Análisis de un circuito de corriente alterna

Introducción

En este experimento se analiza desde el punto de vista teórico y experimental un circuito en derivación de corriente alterna. Dicho circuito está constituido por dos ramas en paralelo: una de ellas con un condensador C y una resistencia R_C y la otra con una bobina L y una resistencia R_L. (Ver la figura 1 y la fotografía 1 del circuito real).

Se estudia la resonancia del circuito en función de los valores de las resistencias, bobina y condensador. Se determina la condición de los valores señalados para los que no existe resonancia. Finalmente se comparan los valores deducidos en la teoría con los valores que se obtienen en las medidas experimentales.

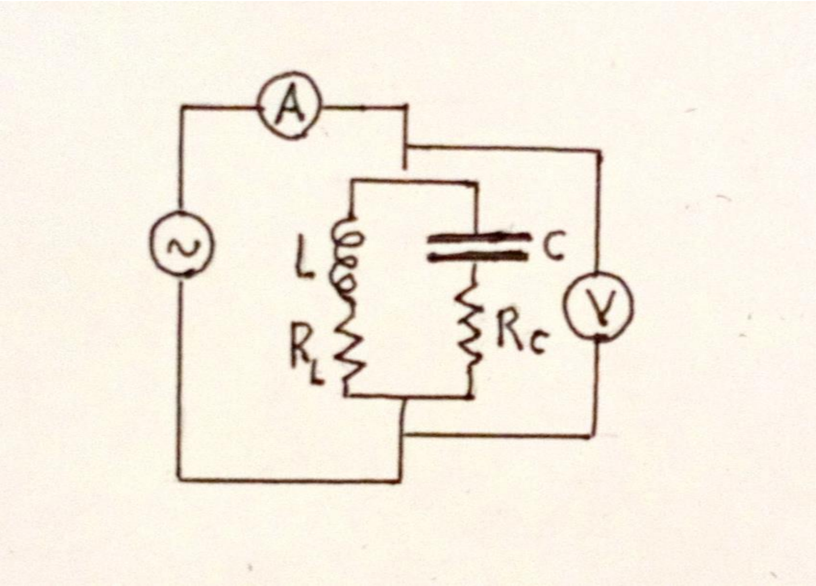
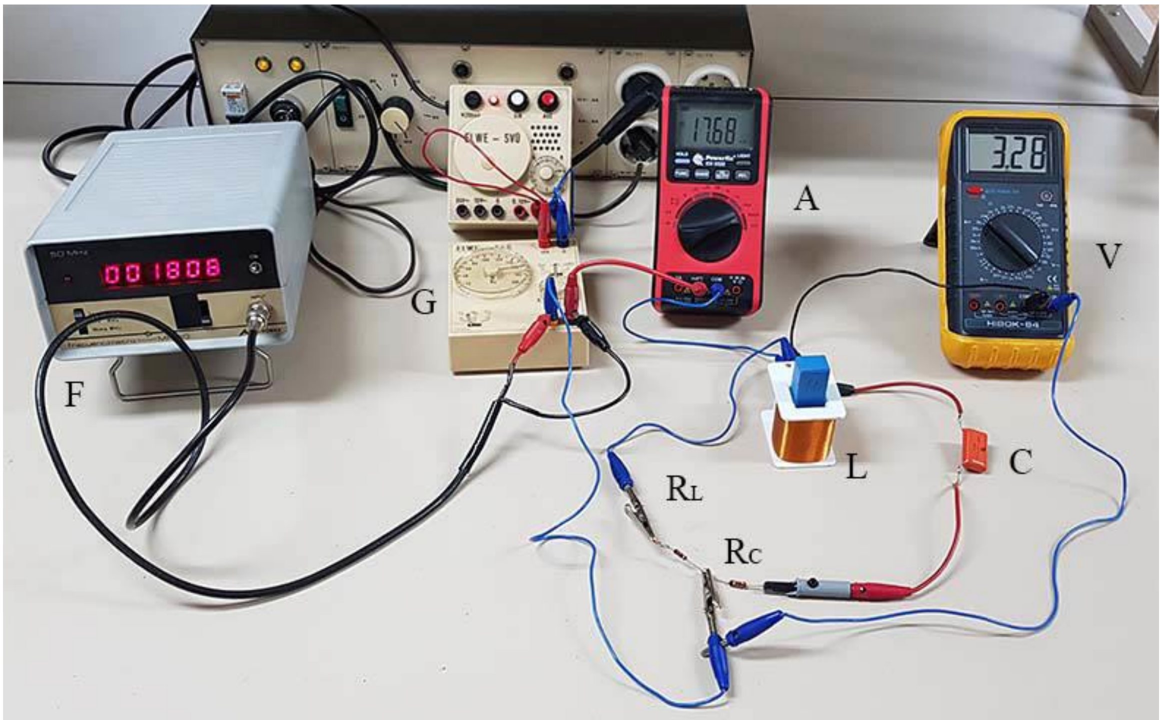


Fig.1.- *A, amperímetro en escala de mA, V, voltímetro en escala de voltios, L bobina, C condensador,* R_L *resistencia unida con la bobina,* R_C *resistencia unida al condensador. Todo el conjunto esta unido a un frecuencímetro y un generador de frecuencias, representado por la línea ondulada.*



Fotografía 1.

F= frecuencímetro G=generador de señales A=amperímetro V=voltímetro L=bobina
C= condensador;RL=resistencia en serie con la bobina, RC= resistencia en serie con el condensador

Material

Un frecuencímetro
Un generador de frecuencias
Dos multímetros
Un condensador C = 1,0 μF
Una bobina con núcleo
Juego de resistencias
Cables de conexión

Análisis teórico

$X_L = L\omega = L2\pi f$; $X_C = \dfrac{1}{C\omega} = \dfrac{1}{C2\pi f}$; Z impedancia, A admitancia

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R_L + X_L j} + \frac{1}{R_C - X_C j} = \frac{R_L - X_L j}{(R_L + X_L j)\,(R_L - X_L j)} + \frac{R_C + X_C j}{(R_C + X_C j)\,(R_C - X_C j)} =$$

$$= \frac{R_L - X_L j}{R_L^2 + X_L^2} + \frac{R_C + X_C j}{R_C^2 + X_C^2} = \frac{(R_L - X_L j)\left(R_C^2 + X_C^2\right) + (R_C + X_C j)\left(R_L^2 + X_L^2\right)}{\left(R_L^2 + X_L^2\right)\left(R_C^2 + X_C^2\right)} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{Z} = A = \frac{R_L R_c^2 + R_L X_C^2 + R_C R_L^2 + R_C X_L^2}{\left(R_L^2 + X_L^2\right)\left(R_C^2 + X_C^2\right)} + \frac{-X_L R_C^2 - X_L X_C^2 + X_C R_L^2 + X_C X_L^2}{\left(R_L^2 + X_L^2\right)\left(R_C^2 + X_C^2\right)}\, j$$

La resonancia del circuito supone que la parte imaginaria sea igual a cero

$$X_L R_C^2 + X_L X_C^2 = X_C R_L^2 + X_C X_L^2 \quad \Rightarrow \quad X_L\left(R_C^2 + X_C^2\right) = X_C\left(R_L^2 + X_L^2\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; L\omega\left(R_C^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}\right) = \frac{1}{C\omega}\left(R_L^2 + L^2\omega^2\right) \;\Rightarrow\; LC\omega^2\left(R_C^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}\right) = R_L^2 + L^2\omega^2 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega^2 L\left(C R_C^2 - L\right) = R_L^2 - \frac{L}{C} \;\Rightarrow\; \omega^2 = \frac{R_L^2 - \frac{L}{C}}{L\left(C R_C^2 - L\right)} = \frac{R_L^2 - \frac{L}{C}}{\left(R_C^2 - \frac{L}{C}\right)LC} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{R_L^2 - \frac{L}{C}}{R_C^2 - \frac{L}{C}}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{R_L^2 - \frac{L}{C}}{R_C^2 - \frac{L}{C}}}$$

Para que exista frecuencia de resonancia se tiene que cumplir que

$$R_L^2 > \frac{L}{C} \quad y \quad R_C^2 > \frac{L}{C}$$

O que

$$R_L^2 < \frac{L}{C} \quad y \quad R_C^2 < \frac{L}{C}$$

Si elegimos la primera condición habrá una frecuencia de resonancia y otra si intercambiamos R_L por Rc en el circuito.

Si se cumple la segunda condición ocurrirá lo mismo que habrá dos frecuencias de resonancia al intercambiar las resistencias.

Análisis experimental

1) Determinación del coeficiente de autoinducción de la bobina

Disponga un circuito como el de la figura 2. Anote en la tabla I los valores de la frecuencia y los correspondientes de la intensidad y del voltaje. Complete la tabla con el resto de las columnas.

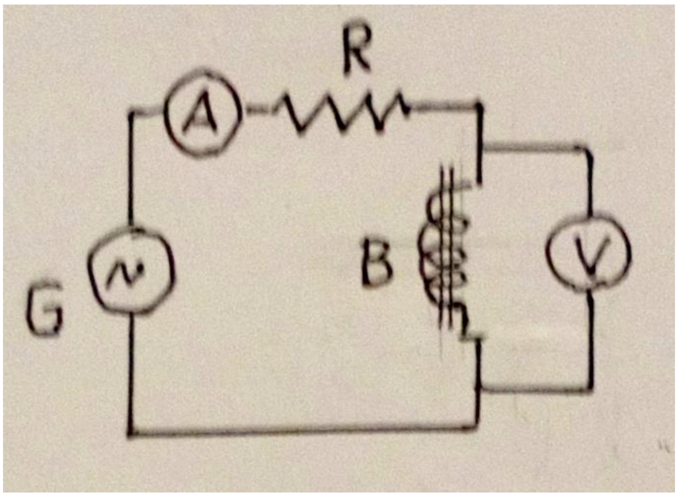


Fig 2. *G es un generador de frecuencia variable de ondas senoidales , A amperímetro, V, voltímetro B bobina con núcleo de chapas de hierro, R resistencia dispuesta para evitar corriente excesivas sobre la bobina.*

Tabla I

f/Hz											
V/V											
I/mA											
I/A											
V/I											
$L = \frac{V/I}{2\pi f}$											

Represente la frecuencia frente al cociente V/I .y determine el valor medio de L que le proporciona la grafica..

Represente en el eje de abscisas la frecuencia frente a los valores de L. Comente el resultado.

2) Determinación de la capacidad del condensador

Monte un circuito como el de la figura 2 cambiando la bobina por el condensador. Anote en la tabla II los valores de la frecuencia y los correspondientes de la intensidad y del voltaje. Complete la tabla con el resto de las columnas.

Tabla II

f/Hz											
V/V											
I/mA											
I/A											
V/I											
$C = \frac{I/V}{2\pi f}$											

Represente $\frac{1}{2\pi f}$ en el eje de ordenadas frente a V/I en el eje de abscisas, la pendiente de la recta es la capacidad del condensador.

Represente en el eje de abscisas la frecuencia frente a los valores de C obtenidos en la tabla II, Comente el resultado.

Análisis teórico y experimental

1) Una vez que se ha determinado el coeficiente de autoinducción L= 0,058 H de la bobina y la capacidad del condensador. C = $1{,}00.10^{-6}$ F, seleccione dos resistencias que ambas cumplan la condición

$$R_L^2 > \frac{L}{C} \quad y \quad R_C^2 > \frac{L}{C}$$

Además $R_L > R_C$
Mida ambas resistencias con uno de los multímetros y anote los resultados.

Con ayuda de una hoja de cálculo obtenga los valores de la parte real de la parte imaginaria y la admitancia de la ecuación deducida anteriormente que es la siguiente.

$$A = \frac{R_L R_c^2 + R_L X_C^2 + R_C R_L^2 + R_C X_L^2}{\left(R_L^2 + X_L^2\right)\left(R_C^2 + X_C^2\right)} + \frac{-X_L R_C^2 - X_L X_C^2 + X_C R_L^2 + X_C X_L^2}{\left(R_L^2 + X_L^2\right)\left(R_C^2 + X_C^2\right)} j \quad (1)$$

Los valores obtenidos los designamos como valores teóricos.

Represente en una gráfica 1) la admitancia A en ordenadas frente a la frecuencia en abscisas, en otra gráfica, 2) la parte imaginaria en abscisas frente a la frecuencia en ordenadas.

Calcule la frecuencia de resonancia mediante la ecuación $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{R_L^2 - \frac{L}{C}}{R_C^2 - \frac{L}{C}}}$. El valor que obtenga con esta ecuación debe coincidir con el valor cero de la parte imaginaria en la gráfica 2.

b) Monte el circuito de la figura 1 con los valores experimentales de L , C , R_L y R_C obtenga una serie de valores de la admitancia A en función de la frecuencia trabaje con frecuencias del mismo intervalo que ha utilizado en los valores teóricos., Recopile todos los valores en la tabla III Estos valores los designamos como experimentales.

Tabla III

f/Hz											
V/V											
I/mA											
I/Amperio											
A = I/V											

Represente la frecuencia en el eje de abscisas frente a la admitancia A en el eje de ordenadas.

Represente juntas en una gráfica la frecuencia (ejeX) frente a las admitancias teórica y experimental (ejeY).

2) Ahora intercambie las resistencias, eso es, R_L es R_C y R_C es R_L y realice las mismas operaciones que en el apartado anterior.

3) Elija dos resistencias que cumplan las condiciones $R_L^2 < \frac{L}{C}$ y $R_C^2 < \frac{L}{C}$ y que $R_L > R_C$

Utilice la ecuación (1), con la ayuda de la hoja de cálculo, y obtenga los valores de la parte imaginaria y de la admitancia. Haga una representación gráfica de la admitancia (eje Y) frente a la frecuencia (eje X) y otra con la parte imaginaria (eje Y) frente a la frecuencia (ejeX).

Calcule la frecuencia de resonancia mediante la ecuación $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{R_L^2 - \frac{L}{C}}{R_C^2 - \frac{L}{C}}}$. El valor que obtenga con esta ecuación debe coincidir con el valor cero de la parte imaginaria en la gráfica 2.

4) Intercambie las resistencias, eso es, R_L es R_C y R_C es R_L y realice las mismas operaciones que en el apartado anterior

5) Elija una resistencia R_L que cumpla la condición $R_L^2 > \frac{L}{C}$ y una resistencia R_C que cumpla la condición $R_C^2 < \frac{L}{C}$. Con estas condiciones no puede existir resonancia ya que el radicando es negativo, en otras palabras, la parte imaginaria de la ecuación (1) no puede valer cero. Con ayuda de la hoja de cálculo haga las mismas gráficas que ha hecho en los apartados anteriores.

6) Intercambie las resistencias del apartado anterior. Tampoco habrá resonancia pero la gráfica de la admitancia (Eje Y) frente a la frecuencia (EjeX) es diferente a la del apartado 5)..