

Relación entre impedancias

Introducción

Un condensador y una resistencia se pueden asociar en serie y en paralelo. Las impedancias en cada caso son:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}} \quad ; \quad \frac{1}{Z_2} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + C^2\omega^2} \Rightarrow Z_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + C^2\omega^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{Z_1}{Z_2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{R^2} + C^2\omega^2} = \sqrt{1 + R^2C^2\omega^2 + \frac{1}{R^2C^2\omega^2} + 1}$$

Derivamos $\frac{Z_1}{Z_2}$ con respecto a ω , e igualamos a cero con la finalidad de encontrar si existe un mínimo al representar el cociente de las impedancias frente a $\omega = 2\pi f$.

$$\frac{d\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)}{d\omega} = \frac{R^2C^2 \cdot 2\omega + \frac{1}{R^2C^2} \cdot \frac{-2\omega}{\omega^4}}{2\sqrt{2 + R^2C^2\omega^2 + \frac{1}{R^2C^2\omega^2}}} = 0 \Rightarrow 2R^2C^2\omega = \frac{2\omega}{R^2C^2\omega^4} \Rightarrow R^2C^2 = \frac{1}{\omega^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{RC} = 2\pi f \quad (1)$$

Sustituimos el valor obtenido en el cociente de las impedancias

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \sqrt{2 + R^2C^2 \cdot \frac{1}{R^2C^2} + \frac{1}{R^2C^2 \cdot \frac{1}{R^2C^2}}} = 2$$

En el experimento que aquí se propone mediremos las impedancias Z_1 y Z_2 en función de $\omega = 2\pi f$ y al representar la función $\frac{Z_1}{Z_2}$ frente a la frecuencia f debemos obtener un mínimo que se producirá cuando la relación de las frecuencias sea 2.

Material

Generador de frecuencias

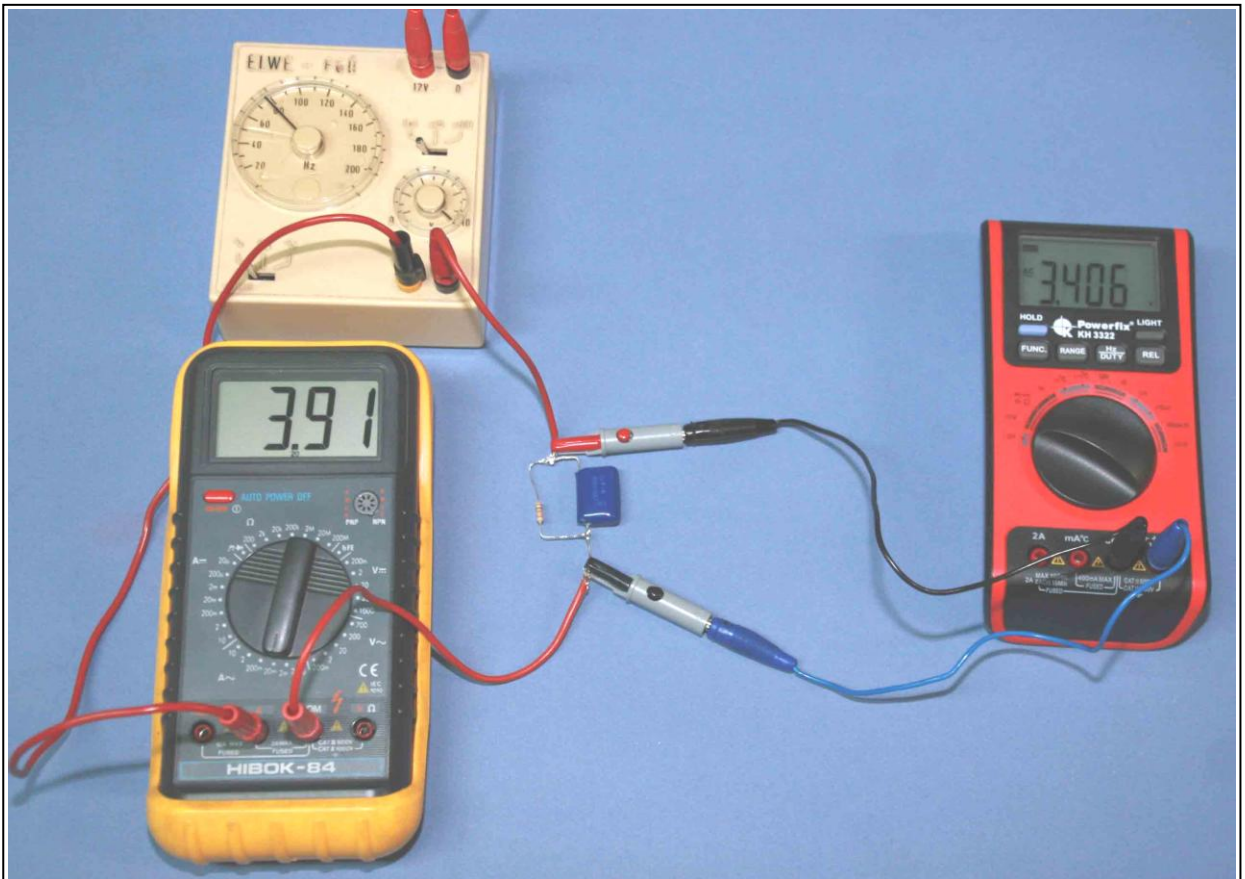
Multímetro de corriente alterna (se utilizará como óhmetro y como voltímetro de alterna).

Amperímetro de corriente alterna

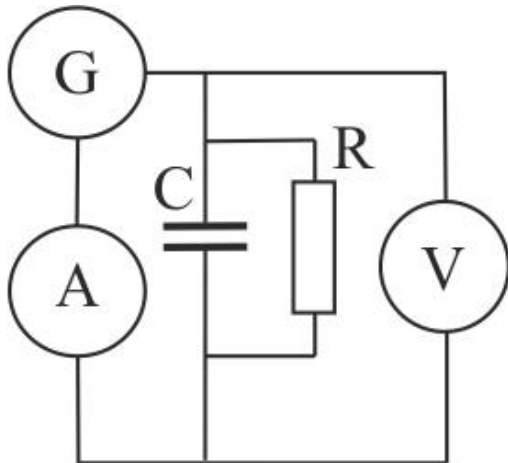
Condensador de $1 \mu\text{F}$

Resistencias de 1000Ω (1), 100Ω (3), 470Ω (1)

- 2) Monte el circuito de la fotografía 2 empleando el mismo condensador y la misma resistencia que en el apartado 1.



Fotografía 2. El condensador tiene una capacidad de $1 \mu\text{F}$ y la resistencia es de 1000Ω nominales, son los mismos que en la fotografía 1 pero ahora dispuestos en paralelo



Ampliación

Complete la tabla II, midiendo para cada frecuencia la intensidad de la corriente y la diferencia de potencial.

Tabla II

R=

f/Hz	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
I/mA										
V/V										
$Z_2 = \frac{V}{I \cdot 10^{-3}}$ en Ω										
Z_1/Z_2										

- 3) En una misma gráfica represente Z_1 y Z_2 frente a la frecuencia.
- 4) Represente el cociente Z_1/Z_2 frente a la frecuencia.
- 5) Con el valor mínimo de la frecuencia y utilizando la ecuación (1) determine el valor de la capacidad del condensador.
- 6) Repita las medidas y las gráficas de los anteriores apartados utilizando el mismo condensador pero cambiando la resistencia a 1300 Ω nominales
- 7) Repita las medidas y las gráficas de los anteriores apartados utilizando el mismo condensador pero cambiando la resistencia a 1670 Ω nominales.