación ω a la frecuencia de oscilación ϖ_E sobre la tierra? Exprese la respuesta en términos de R_E.</u>*

Alicia irritada con la terquedad de Bob propone un experimento para probar su punto de vista. Se sube a una torre de altura H respecto del suelo de la estación espacial y desde allí deja caer una masa.
Este experimento debe considerarse desde un sistema de referencia rotatorio y uno inercial.
En un sistema de referencia en rotación, el astronauta percibe una fuerza de inercia, $\vec{F}_C$ denominada fuerza de Coriolis. La fuerza $\vec{F}_C$ que actúa sobre una masa m desplazándose con velocidad $\vec{v}$ en un sistema en rotación con velocidad angular constante $\vec{\omega}_S$ está dada por la ecuación

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v}\times\vec{\omega}_S$$

Si se utiliza la ecuación anterior en forma escalar se escribe

$$F_C = 2mv\omega_S sen\varphi$$

Donde φ es el ángulo que forman la velocidad y el eje de rotación. La fuerza es perpendicular a la velocidad y al eje de rotación. El signo de la fuerza se puede determinar por la regla de la mano derecha pero en lo que sigue usted puede escoger libremente el método que quiera.

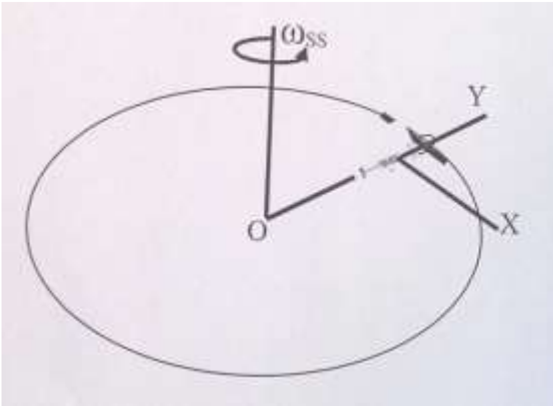
B6 Calcule la velocidad horizontal v_x y el desplazamiento horizontal d_x (relativo a la base de la torre y en dirección perpendicular a la torre) en el instante en que la masa llega al suelo. Usted debe suponer que la altura H de la torre es pequeña y que la aceleración medida por los astronautas es constante durante la caída. También debe suponer que d_x<<H

Con la finalidad de mejorar el resultado Alicia decide realizar el experimento desde una torre mucho más alta que la anterior. Para su sorpresa la masa choca contra el suelo al pie de la base de la torre, esto es , d_x=0.

B7 Encontrar la mínima altura de la torre para que d_x =0

Alicia intenta un último esfuerzo para convencer a Bob. Utiliza un muelle como oscilador para comprobar el efecto de la fuerza de Coriolis. Con esa finalidad modifica el dispositivo y así coloca en un extremo del muelle un anillo que desliza sin fricción sobre una barra horizontal en la dirección x. El muelle oscila en dirección y. La barra está colocada paralela al suelo y perpendicular al eje de rotación de la

estación espacial. De esta manera el plano xy es perpendicular al eje de rotación con el eje y apuntando directamente al centro de rotación de la estación.



***B8** <u>Alicia tira del muelle y lo alarga una distancia d hacia abajo respecto al punto de equilibrio x=0 e y=0 y a continuación lo deja en libertad.</u>*
<u>Encuentre una expresión algebraica de x(t) e y(t). Debe suponer que $\omega_s d$ es pequeña y que la fuerza de Coriolis es despreciable a lo largo del eje y.</u>
<u>Haga un boceto de la trayectoria x(t); y(t) indicando las características importantes tales como la amplitud.</u>

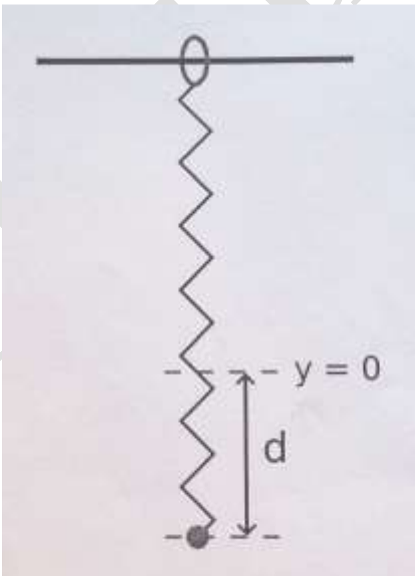


Figura 5. Montaje

Alicia y Bob siguen discutiendo.

2.-DINÁMICA NO LINEAL DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Introducción

Los elementos semiconductores bi-estables no lineales (ejemplo los tiristores) se utilizan en electrónica como interruptores y generadores de ondas electromagnéticas El primer campo de aplicación de los tiristores es el control de corrientes alternas en electrónica de potencia, por ejemplo en la rectificación de corriente alterna a continua en la escala de los megavatios. Los elementos bi-estables se pueden aplicar como sistemas modelo para fenómenos de autoorganización en física (este aspecto se trata en el apartado B del problema), en biología (parte C) y en otros campos de la ciencia moderna no lineal.

Objetivos

Estudiar inestabilidades y dinámica no elemental de circuitos incluyendo elementos con curvas I-V características
Descubrir posibles aplicaciones de tales circuitos en ingeniería y en la modelización de sistemas biológicos.

Parte A. Estados estacionarios e inestabilidades

La figura 1 es la denominada curva S (I-V) característica de un elemento no lineal X. En el intervalo entre U_h= 4,00 V (voltaje umbral inferior) y U_{th} =10,0 V (voltaje umbral superior) la función es multivaluada (a un valor X pueden corresponder distintos Y). El gráfico de la figura 1 se aproximó de forma lineal en tres partes (la rama superior pasa por el origen si se prolonga). Esta aproximación es suficientemente buena como descripción de un tiristor real.

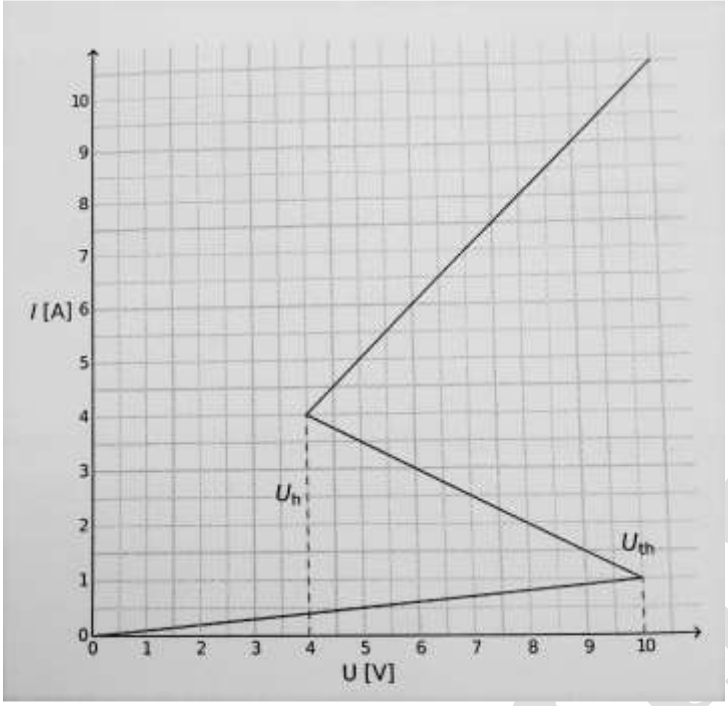


Fig.1.- Característica I-V del elemento no lineal X

A1. ***<u>A partir del gráfico I-V, determine la resistencia R_{on} del elemento X en la rama superior y la resistencia R_{off} de la rama inferior. La rama central está descrita por la ecuación</u>***

$$I = I_o - \frac{U}{R_{int}}$$

<u>Encontrar los parámetros I_o y R_{int}</u>

El elemento X se conecta en serie (ver la figura 2) con una resistencia R y una bobina L y una fuente de fuerza electromotriz ε y resistencia interna despreciable. Se dice que el circuito está en un estado estacionario si la corriente es constante con el tiempo, I(t) = Cte

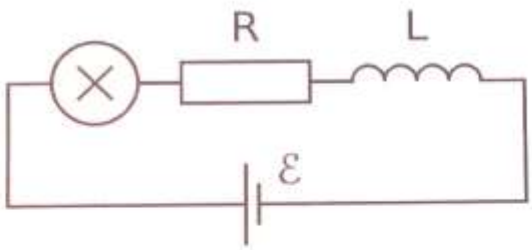


Fig.2- Circuito con elemento X, resistencia R, bobina L y fuente de voltaje ε

A2 ¿Cuál es el numero de estados estacionarios posibles en el circuito de la figura 2 para un valor fijo de ε y una resistencia R= 3,00 Ω? ¿Cambia la respuesta si R= 1,00 Ω?

A3 En el circuito de la figura 2, R = 3,00 Ω, L = 1,00μH y ε =15,0 V Determine los valores de la corriente estacionaria $I_{estacionaria}$ y del voltaje ${}_{estacionario}$ sobre el elemento no lineal X.

El circuito de la figura 2 está en estado estacionario $i(t)= I_{estacionario}$. Este estado estacionario es estable si después de un pequeño desplazamiento (aumento o disminución de la corriente) la corriente vuelve a su estado primitivo. Pero si el sistema se aleja del estado estacionario es que es inestable.

A4.-. Utilice los valores numéricos de la cuestión A3 y determine si el estado estacionario es estable o inestable

Parte B. Elementos no lineales bi-estables en física: el radiotransmisor.

Ahora investigamos una configuración nueva del circuito (ver figura 3). En este caso el elemento no lineal X está conectado en paralelo con un condensador de capacidad C = 1μF. Este conjunto está conectado en serie con una resistencia R = 3,00 Ω y una fuente de alimentación ideal

ε =15,0 V. Este circuito oscila con el elemento no lineal X saltando de una rama a otra de la curva I-V a lo largo de cada ciclo.

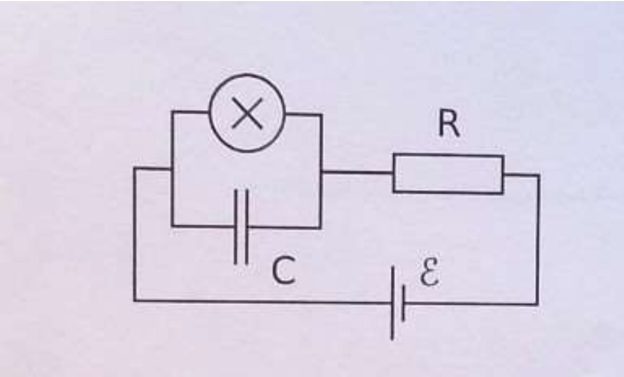


Fig.3- Circuito con el elemento no lineal X, un condensador C, una resistencia R y una fuente de voltaje ε.

B1 <u>Dibuje el ciclo de oscilación en el gráfico I-V incluyendo su dirección (horaria o antihoraria), justifique su respuesta con ecuaciones y bocetos</u>

B2 <u>Calcule los tiempos t_1 y t_2 que el sistema emplea en cada rama de la curva I-V durante un ciclo. Calcule el tiempo total T de un ciclo en el supuesto de que los tiempos de los saltos de una rama a otra son instantáneos</u>

B3 <u>Estime la potencia promedio P, disipada por el elemento no lineal durante una oscilación. Dar el orden de magnitud es suficiente</u>

El circuito de la figura 3 se utiliza para construir un radiotransmisor. Para esta finalidad el elemento X se conecta a un extremo de una antena lineal (un alambre recto y largo) de longitud s, dejando el otro extremo libre. En la antena se forma una onda electromagnética estacionaria. La velocidad de la onda electromagnética en la antena es la misma que en el vacío. El transmisor utiliza el armónico fundamental del sistema de periodo T (valor calculado en el apartado B2)..0000

B4 ¿<u>Cuál es el valor óptimo de s suponiendo que no puede exceder de 1 km?</u>

Parte C. Elementos no lineales bi-estables en biología: el neuristor.

En esta parte del problema consideramos una aplicación de los elementos no lineales bi-estables para la modelación de procesos biológicos. Una neurona del cerebro humano tiene la siguiente propiedad: cuando se excita por una señal externa realiza una única oscilación y a continuación vuelve a su estado natural. Este hecho se denomina excitabilidad. Debido a esta propiedad los pulsos se propagan en una red de neuronas acopladas que es precisamente el sistema nervioso.
Un chip semiconductor que está diseñado para reproducir excitabilidad y propagar impulsos se llama neuristor (neurona y transmisor).
Intentamos modelar un simple neuristor utilizando para ello un circuito con un elemento no lineal X como el estudiado anteriormente. Para ello el voltaje ε del circuito de la figura 3 se disminuye a $\varepsilon' =12,0$ V. Las oscilaciones se detienen y el sistema alcanza el estado estacionario. A continuación el voltaje se aumenta de forma súbita para hacerlo regresar al valor $\varepsilon=15,0$ V, transcurrido un periodo de tiempo $\tau<T$ el voltaje regresa de nuevo al valor $\varepsilon = 12,0$ V (ver la figura 4). Existe un valor crítico ($\tau_{crítico}$) para el que el sistema muestra diferente comportamiento según sea $\tau< \tau_{crítico}$ o $\tau> \tau_{crítico}$

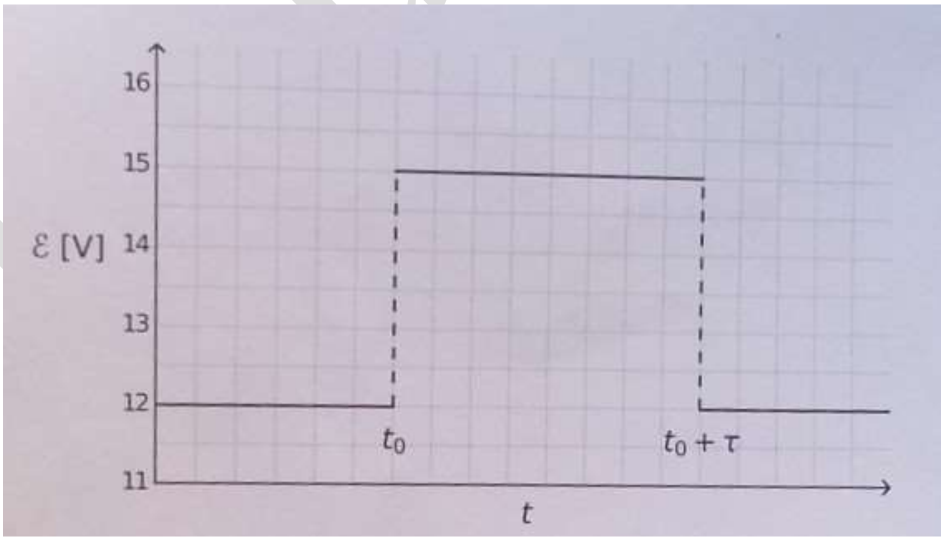


Fig.4- Voltaje de la fuente de alimentación frente al tiempo

C1 <u>Dibuje gráficos para la dependencia temporal de la corriente $I_X(t)$ en el elemento no lineal X para $\tau<\tau_{crítico}$ y $\tau>\tau_{crítico}$</u>

C2 <u>Encuentre la expresión y el valor numérico del tiempo crítico t crítico para el cual hay un cambio de comportamiento</u>

<u>C3 ¿ En el circuito con τ=1,00.10^{-6} es un neuristor?</u>

EL GRAN COLISIONADOR DE HADRONES (LHC)

En este problema se discutirá sobre la física de las partículas en el LHC (Large Hadron Collider) del CERN. El CERN es el laboratorio de partículas más grande del mundo y su objetivo principal es estudiar las leyes fundamentales de la naturaleza. En él se aceleran dos haces de partículas hasta obtener altas energías, lo cual se logra acelerándolas en un anillo gobernado por intensos campos magnéticos, finalmente a los haces de partículas se les hace chocar entre sí. Los protones no se dispersan por el anillo acelerador sino que están confinados en los denominados paquetes. Las partículas generadas después del choque se analizan empleando para ello grandes detectores. En la tabla 1 se indican alguna de las características del LHC.

Anillo del LHC	
Longitud del anillo	***26659 m***
Número de paquetes por cada haz de protones	***2808***
Número de protones por paquete	***$1,15.10^{11}$***
Haz de protones	
Energía de los protones	***7,00 TeV***
Energía del centro de masas	***14,0 TeV***

Tabla 1.- Valores numéricos relevantes del LHC

En la física de partículas se utilizan unidades adecuadas para la energía, el momento y la masa. La energía se mide en eV (energía que adquiere un electrón cuando se somete a la acción de una diferencia de potencial de un voltio). 1 eV = $1,602.10^{-19}$ kg m^2 s^{-2}

El momento de mide en eV/c y la masa en eV/c^2 siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Dado que el eV es una unidad pequeña se utilizan los multiplos MeV (10^6 eV) , GeV(10^9 eV y TeV (10^{12} eV).
La parte A trata sobre la aceleración de protones y electrones y la B sobre las partículas que aparecen al colisionar los haces.

Parte A. El acelerador LHC

Aceleración

Se supone que los protones se aceleran mediante un voltaje V, de modo que su velocidad es próxima a la de la luz, se desprecia cualquier pérdida de energía debida a la radiación o al choque con otras partículas

A1 Encontrar la expresión exacta de la velocidad final v de los protones en función del voltaje acelerador V y de constantes físicas fundamentales.

Un experimento futuro del CERN utilizará los protones del LHC para colisionar con electrones de energía 60 GeV.

A2 Para las partículas con energía alta y masa pequeña la desviación relativa $\Delta = \frac{c-v}{c}$ ***es muy pequeña. Encuentre una aproximación de primer orden para*** Δ ***y calcule*** Δ ***para electrones con una energía de 60 GeV empleando el voltaje acelerador V y constantes físicas***

c=2,997.10^8 m/s ; masa del electrón , $m_e = 0{,}511.10^{-31}$ ***kg***

Volvemos ahora a los protones del LHC. Suponga que el túnel del acelerador es de forma circular

Potencia radiada

Una partícula con carga eléctrica y acelerada emite energía en forma de radiación electromagnética. La potencia radiada P_{rad} ***por una partícula cargada que se desplaza con velocidad angular constante depende solamente de su aceleración a, de su carga q, de la velocidad de la luz c y de la permitividad del vacío*** ε_o

A3 Deduzca una expresión para la densidad de flujo magnético B, uniforme, necesaria para que los protones se mantengan en una trayectoria circular.
La expresión solamente debe contener la energía E de los protones, la longitud del túnel L, constantes fundamentales y números. Se pueden utilizar aproximaciones si su efecto es menor que la precisión dada por el menor número de dígitos significativos.
Calcule B para los protones de E=7,00 TeV, despreciando las interacciones entre ellos.

A4 Utilice el análisis dimensional para encontrar una expresión para la potencia radiada.

La fórmula real de la potencia radiada contiene el factor $1/6\pi$, además el tratamiento relativista introduce un factor γ^4

A5 Calcular la potencia total P_{tot} radiada por LHC para una energía del protón E = 7,00 TeV (Ver tabla 1). Puede usar aproximaciones apropiadas.
Masa del protón m_o=1,672.10^{-27} kg ,
Permitividad del vacío, ε_0=8,854.10^{-12} N^{-1}m^{-2}C^{2}

Aceleración lineal

En el CERN los protones se aceleran a partir del reposo mediante un acelerador lineal de longitud d= 30 m y diferencia de potencial ΔV= 500 MW. Se supone que el campo eléctrico es homogéneo. Un acelerador lineal consiste en dos platos como se esquematiza en la figura 1.

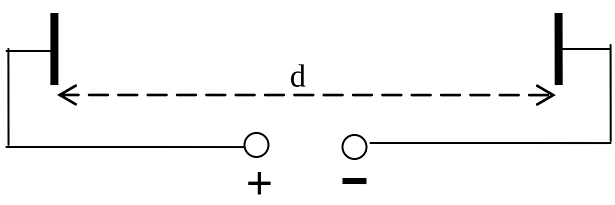


Fig.1- esquema del acelerador lineal

A6 Determine el tiempo que los protones emplean en recorrer el acelerador lineal

Parte B. Identificación de partículas.

Tiempo de vuelo

Es importante identificar las partículas de alta energía que se generan en la colisión con la finalidad de interpretar los procesos de interacción. Un método simple consiste en medir el tiempo t, que una partícula de momento conocido emplea en recorrer una longitud l en un denominado detector del tiempo de vuelo (Time-of-Flight)(ToF). Algunas partículas típicas que se identifican en el detector y sus masas están recogidas en la tabla 2.

Partícula	*Masa en MeV/c^2*
Deuterón	**1876**
Protón	**938**
Kaón con carga	**494**
Pión con carga	**140**
Electrón	**0,511**

Tabla 2. Partículas con sus masas

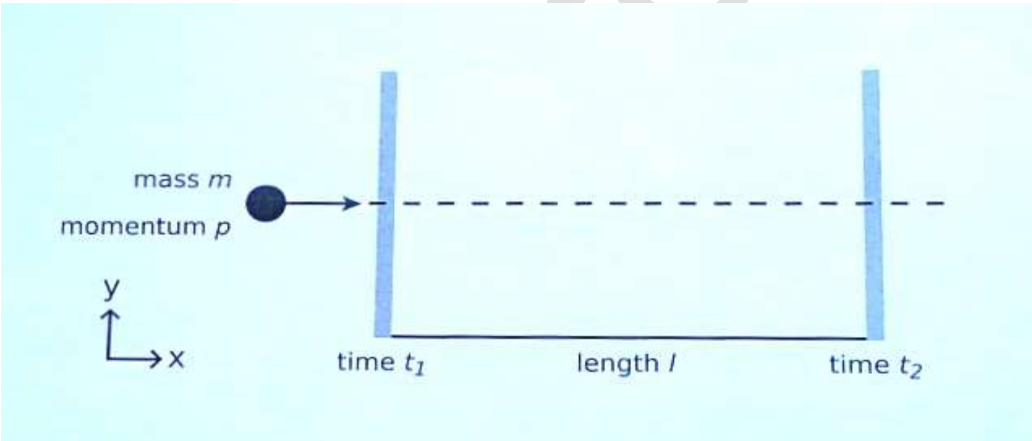
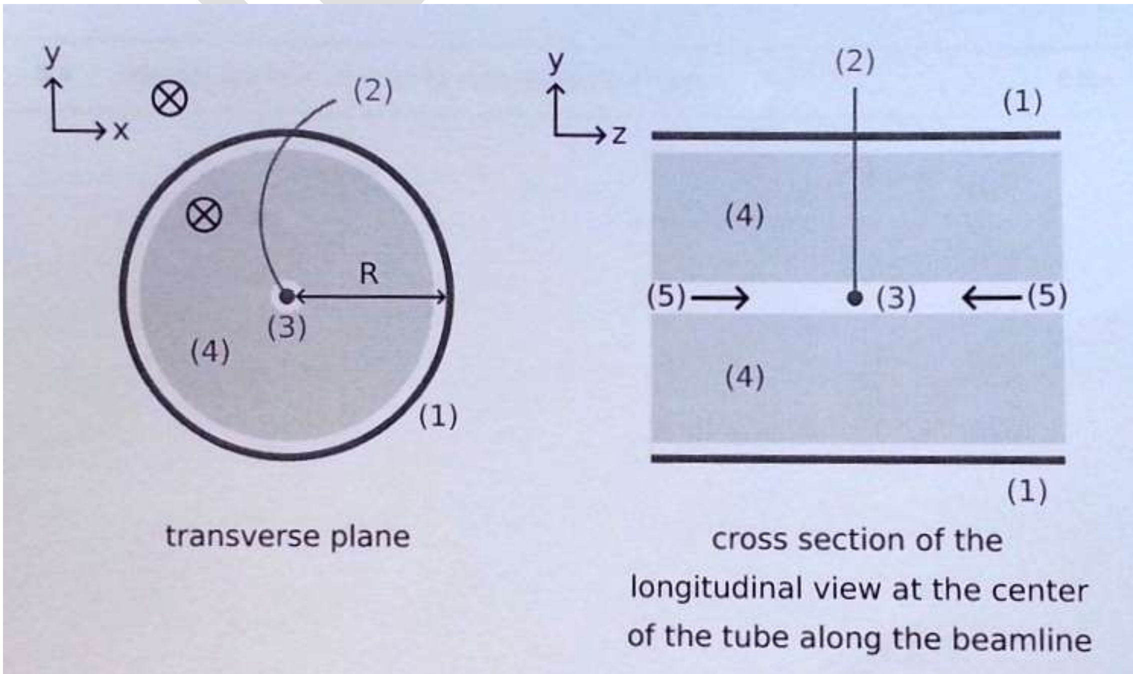


Figura 2. Vista esquemática del detector ToF

B1 Exprese la masa en función del momento p, la longitud del vuelo l, y el tiempo de vuelo t, suponiendo que las partículas poseen la carga elemental e y viajan en línea recta con velocidad cercana a la de la luz por el detector ToF y que viajan en dirección perpendicular a los dos planos de detección (ver la figura 2)

B2 ***<u>Calcular la longitud mínima del detector ToF que permite con seguridad distinguir a un kaón cargado de un pión cargado, siendo sus momentos medidos 1,00 GeV/c. Para una buena separación se requiere que la diferencia en el tiempo de vuelo sea mayor que tres veces el tiempo de resolución del detector. El tiempo de resolución del detector ToF es 150 ps (1ps=10^{-12} s).</u>***

En lo siguiente, ciertas partículas producidas en el detector LHC se identifican en un detector de dos etapas, una es el detector de seguimiento y la otra el ToF. La figura 3 muestra el montaje en los planos transversal y longitudinal de los haces de protones. Ambos detectores son tubos que rodean la zona de interacción pasando el haz por el medio de ellos.
El detector de seguimiento mide la trayectoria de una partícula cargada que atraviesa un campo magnético cuya dirección es paralela a los haces de protones. El radio r descrito por la partícula permite calcular su momento transversal p_l. Dado que se conoce el tiempo de colisión, el detector ToF solamente es un tubo que mide el tiempo de vuelo entre el lugar de la colisión y el tubo del detector. El ToF está situado justo después de la cámara de seguimiento. Para las cuestiones siguientes debe suponer que todas las partículas creadas en la colisión viajan perpendicularmente al haz de protones, lo cual significa que las partículas carecen de momento a lo largo de la dirección del haz de protones.



1, Tubo ToF
2. Trayectoria
3. Punto de colisión
4. Detector de trayectoria
5. Haz de protones
⊗ Campo magnético

Figura 3. Dispositivo experimental para la identificación de partículas con una cámara de seguimiento y un detector ToF. Ambos detectores son tubos que rodean al punto de colisión situado en el centro. Izquierda: vista transversal perpendicular al haz – Derecha: vista longitudinal paralela al haz

B3 Exprese la masa de la partícula en función de B, del radio R del tubo del detector ToF, constantes fundamentales y las cantidades medidas: el radio r de la trayectoria y el tiempo de vuelo t.

Se han detectado cuatro partículas y se desea identificarlas. La densidad de flujo magnético en el detector de seguimiento vale B= 0,500 T. El radio R del detector Tof es R=3,70 m El tiempo de vuelo se expresa en nanosegundos, siendo 1ns=10^{-9} s

Partícula	*Radio de la trayectoria r/m*	*Tiempo de vuelo t/ns*
A	***5,10***	***20***
B	***2,94***	***14***
C	***6,06***	***18***
D	***2,31***	***25***

B4 Identifique las cuatro partículas calculando sus masas

)