

Kirchhoff en alterna

SOLUCIONARIO

Operaciones.

1) *Prepare el multímetro como óhmetro. Mida las resistencias R_1 y R_2*

$$R_1 = 3310\Omega \quad ; \quad R_2 = 9910\Omega$$

2) *Calcule los valores de las reactancias capacitativas de los condensadores*

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 0,47 \cdot 10^{-6}} = 6773\Omega \quad ;$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 1,0 \cdot 10^{-6}} = 3183\Omega$$

3) *Utilice el voltímetro en la escala de 200 V en alterna y mida*

El voltaje eficaz a la salida del transformador. $V_T = 12,7 \text{ V}$

La caída de tensión en la resistencia R_1 . $V_{R1} = 5,8 \text{ V}$

La caída de tensión en la resistencia R_2 . $V_{R2} = 8,2 \text{ V}$

La caída de tensión en el condensador C_1 . $V_{C1} = 8,7 \text{ V}$

La caída de tensión en el condensador C_2 . $V_{C2} = 2,3 \text{ V}$

4) *Calcule la potencia consumida en cada resistencia*

$$P_{R1} = \frac{(V_{R1})^2}{R_1} = \frac{5,8^2}{3310} = 10,2 \cdot 10^{-3} \text{ W} = 10,2 \text{ mW}$$

$$P_{R2} = \frac{(V_{R2})^2}{R_2} = \frac{8,2^2}{9910} = 6,79 \cdot 10^{-3} \text{ W} \approx 6,8 \text{ mW}$$

5) *Deduzca los valores de las intensidades complejas I_1 e I_2 . Utilice los valores numéricos que ha medido en los apartados anteriores*

Nota. Dos de las formas de representar los números complejos son

Forma binómica $z = x + yj$

Forma polar $z = r // \theta$

Paso de forma polar a binómica:

$$50//53,1^\circ \Rightarrow x = 50 \cdot \cos 53,1^\circ = 30 \quad ; \quad y = 50 \cdot \operatorname{sen} 53,1^\circ = 40 \quad \Rightarrow 50//53,1^\circ = 30 + 40j$$

Paso de la forma binómica a la polar

$$4 + 3j \Rightarrow 5 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \quad ; \quad \cos \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow \theta = 36,9^\circ \Rightarrow 4 + 3j = 5//36,9^\circ$$

Calculamos V_m de la fuente y escribimos en números complejos los elementos que forman el circuito

$$V_m = 12,7 \cdot \sqrt{2} = 18V \Rightarrow 18//0^\circ$$

Condensador C_1 ; $-6773j$

Condensador C_2 ; $-3183j$

Aplicamos Kirchhoff a la malla de la izquierda

$$I_1 \cdot 3310 + (I_1 - I_2)(-6773j) = 18//0^\circ$$

Aplicamos Kirchhoff a la malla de la derecha

$$I_2 \cdot (9910 - 3183j) + (I_2 - I_1)(-6773j) = 0$$

Agrupando términos resulta el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} I_1(3310 - 6773j) + I_2 \cdot 6773j &= 18//0^\circ \\ I_1 \cdot 6773j + I_2(9910 - 9956j) &= 0 \end{aligned}$$

De acuerdo con la regla de Cramer

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 18//0^\circ & 6773j \\ 0 & 9910 - 9956j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3310 - 6773j & 6773j \\ 6773j & 9910 - 9956j \end{vmatrix}}$$

Numerador

$$18//0^\circ \times (9910 - 9956j) = 18//0^\circ \times 14047// -45,1^\circ = 252,8 \cdot 10^3 // -45,1^\circ$$

Denominador

$$(3310 - 6773j) \times (9910 - 9956j) = (7539// -64^\circ) \times (14047// -45,1^\circ) = 105,9 \cdot 10^6 // -109,1^\circ$$

$$\begin{aligned} (105,9 \cdot 10^6 // -109,1^\circ) - (6773j \times 6773j) &= (105,9 \cdot 10^6 // -109,1^\circ) + 45,87 \cdot 10^6 = \\ &= [105,9 \cdot 10^6 \cdot \cos(-109,1) + 105,9 \cdot 10^6 \cdot \operatorname{sen}(-109,1)] + 45,87 \cdot 10^6 = 11,22 \cdot 10^6 - 100 \cdot 10^6 j \end{aligned}$$

$$I_1 = \frac{252,8 \cdot 10^3 // -45,1^\circ}{11,22 \cdot 10^6 - 100 \cdot 10^6 j} = \frac{252,8 \cdot 10^3 // -45,1^\circ}{100,6 \cdot 10^6 // -83,6^\circ} = 2,53 \cdot 10^{-3} // 38,5^\circ A$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3310 - 6773j & 18 \angle 0^\circ \\ 6773j & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3310 - 6773j & 6773j \\ 6773j & 9910 - 9956j \end{vmatrix}} = \frac{-(18 \angle 0^\circ) \times 6773j}{100,6 \cdot 10^6 \angle -83,6^\circ} = 1,21 \cdot 10^{-3} \angle -6,4^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{i} = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 &= 2,53 \cdot 10^{-3} \angle 38,5^\circ - 1,21 \cdot 10^{-3} \angle -6,4^\circ = (2,53 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 38,5^\circ + 2,53 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 38,5^\circ) - \\ &- (1,21 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(-6,4^\circ) + 1,21 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(-6,4^\circ)) = (1,98 \cdot 10^{-3} + 1,57 \cdot 10^{-3} j) - \\ &- (1,20 \cdot 10^{-3} - 0,135 \cdot 10^{-3} j) \Rightarrow \mathbf{i} = 0,78 \cdot 10^{-3} + 1,71 \cdot 10^{-3} j = 1,88 \cdot 10^{-3} \angle 65,5^\circ \end{aligned}$$

6) A partir de los valores de \mathbf{I}_1 e \mathbf{I}_2 calcule las caídas de tensión en las resistencias y en los condensadores

$$I_1(\text{efz}) = \frac{2,53}{\sqrt{2}} = 1,79 \text{ mA} \quad ; \quad I_2 = \frac{1,21}{\sqrt{2}} = 0,856 \text{ mA} \quad , \quad i = \frac{1,88}{\sqrt{2}} = 1,33 \text{ mA}$$

La caída de tensión en la resistencia R_1 . $V_{R1} = I_1 \cdot R_1 = 1,79 \cdot 10^{-3} \cdot 3310 = 5,9 \text{ V}$

La caída de tensión en la resistencia R_2 $V_{R2} = I_2 \cdot R_2 = 0,856 \cdot 10^{-3} \cdot 9910 = 8,5 \text{ V}$

La caída de tensión en el condensador C_1 . $V_{C1} = i \cdot 6773 = 1,33 \cdot 10^{-3} \cdot 6773 = 9,0 \text{ V}$

La caída de tensión en el condensador C_2 . $V_{C2} = I_2 \cdot 3183 = 0,856 \cdot 10^{-3} \cdot 3183 = 2,7 \text{ V}$

7) Calcule la potencia entregada al circuito por la fuente (transformador) y las consumidas en las resistencias. Compare los valores

$$P_F = V_F \cdot I_1 \cdot \cos \phi = 12,7 \cdot 1,79 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 38,5^\circ = 17,8 \cdot 10^{-3} \text{ W} = 17,8 \text{ mW}$$

$$P_{R1} = \frac{(V_{R1})^2}{R_1} = \frac{5,9^2}{3310} = 10,5 \cdot 10^{-3} \text{ W} = 10,5 \text{ mW}$$

$$P_{R2} = \frac{(V_{R2})^2}{R_2} = \frac{8,5^2}{9910} = 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ W} = 7,3 \text{ mW}$$

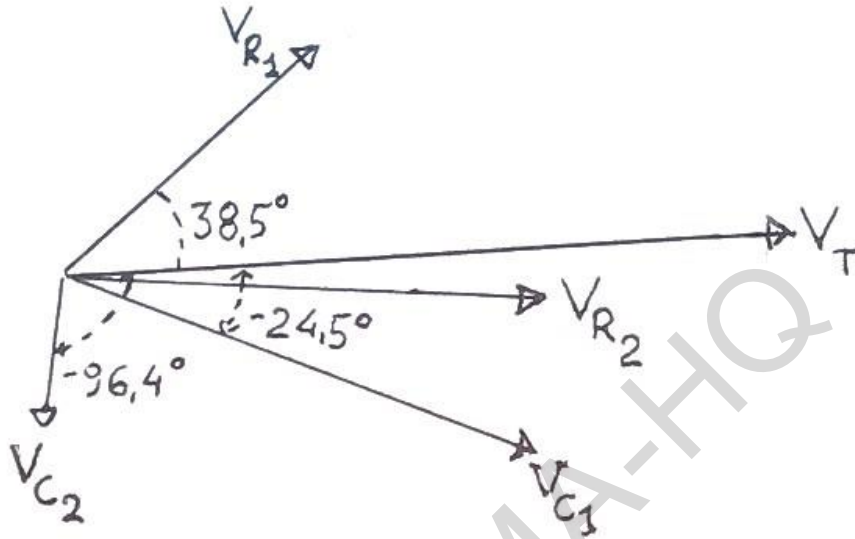
La potencia que suministra la fuente es la suma de las potencias consumidas en las resistencias.

8) Determine los % de diferencia entre los valores experimentales (apartado 3) y los teóricos (obtenidos en el apartado 6) respecto de estos últimos.

Para R_1 $\frac{5,9 - 5,8}{5,9} \cdot 100 = -1,7\%$; Para R_2 $\frac{8,5 - 8,2}{8,5} \cdot 100 = -3,5\%$

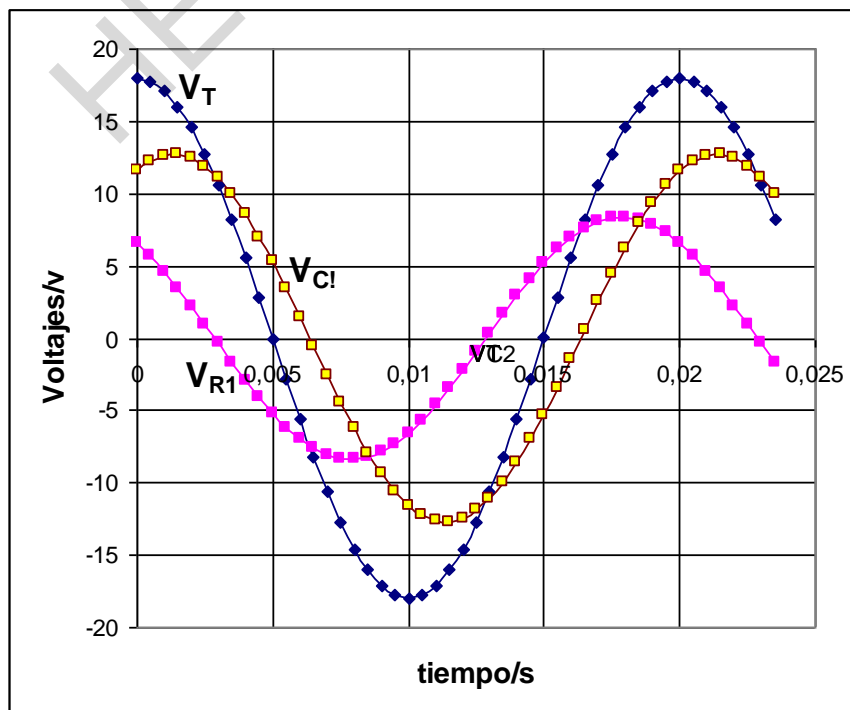
Para C_1 $\frac{9,0 - 8,7}{9,0} \cdot 100 = -3,3\%$; Para C_2 $\frac{2,7 - 2,3}{2,7} \cdot 100 = -14,8\%$

9) Con los datos obtenidos en el apartado 6) construya el diagrama fasorial de los voltajes



La suma geométrica de V_{R1} y V_{C1} es V_T . La suma geométrica de V_{R2} y V_{C2} es V_{C1} . V_{C2} y V_{R2} son perpendiculares.

10) Admitimos que comenzamos a contar el tiempo cuando el ángulo de fase de V_T es cero y utilizando la función coseno dibuje la gráfica tiempo en el eje X y V_T , V_{R1} y V_{C1} en el eje Y.



11.- Dibuje la gráfica tiempo en el eje de abscisas y V_T , V_{R2} y V_{C2} en el de ordenadas.

