1.- La longitud de onda promedio del filamento de una bombilla es 12.10^{-5} cm. Calcular el número de fotones emitidos por unidad de tiempo, si la potencia de la bombilla es 200 W.

La energía asociada a un fotón es

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

Si N representa el número de fotones emitidos por unidad de tiempo NE es igual a la potencia de la bombilla

$$Nh\frac{c}{\lambda} = 200 \Rightarrow N = \frac{200\lambda}{hc} = \frac{200 * 12.10^{-7}}{6{,}6.10^{-34} * 3.10^{9}} = 1{,}2.10^{20}\ \frac{\text{fotones}}{\text{s}}$$

2.- En la fisión de un núcleo de $^{235}_{92}U$ se liberan aproximadamente 185 MeV de energía. Un reactor nuclear funciona con este isótopo y genera una potencia de 100 MW. Calcular los kilos de este isótopo que se desintegran en un año de funcionamiento del reactor.

La energía desarrollada por el reactor en un año es:

$$100\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{s}}\cdot 365\frac{\mathrm{dias}}{\mathrm{año}}\cdot 86400\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{dia}} = 3{,}154.10^{9}\ \frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{año}}$$

Un mol de isótopos son $N_A = 6{,}02\ 10^{23}$ isótopos individuales y su masa es 235 g = 0,235 kg. La energía generada por esa masa es:

$$185\cdot 6{,}02.10^{23}\,\mathrm{MeV} = 185\cdot 6{,}02.10^{23}\cdot 10^{6}\,\mathrm{eV}\cdot 1{,}6.10^{-19}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{eV}} = 1{,}782.10^{13}\,\mathrm{J} = 1{,}782.10^{7}\,\mathrm{MJ}$$

$$\frac{1{,}782.10^{7}\,\mathrm{MJ}}{0{,}235\mathrm{kg}} = \frac{3{,}154.10^{9}}{x} \quad \Rightarrow \quad x = 41{,}6\ \ \mathrm{kg}$$

3.-El filamento de una bombilla, 220 V , 100 W, tiene una longitud L y un diámetro D=0,1 mm y su resistividad ρ= 5,5.10^{-8} Ωm. Después de que la bombilla permanece encendida durante largo tiempo, adquiere una temperatura constante. Si se admite que todo el calor producido en el filamento se radia al exterior, estimar el valor de esa temperatura. Considérese que el filamento se comporta como un cuerpo negro.

Dato constante de Stefan-Botlzmann, $\sigma = 5{,}67.10^{-8}\ \dfrac{W}{m^2K^4}$

Cuando se alcanza el estado estacionario la energía térmica producida en la unidad de tiempo es igual a la emitida en forma de radiación por la superficie del filamento.

La potencia térmica es P = IΔV y la radiada $\sigma T^4 \cdot S = \sigma T^4 \cdot \pi DL$

$$P = \sigma T^4 \cdot \pi DL \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma\ \pi DL}}\ (1)$$

Para calcular L

$$P = I\ \Delta V = \frac{\Delta V^2}{R} = \Delta V^2 \cdot \frac{\pi D^2}{\rho\ 4L} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\Delta V^2 \pi D^2}{4P\rho}$$

Llevando la última relación a (1)

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma\ \pi D \dfrac{\Delta V^2 \pi D^2}{4P\rho}}} = \sqrt[4]{\frac{4P^2\rho}{\sigma\ \pi^2\ \Delta V^2 D^3}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 100^2 \cdot 5{,}5.10^{-8}}{5{,}67.10^{-8} \cdot 3{,}14^2 \cdot 220^2 \cdot \left(0{,}1.10^{-3}\right)^3}} = 534\ \ K$$

4.-La partícula Λ^o decae mediante la transformación

$$\Lambda^o \rightarrow p + \pi^-$$

Si Λ^o se encuentra en reposo, determinar la energía cinética del pión.

Datos : Masas de las partículas

Λ^o = 1116 MeV/c^2 ; p = 938,3 MeV/c^2 ; π^-= 139,6 MeV/c^2

Si la partícula Λ^o se encuentra en reposo quiere decir que la cantidad de movimiento del protón sumada a la del pión ha de ser cero, por tanto, ambas partículas tienen el mismo momento y se dirigen en la misma dirección y en sentido opuesto. Hacemos uso de la relación relativista

$$E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2 = E_o^2 + p^2c^2$$

Aplicándola al protón y al pión

$$\left(E^2 - E_o^2\right)_p = \left(p^2c^2\right)_p \quad ; \quad \left(E^2 - E_o^2\right)_\pi = \left(p^2c^2\right)_\pi$$

Al ser los momentos iguales

$$\left(E^2 - E_o^2\right)_p = \left(E^2 - E_o^2\right)_\pi \quad \Rightarrow \quad E_p^2 - E_\pi^2 = \left(E_o^2\right)_p - \left(E_o^2\right)_\pi = (938,3)^2 - (139,3)^2 \quad (1)$$

Aplicamos el principio de conservación de la energía

$$\left(E_o\right)_\Lambda = E_p + E_\pi \quad \Rightarrow \quad E_p = \left(E_o\right)_\Lambda - E_\pi = 1116 - E_\pi$$

Llevando esta ecuación a la (1)

$$\left(1116 - E_\pi\right)^2 - E_\pi^2 = \left(938,3^2 - 139,6^2\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1116^2 + E_\pi^2 - 2\cdot 1116E_\pi - E_\pi^2 = \left(938,3^2 - 139,6^2\right) \Rightarrow$$

$$E_\pi = \frac{1116^2 - \left(938,3^2 - 139,6^2\right)}{2\cdot 1116} = \left(E_c\right)_\pi + \left(E_\pi^o\right) \Rightarrow$$

$$\left(E_c\right)_\pi = \frac{1116^2 - \left(938,3^2 - 139,6^2\right)}{2\cdot 1116} - 139,6 = 33 \text{ MeV}$$

5.- Un observador O´ tiene una velocidad 0,8c respecto de un observador O. Ajustan sus relojes de modo que t=t´=0 cuando x=x´=0. El observador O determina que un primer suceso ocurre en x=50 m y t =2.10^-7^ s. Un segundo suceso ocurre para el observador O´ en x´ =10 m y t´= 2.10^-7^ s. Se pide a) El tiempo determinado por O´ para el primer suceso b) El intervalo de tiempo entre los dos sucesos para el observador O, c) La separación espacial de los dos sucesos para ambos observadores

Escribimos las ecuaciones de transformación de Lorentz

$$x = \gamma\left(x' + vt'\right) \ (1) \qquad ; \qquad t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \ (2)$$

$$x' = \gamma\left(x - vt\right) \ (3) \qquad ; \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \ (4)$$

Calculamos el valor de γ , $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-0{,}64}} = 1{,}67$

Para el suceso 1 y el observador O , $x_1(O)$=50 m , $t_1(O)$ =2.10^{-7} s

Para el suceso 2 y el observador O

$$x_2(O) = 1{,}67 \cdot \left(10 + 0{,}8 \cdot 3.10^8 \cdot 2.10^{-7}\right) = 96{,}9 \ \text{m}$$
$$t_2(O) = 1{,}67 \cdot \left(2.10^{-7} + \frac{0{,}8}{3.10^8} \cdot 10\right) = 3{,}79.10^{-7}\,\text{s}$$

Para el suceso 1 y el observador O´

$$x_1(O') = 1{,}67 \cdot \left(50 - 0{,}8 \cdot 3.10^8 \cdot 2.10^{-7}\right) = 3{,}34 \ \text{m}$$
$$t_1(O') = 1{,}67 \cdot \left(2.10^{-7} - \frac{0{,}8}{3.10^8} \cdot 50\right) = 1{,}11.10^{-7}\,\text{s}$$

Para el suceso 2 y el observador O´ , $x_2(O')$=10 m , $t_2(O')$ =2.10^{-7} s

a) $t_1(O') = 1{,}11.10^{-7}\,\text{s}$

b) $\Delta t(O) = t_2(O) - t_1(O) = 3{,}79.10^{-7} - 2.10^{-7} = 1{,}79.10^{-7}$ s

c) $\Delta x(O) = x_2(O) - x_1(O) = 96{,}9 - 50 = 46{,}9$ m

$\Delta x(O') = x_2(O') - x_1(O') = 10 - 3{,}34 = 6{,}7$ m

6.-En un dispositivo para determinar la composición isotópica de los iones potasio $^{39}K^{+}$ y $^{41}K^{+}$, primero se aceleran en un campo eléctrico y luego van a parar a un campo magnético B perpendicular a la dirección de su movimiento. La tensión que crea el campo eléctrico es U_o aun cuando este valor puede oscilar en $\pm \Delta U$. Determinar el cociente $\frac{\Delta U}{U_o}$ para que los haces de los iones potasio no se superpongan.

Dado que la tensión toma los valores extremos $U_o + \Delta U$ y $U_o - \Delta U$ los radios de los iones potasio están comprendidos entre los siguientes valores

$$U_o + \Delta U = \frac{1}{2} m_{39} v_{M39}^2 \Rightarrow v_{M39} = \sqrt{\frac{2(U_o + \Delta U)}{m_{39}}} \quad ; \quad qBv_{M39} = \frac{mv_{M39}^2}{R_{M39}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{M39} = \frac{\sqrt{2(U_o + \Delta U)m_{39}}}{Bq} \quad ; \quad R_{m39} = \frac{\sqrt{2(U_o - \Delta U)m_{39}}}{Bq}$$

M significa el radio mayor y m el menor .Para el íón de potasio 41

$$\Rightarrow R_{M41} = \frac{\sqrt{2(U_o + \Delta U)m_{41}}}{Bq} \quad ; \quad R_{m41} = \frac{\sqrt{2(U_o - \Delta U)m_{41}}}{Bq}$$

Para que no se superpongan los haces de los iones, el límite lo indica que coincidan el radio mayor del ión 39 con el radio menor del ión 41.

$$\Rightarrow R_{M39} = \frac{\sqrt{2(U_o + \Delta U)m_{39}}}{Bq} \quad ; \quad R_{m41} = \frac{\sqrt{2(U_o - \Delta U)m_{41}}}{Bq} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2(U_o + \Delta U)m_{39}}}{Bq} = \frac{\sqrt{2(U_o - \Delta U)m_{41}}}{Bq} \Rightarrow (U_o + \Delta U)m_{39} = (U_o - \Delta U)m_{41} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(U_o + \Delta U)}{(U_o - \Delta U)} = \frac{m_{41}}{m_{39}} = \frac{41}{39} \Rightarrow 39U_0 + 39\Delta 9 = 41U_0 - 41\Delta 1 \Rightarrow 80\Delta 0 = 2U_o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{U_o} = \frac{1}{40}$$

Dado el valor del límite, la relación para lo que no hay superposición es $\frac{\Delta U}{U_o} < \frac{1}{40}$

7.- En un sistema de referencia S dos sucesos están separados por Δt=8,0 s y $\Delta x = 2.10^9$ m. ¿Existe un sistema de referencia S´ para el que los dos sucesos sean simultáneos? ¿Existe un sistema S´´ en que los dos sucesos ocurran en el mismo punto del espacio?, en tal caso ¿cuál sería su separación temporal?

Designamos con v a la velocidad del sistema S´ y con A y B los dos sucesos y aplicamos una de las transformaciones de Lorentz a cada suceso.

$$t'_A = \frac{t_A - x_A \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad ; \quad t'_B = \frac{t_B - x_B \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \quad t'_B - t'_A = 0 = \frac{(t_A - t_B) - \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 - \frac{v}{9.10^{16}} \cdot 2.10^9 = 0 \quad \Rightarrow 72.10^{16} = 2.10^9 v \quad \Rightarrow v = 3{,}6.10^8 \frac{m}{s}$$

Dado que v supera la velocidad de la luz, el sistema S´ no puede existir.

$$x'_A = \frac{x_A - vt_A}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad ; \quad x'_B = \frac{x_B - vt_B}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad x'_B - x'_A = 0 = \frac{(x_A - x_B) - v(t_A - t_B)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{x_A - x_B}{t_A - t_B} = \frac{2.10^9}{8{,}0} = 2{,}5.10^8 \frac{m}{s}$$

La velocidad de S´ es inferior a la de la luz y por tanto el sistema puede existir.

$$t'_A = \frac{t_A - x_A \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad ; \quad t'_B = \frac{t_B - x_B \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \quad t'_B - t'_A = \frac{(t_A - t_B) - \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad t'_B - t'_A = \frac{8{,}0 - \frac{2{,}5.10^8}{9.10^{16}} \cdot 2.10^9}{\sqrt{1-\left(\frac{2{,}5.10^8}{3{,}0.10^8}\right)^2}} = 4{,}4 \text{ s}$$

Este problema se puede resolver más rápidamente utilizando el invariante s.

Ricardo David Fernández Cruz José Luis Hernández Pérez

$$\Delta s^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta l^2$$

Aplicando la relación anterior para el sistema S y para el sistema S´ en el que $\Delta t' = 0$

$$\left(3.10^8 \cdot 8{,}0\right)^2 - \left(2.10^9\right)^2 = -(\Delta l')^2 \quad \Rightarrow \quad -1{,}76.10^{18} = (\Delta l')^2$$

Este sistema no existe.

Apliquemos para el sistema S´´ en el que $\Delta l' = 0$

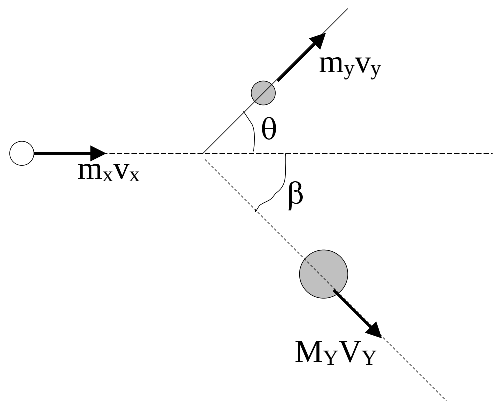
$$1{,}76.10^{18} = (c\,\Delta t')^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta t' = \sqrt{\frac{1{,}76.10^{18}}{9.10^{16}}} = 4{,}4 \text{ s}$$

8.-Calcular el valor de Q para la reacción nuclear $^{14}N(\alpha, p)^{17}O$, sabiendo que la energía inicial de la partícula incidente vale 4,00 MeV y el protón formó con la dirección de la partícula incidente un ángulo de 60º con una energía cinética de 2,09 MeV.

Vamos a deducir la formula general utilizando la nomenclatura más habitual para una reacción nuclear

$$x + X \rightarrow y + Y$$

La partícula incidente es x, el núcleo que hace de blanco es X (admitimos como ocurre con frecuencia que está en reposo), y, es la partícula resultante de la reacción e Y es el nuevo núcleo formado. T_x , T_y y T_Y son las energías cinéticas clásicas .
El proceso puede representarse gráficamente



Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento

$$m_x v_x = m_y v_y \cos\theta + M_Y V_Y \cos\beta$$
$$m_y v_y \mathrm{sen}\theta = M_Y V_Y \mathrm{sen}\,\beta$$

Eliminamos el término que contiene el ángulo β.

$$m_x^2 v_x^2 + m_y^2 v_y^2 \cos^2\theta - 2m_x m_y v_x v_y \cos\theta = M_Y^2 V_Y^2 \cos^2\beta$$

$$m_y^2 v_y^2 \mathrm{sen}^2\theta = M_Y^2 V_Y^2 \mathrm{sen}^2\beta \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad M_Y^2 V_Y^2 = m_x^2 v_x^2 + m_y^2 v_y^2 - 2m_x m_y v_x v_y \cos\theta$$

Introducimos en la ecuación anterior las energías cinéticas en sentido clásico.

$$T_x = \frac{1}{2} m_x v_x^2 \Rightarrow v_x = \sqrt{\frac{2T_x}{m_x}} \;;\; T_y = \frac{1}{2} m_y v_y^2 \Rightarrow v_y = \sqrt{\frac{2T_y}{m_x}} \;;\; T_x = \frac{1}{2} M_Y V_Y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_Y = \sqrt{\frac{2T_Y}{M_Y}}$$

$$M_Y^2 \frac{2T_Y}{M_Y} = m_x^2 \frac{2T_x}{m_x} + m_y^2 \frac{2T_y}{m_y} - 2m_x m_y \sqrt{\frac{2T_x}{m_x}} \cdot \sqrt{\frac{2T_y}{m_y}} \cos\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; 2M_Y T_Y = 2m_x T_x + 2m_y T_y - 4\sqrt{m_x m_y T_x T_y} \cos\theta \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad T_Y = T_x \frac{m_x}{M_Y} + T_y \frac{m_y}{M_Y} - \frac{2\sqrt{m_x m_y T_x T_y}\cos\theta}{M_y}$$

El valor de Q para las reacciones nucleares es:

$$Q = T_Y + T_y - T_x = T_x \frac{m_x}{M_Y} + T_y \frac{m_y}{M_Y} - \frac{2\sqrt{m_x m_y T_x T_y}\cos\theta}{M_Y} + T_y - T_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = T_y\left(1 + \frac{m_y}{M_Y}\right) - T_x\left(1 - \frac{m_x}{M_Y}\right) - \frac{2\sqrt{m_x m_y T_x T_y}\cos\theta}{M_Y} \qquad (1)$$

Cuando se aplica esta ecuación se utilizan los valores de los números másicos en lugar de las masas nucleares, ya que el error que puede cometerse es pequeño y se facilitan los cálculos.
En el problema propuesto x es la partícula alfa, y es el protón e Y es el núcleo de oxígeno. Basta sustituir los valores numéricos en la ecuación (1) para hallar Q

$$Q = 2{,}09\left(1 + \frac{1}{17}\right) - 4{,}00\left(1 - \frac{4}{17}\right) - 2\sqrt{\frac{4}{17} \cdot \frac{1}{17} \cdot 4{,}00 \cdot 2{,}09} \cdot \cos 60^{o} = -1{,}2 \text{ MeV}$$

9.-Unos protones con energía cinética 1,0 MeV bombardean un blanco de litio en reposo dando como resultado una reacción nuclear en la que se producen dos partículas alfa, las cuales forman con la dirección de los protones ángulos iguales. Calcular la energía de las partículas alfa y el ángulo que forman entre sí.

Datos: masa del protón=1,007825 u, masa de la partícula alfa = 4,00260 u , masa del núcleo de litio = 7,0160048 u, velocidad de la luz c= 2,998.10⁸ m/s, 1 u = 1,66.10⁻²⁷ kg, carga del electrón 1,60.10⁻¹⁹ C.

El valor de Q para una reacción nuclear se puede expresar mediante la diferencia de masas. La reacción nuclear propuesta es la siguiente

$$p + {}^{7}\mathrm{Li} \rightarrow 2\ {}^{4}\mathrm{He}$$

$$Q = \left[\left(M_{\text{protón}} + M_{\text{Litio}}\right) - 2\,\text{Masa}\ \alpha\right]c^2 = \left(1{,}007825 + 7{,}00160048 - 2\cdot 4{,}002603\right)c^2$$

$$Q = -0{,}0186\,\text{u}.\left(2{,}998.10^8\right)^2 = -0{,}0186\text{u}\cdot\frac{1{,}66.10^{-27}\,\text{kg}}{1\text{u}}\cdot\left(2{,}998.10^8\right)^2 = -2{,}78.10^{-12}\,\text{J}$$

$$Q = -2{,}78.10^{-12}\,\text{J}\cdot\frac{1\text{eV}}{1{,}60.10^{-19}\,\text{J}} = -1{,}74.10^7\,\text{eV} = -17{,}4\,\text{MeV}$$

También Q es la diferencia de energías

$$-17{,}4 = T_{\text{protón}} - 2T_\alpha \ \Rightarrow\ -18{,}4 = -2\cdot T_\alpha \quad \Rightarrow T_\alpha = 9{,}2\,\text{MeV}$$

Aplicamos el principio de la conservación de la cantidad de movimiento

$$m_p v_p = 2m_\alpha v_\alpha \cos\theta \quad \Rightarrow \quad m_p\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 1}{m_p}} = 2\,m_\alpha\cdot\sqrt{\frac{2.9{,}2}{m_\alpha}}\cos\theta \ \Rightarrow\ 2m_p = 8\cdot 9{,}2\,m_\alpha\cos^2\theta$$

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{m_p}{4\cdot 9{,}2\cdot m_\alpha}} = \sqrt{\frac{1{,}007825}{4\cdot 9{,}2\cdot 4{,}002603}} = 0{,}083 \ \Rightarrow\ \theta = 85{,}3^{\text{o}}$$

El ángulo que forman entre sí las dos partículas alfa es: 2*85,3 =170,5º

10.-Un mesón π^+ en reposo se desintegró en un muón μ^+ y un neutrino. Determinar la energía cinética del muón y del neutrino.
Datos .Masas de las partículas: π^+ =139,6 MeV/c²; μ^+ =105,7 MeV/c²; neutrino =0.

Teniendo en cuenta que el mesón se desintegra desde el reposo, las otras dos partículas deben salir en direcciones opuestas y con el mismo momento lineal, al cual designamos con p.
La conservación de la energía nos dice que

$$E_\pi = E_\mu + E_\nu$$

Teniendo presente la relación relativista $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$, escribimos:

$$m_\pi c^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_\mu^2 c^4} + pc \Rightarrow \left(m_\pi c^2 - pc\right)^2 = p^2c^2 + m_\mu^2 c^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_\pi^2 c^4 + p^2c^2 - 2m_\pi pc^3 = p^2c^2 + m_\mu^2 c^4 \Rightarrow m_\pi^2 c^4 - 2m_\pi pc^3 = m_\mu^2 c^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{c\left(m_\pi^2 - m_\mu^2\right)}{2m_\pi}$$

La energía del neutrino es:

$$E_\nu = pc = \frac{c^2\left(m_\pi^2 - m_\mu^2\right)}{2m_\pi} = \frac{c^2\left[\left(139{,}6\,\frac{\text{MeV}}{c^2}\right)^2 - \left(105{,}7\,\frac{\text{MeV}}{c^2}\right)^2\right]}{2\cdot 139{,}6\,\frac{\text{MeV}}{c^2}}$$

$$E_\nu = \frac{139{,}6^2 - 105{,}7^2}{279{,}2}\,\frac{\frac{(\text{MeV})^2}{c^2}}{\frac{\text{MeV}}{c^2}} = 29{,}8\,\text{MeV}$$

La energía del muón es:

$$E_\mu = E_\pi - 29{,}8 \Rightarrow m_\mu c^2 + T_\mu = m_\pi c^2 - 29{,}8 \Rightarrow T_\mu = c^2\left(m_\pi - m_\mu\right) - 29{,}8$$

$$T_\mu = 139{,}6 - 105{,}7 - 29{,}8 = 4{,}1\ \text{MeV}$$