

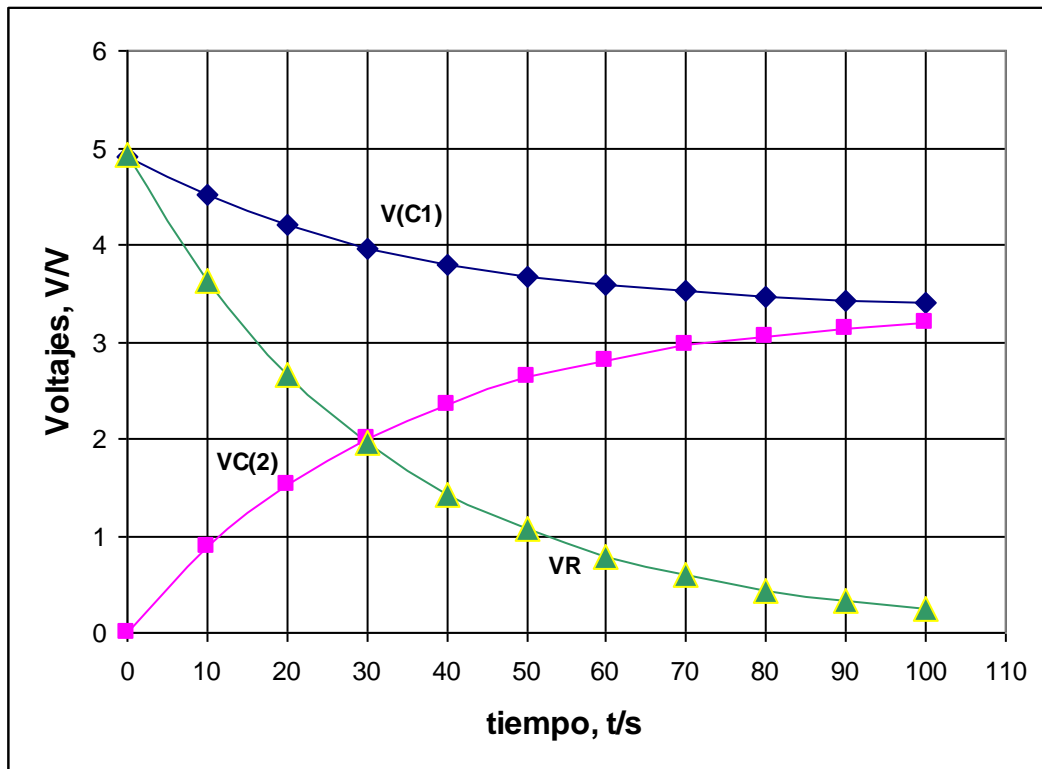
Descarga entre condensadores II. Solucionario

SOLUCIONARIO

Tabla I

Tiempo, t/s	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Voltaje, C_1/V	4,90	4,51	4,20	3,96	3,80	3,68	3,59	3,52	3,46	3,43	3,40
Voltaje, V_R/V	4,92	3,63	2,67	1,95	1,43	1,08	0,79	0,59	0,43	0,32	0,24
Voltaje, C_2/V	0	0,89	1,53	2,01	2,36	2,63	2,81	2,96	3,06	3,14	3,19

3.- Haga la representación gráfica de la tabla I. El tiempo en el eje de abscisas y las diferencias de potencial en el de ordenadas.



4.- La forma de las curvas parece indicar que se pueden representar mediante funciones exponenciales.

4.1.- *Deduzca que:* $V(R) = V(C_1) - V(C_2)$

En la figura 1, se representa el signo de los condensadores en un determinado momento

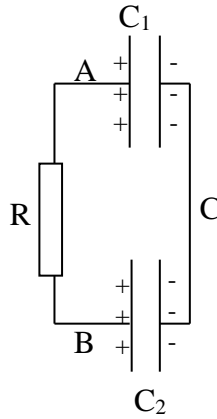


Fig.1

De la figura 1 se deduce:

$$V(R) = V_A - V_B \quad ; \quad V_A - V_C = V(C_1) \quad ; \quad V_B - V_C = V(C_2)$$

De las dos últimas ecuaciones:

$$(V_A - V_C) - (V_B - V_C) = V_A - V_B = V(R) = V(C_1) - V(C_2)$$

Las curvas $V(C_1)$ y $V(C_2)$ convergen a un valor que denominamos V_E .

4.2.- *Deduzca que:* $V_E = V_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2}$

Cuando se carga el condensador C_1 adquiere una carga Q_0 y existe una diferencia de potencial entre sus bornes V_0 .

Cuando transcurre un tiempo grande (teóricamente infinito) ha perdido una carga q que ha adquirido el condensador C_2 y el condensador C_1 tiene una carga $Q_0 - q$. Como ha cesado el paso de corriente por la resistencia $V(R) = 0$, luego $V(C_1) = V(C_2) = V_E$

$$V_E = \frac{Q_0 - q}{C_1} ; V_E = \frac{q}{C_2} \Rightarrow V_E = \frac{Q_0 - V_E C_2}{C_1} = V_o - \frac{V_E C_2}{C_1} \Rightarrow V_E \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) = V_o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_E = V_o \frac{1}{\frac{C_1 + C_2}{C_1}} = \frac{V_o C_1}{C_1 + C_2}$$

5.-La ecuación que representa la variación del voltaje entre los extremos de la resistencia es:

$$V_R = V_o e^{-\frac{t}{CR}} \Rightarrow \ln V_R = \ln V_o - \frac{t}{CR} \quad (1)$$

Siendo V_o el voltaje inicial y C

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1000 \cdot 470}{1000 + 470} = 320 \mu\text{F}$$

5.1.- Deduzca la ecuación (1).

La descarga de un condensador a través de una resistencia está expresada mediante la ecuación general $V = V_i e^{-\frac{t}{RC}}$

$$V(R) = V(C_1) - V(C_2) = V_o e^{-\frac{t}{RC_1}} - V_o e^{-\frac{t}{RC_2}} = V_o e^{-\frac{t}{R \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}} \Rightarrow$$

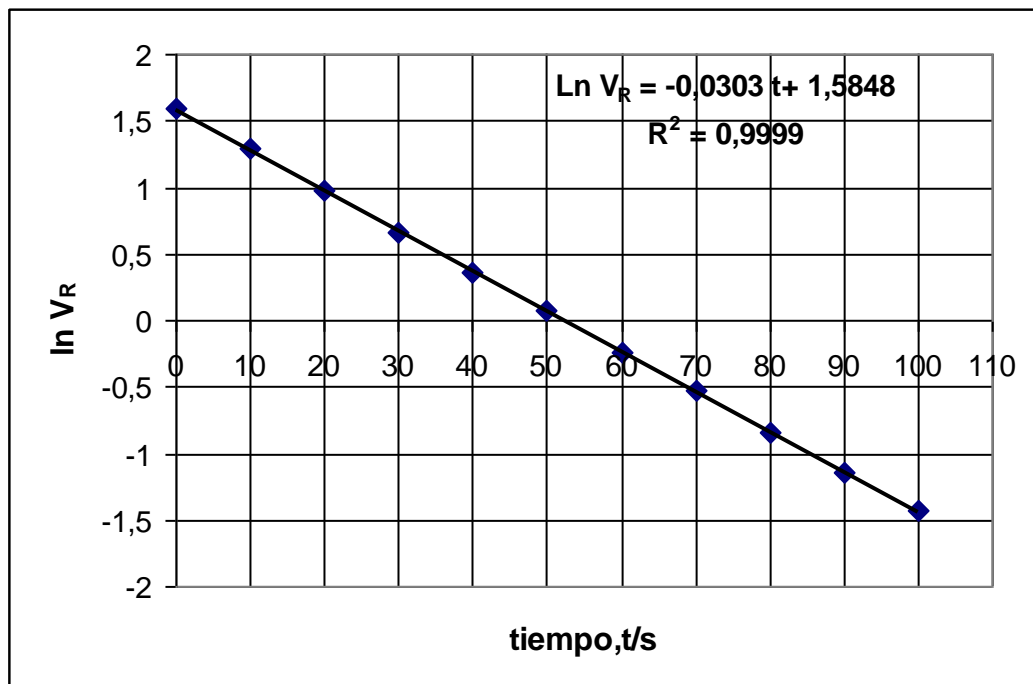
$$\Rightarrow V(R) = V_o e^{-\frac{t \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right)}{R}} = V_o e^{-\frac{t}{R \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}}$$

5.2.- Complete la tabla II..

Tabla II

Tiempo, t/s	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
ln V_R	1,59	1,29	0,98	0,67	0,36	0,077	-0,24	-0,53	-0,84	-1,14	-1,43

Construya la gráfica $\ln V_R$ en el eje de abscisas frente al tiempo en el de ordenadas.



5.3.- Determine el valor de R.

$$-\frac{1}{RC} = -0,0303 \Rightarrow R = \frac{1}{0,0303 \cdot C} = \frac{1}{0,0303 \cdot 320 \cdot 10^{-6}} = 1,03 \cdot 10^5 \Omega$$

6.- La caída de tensión en el condensador C₂ está expresada mediante la ecuación

$$V(C_2) = V_E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \Rightarrow V(C_2) = V_E - V_E e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \frac{V_E - V(C_2)}{V_E} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln \frac{V_E - V(C_2)}{V_E} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \ln \frac{V_E}{V_E - V(C_2)} = \frac{t}{RC} \quad (2)$$

Siendo V_E el voltaje a tiempo infinito al que tienden las curvas de los condensadores.

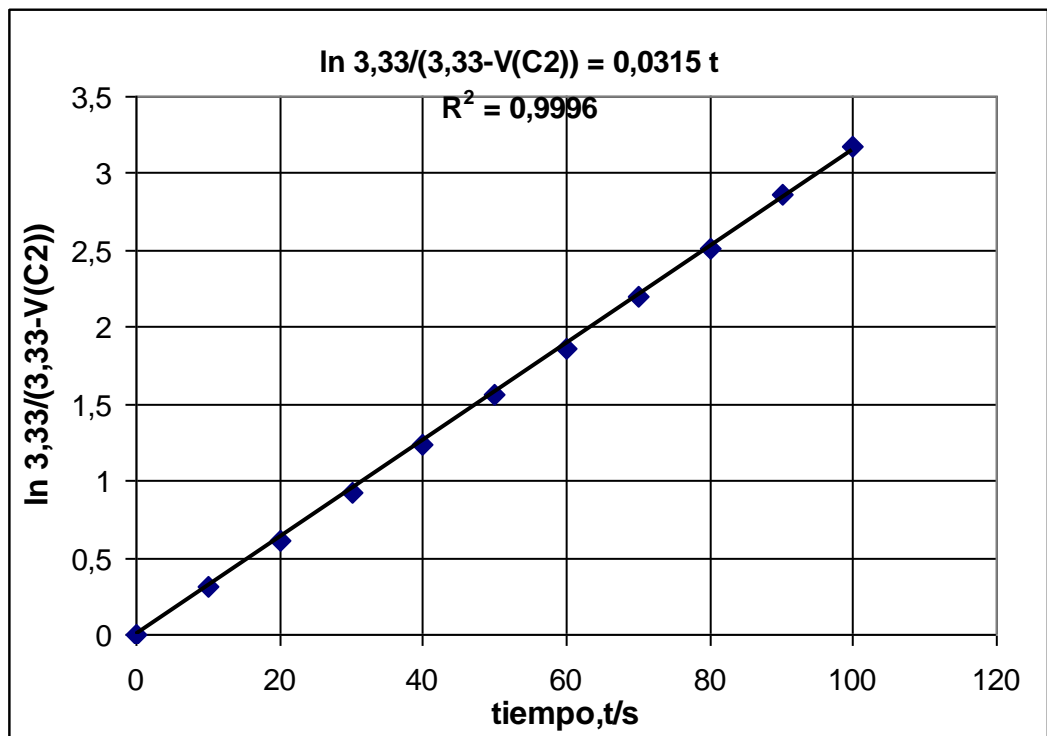
$$V_E = \frac{V_0 C_1}{C_1 + C_2} = \frac{4,90 \cdot 1000}{1000 + 470} = 3,33 \text{ V}$$

6.1.-Complete la tabla III

Tabla III

Tiempo, t/s	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
V(C₂)	0	0,89	1,53	2,01	2,36	2,63	2,81	2,96	3,06	3,14	3,19
$\frac{\ln \frac{V_E}{V_E - V(C_2)}}$	0	0,31	0,62	0,93	1,23	1,56	1,86	2,20	2,51	2,86	3,17

6.2.-Construya la gráfica $\ln \frac{V_E}{V_E - V(C_2)}$ en el eje de abscisas frente al tiempo en el de ordenadas.



6.3.-Determine el valor de R.

$$\frac{1}{RC} = 0,0315 \Rightarrow R = \frac{1}{0,0315 \cdot C} = \frac{1}{0,0315 \cdot 320 \cdot 10^{-6}} = 0,99 \cdot 10^5 \Omega$$

7.- A partir de las ecuaciones $V(R)$, $V(C_2)$ y $V(R) = V(C_1) - V(C_2)$, compruebe que la ecuación del voltaje en el condensador C_1 es:

$$\frac{V(C_1) - 3,334}{1,567} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \ln\left(\frac{V(C_1) - 3,334}{1,567}\right) = -\frac{t}{RC} \quad (3)$$

$$V(C_1) = V(R) + V(C_2) = V_o e^{-\frac{t}{RC}} + V_E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$V_E = V_o \frac{C_1}{C_1 + C_2} \quad ; \quad C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow V_E = V_o \frac{C}{C_2}$$

Sustituyendo V_E , resulta:

$$V(C_1) = V_o e^{-\frac{t}{RC}} + V_o \frac{C}{C_2} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = V_o e^{-\frac{t}{RC}} \left(1 - \frac{C}{C_2}\right) + V_o \frac{C}{C_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V(C_1) - V_o \frac{C}{C_2}}{V_o} = e^{-\frac{t}{RC}} \left(\frac{C_2 - C}{C_2}\right) \Rightarrow \frac{V(C_1) - V_o \frac{C}{C_2}}{V_o \frac{C_2 - C}{C_2}} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow$$

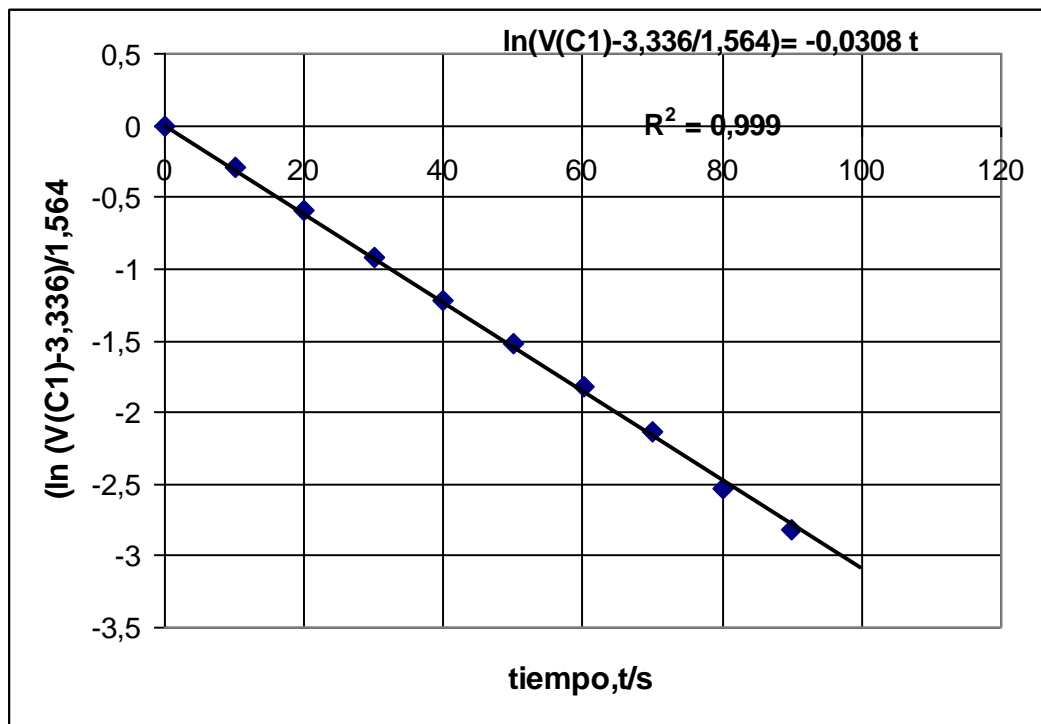
$$k = V_o \frac{C}{C_2} = 4,90 \cdot \frac{320}{470} = 3,336 \quad ; \quad k' = V_o \frac{C_2 - C}{C_2} = 4,90 \cdot \frac{470 - 320}{470} = 1,564$$

7.1.- Complete la tabla IV

Tabla IV

Tiempo, t/s	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$V(C_1)$	4,90	4,51	4,20	3,96	3,80	3,68	3,59	3,52	3,46	3,43	3,40
$\ln \frac{V(C_1) - k}{k'}$	0	-0,29	-0,59	-0,92	-1,22	-1,51	-1,82	-2,14	-2,53	-2,81	-3,20

7.2.- Construya la gráfica $\ln \frac{V(C_1) - k}{k'}$ en el eje de abscisas frente al tiempo en el eje de ordenadas.



7.3.-Determine el valor de R.

$$\frac{1}{RC} = 0,0308 \Rightarrow R = \frac{1}{0,0308 \cdot C} = \frac{1}{0,0308 \cdot 320 \cdot 10^{-6}} = 1,01 \cdot 10^5 \Omega$$