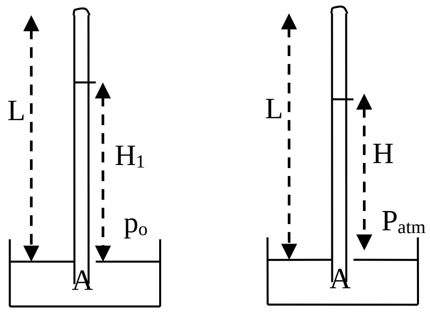
1.- Un barómetro de mercurio tiene una longitud de tubo L y en su cámara se ha introducido vapor de agua. Cuando la presión atmosférica es p_o y la temperatura T_o la altura del mercurio es H_1.
Se pide calcular la presión atmosférica, en mm de mercurio, cuando la altura indicada por el barómetro es H y la temperatura es T.



Designamos con p_1 la presión del vapor de agua en la cámara del barómetro en el caso primero y con p_2 en el caso segundo.
Igualamos las presiones en le caso primero y en le segundo

$$p_1+H_1=p_o \quad ; \quad p_2+H=P_{atm} \qquad (1)$$

Consideramos que el vapor de agua se comporta como un gas perfecto y S designa la sección del tubo del barómetro

$$\frac{p_1 S(L-H_1)}{T_0}=\frac{p_2 S(L-H)}{T}$$

Despejando p_2 y llevando a (1)

$$\frac{p_1 T}{T_o}\frac{L-H_1}{L-H}+H=P_{atm} \quad \Rightarrow \quad P_{atm}=(p_o-H_1)\frac{T}{T_o}\frac{L-H_1}{L-H}+H$$

2.-Se han construido dos globos esféricos, uno se llena con aire caliente a la temperatura T=373 K y el otro con vapor de agua a la misma temperatura T =373K = 100ºC. Se ha comprobado que cada uno de los globos puede mantener elevada sobre la superficie terrestre una masa m =300 kg, incluyendo en este valor la masa de la envoltura de las cuerda y los demás constituyentes. La temperatura ambiente es T_o = 293 K y la presión p=10^5 Pa
a) ¿Cuáles son los volúmenes V_1 y V_2 de los globos?
b) ¿Cuál es la cantidad mínima de calor necesaria para calentar el aire (a partir de la temperatura ambiente) en el primer globo? ¿Cuál es la cantidad mínima de calor para producir el vapor de agua, a partir de agua a temperatura ambiente, que se necesita para llenar el segundo globo?
c) Se comprueba que nada más acabar de llenar el primer globo existe una pérdida en la fuerza ascensional de k_1 = 0,3 N/s , debido a las pérdidas de calor a través de la envoltura esférica del globo ¿Cuánto vale las pérdidas k_2 en el segundo globo nada mas acabar de llenarlo? Considerar dos posibilidades 1) que el vapor de agua condensado quede dentro del globo 2) que el vapor de agua condensado sea extraído inmediatamente del globo.
Las envolturas de los globos tienen la misma conductividad calorífica y son impermeables a la entrada de aire o de vapor de agua.El vapor de agua y el consideran como si fuesen gases ideales.

Datos: Masas molares del aire y del agua M_P =0,029 kg/mol , M_w= 0,018 kg/mol ; Calor específico del aire a presión constante Cp =(5/2) R , calor específico del vapor de agua C_w = 4200J kg^{-1} K^{-1} , punto de ebullición del agua a la presión de 10^5 Pa = 373K, calor latente de vaporización del agua L = 2,3.10^6 J/kg

a) El empuje debe ser igual al peso del aire del globo más la masa m

$$V_1\rho_o g = V_1\rho_i g + mg$$

Siendo ρ_o la densidad del aire exterior, ρ_i la del aire interior y V_1 el volumen del primer globo

$$V_1 = \frac{m}{\rho_o - \rho_i}$$

$$p = \frac{\rho_0}{M_P}RT_0 \Rightarrow \rho_o = \frac{pM_P}{RT_o} = \frac{10^5 \cdot 0{,}029}{8{,}3\cdot 293} = 1{,}192\,\frac{kg}{m^3}$$

$$p = \frac{\rho_0}{M_P}RT \Rightarrow \rho_o = \frac{pM_P}{RT} = \frac{10^5 \cdot 0{,}029}{8{,}3\cdot 373} = 0{,}937\,\frac{kg}{m^3}$$

$$V_1 = \frac{300}{1{,}192 - 0{,}937} = 1176 \ \ m^3$$

Para el segundo globo, la densidad del vapor de agua es:

$$\rho_W = \frac{pM_w}{RT} = \frac{10^5 \cdot 0{,}018}{8{,}3 \cdot 373} = 0{,}581 \frac{kg}{m^3}$$

$$V_2 = \frac{300}{1{,}192 - 0{,}581} = 491 \ \ m^3$$

b) El calor necesario para calentar el aire a presión constante es:

$$\Delta Q_1 = n_{aire} C_p \Delta T = \frac{pV_1}{RT} \cdot \left(C_V + R\right) \cdot \left(T - T_o\right) = \frac{10^5 \cdot 1176}{8{,}3 \cdot 373} \cdot \frac{7}{2} 8{,}3 \cdot 80 = 8{,}83.10^7 \, J$$

El agua se calienta desde 293 a 373 y luego se evapora

$$\Delta Q_2 = m_{agua} \cdot C_w \cdot \left(T - T_o\right) + m_{agua} L$$

Calculamos la masa de agua

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT} = \frac{10^5 \cdot 491}{8{,}31 \cdot 373} \Rightarrow m_{agua} = \frac{10^5 \cdot 491}{8{,}3 \cdot 373} \cdot 0{,}018 = 285 \ \ kg$$

$$\Delta Q_2 = m_{agua} \cdot C_w \cdot \left(T - T_o\right) + m_{agua} L = 285 \cdot 4200 \cdot 80 + 285 \cdot 2{,}3.10^6 = 7{,}51.10^8 \, J$$

c) Los globos pierden calor por la envoltura. Designamos a q_1 como la energía perdida por unidad de tiempo, el calor total perdido por el primer globo en un tiempo dt es : q_1*dt
El segundo globo pierde en un tiempo dt : q_2*dt

Para el primer globo la fuerza ascensional es: F_1=E-P = $V_1 \cdot \rho_e \cdot g - P$

$$dF_1 = dV_1 \rho_e g - dP = dV_1 \rho_e g - 0 = dV_1 \rho_e g$$

$$pV_1 = nRT \quad \Rightarrow \quad dV_1 = \frac{nR}{p} dT \Rightarrow dF_1 = \frac{nR}{p} dT \cdot \rho_e \cdot g = \frac{nR}{p} dT \cdot \frac{pM_P}{RT_o} \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dF_1 = \frac{nM_P g \cdot dT}{T_o} (1)$$

La pérdida de calor en el tiempo dt provoca una disminución de temperatura dT

$$q_1 dt = nC_p dT \quad \Rightarrow \quad dT = \frac{q_1 dt}{nC_P}$$

Llevando esta ecuación a (1)

$$dF_1 = \frac{nM_P g}{T_o} \cdot \frac{q_1 dt}{nC_P} \Rightarrow \frac{dF_1}{dt} = k_1 = \frac{q_1 M_P g}{C_P T_o} \quad (2)$$

Para el segundo globo caso 1)

$$dF_2 = dV_2 \cdot \rho_e \cdot g - dP = dV_2 \cdot \rho_e \cdot g$$

En este caso dP =0 , ya que el agua condensada queda dentro del globo.

El calor perdido por la envoltura determina que se condense agua

$$pV_2 = nRT \quad \Rightarrow \quad dV_2 = \frac{RT}{p} dn \Rightarrow dF_2 = \frac{RT}{p} dn \cdot \rho_e \cdot g = \frac{RT}{p} dn \cdot \frac{pM_P}{RT_o} \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dF_2 = \frac{M_P T \cdot g \cdot dn}{T_o} \quad (3)$$

La pérdida de calor en el tiempo dt provoca una disminución en el número de moles dn que se condensan

$$q_2 dt = dn \cdot M_W \cdot L \Rightarrow dn = \frac{q_2 dt}{M_W \cdot L} \quad (4)$$

Llevando la ecuación (4) a (3)

$$dF_2 = \frac{M_P Tg}{T_o} \frac{q_2 dt}{M_W L} \quad \Rightarrow \quad \frac{dF_2}{dt} = k_2 = \frac{M_P Tg}{T_o} \frac{q_2}{M_W L} \quad (5)$$

A partir de (2) y (5)

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\dfrac{q_1 M_p g}{C_P T_o}}{\dfrac{M_P Tgq_2}{T_o M_W L}} = \frac{q_1 M_W L}{q_2 C_P T} \quad (6)$$

La pérdida de calor q_1 es directamente proporcional a la superficie del globo y la pérdida q_2 también lo es y como son del mismo material

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3 ; S_1 = 4\pi\pi_1^2 \Rightarrow \quad S_1 = 4\pi\left(\frac{3V_1}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \quad S_2 = 4\pi\left(\frac{3V_2}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \quad \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{q_1 M_W L}{q_2 C_P T} = \frac{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{3}} M_W L}{C_P T} = \frac{\left(\frac{1176}{491}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot 0{,}018 \cdot 2{,}3.10^6}{\frac{7}{2} \cdot 8{,}3 \cdot 373} = 6{,}84 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_2 = \frac{1}{6{,}84} \cdot 0{,}3 = 0{,}044 \ \frac{N}{s}$$

2) Para el segundo globo caso 2)

$$dF_2 = dV_2 \cdot \rho_e \cdot g - dP$$

En este caso dP no es cero, ya que el agua condensada sale del globo.

$$dP = dn*M_W*g = \frac{q_2 dt}{M_W L} * M_W * g = \frac{q_2 g \ dt}{L}$$

$$dF_2 = \frac{M_P T g}{T_o} \frac{q_2 dt}{M_W L} - \frac{q_2 g dt}{L} \Rightarrow \quad \frac{dF_2}{dt} = k_2 = \frac{q_2 g}{L}\left(\frac{M_P T}{M_W T_o} - 1\right)$$

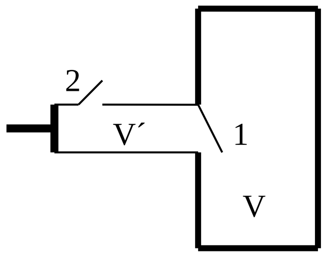
$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\frac{q_1 M_P g}{C_P T_o}}{\frac{q_2 g}{L}\left(\frac{M_P T}{M_W T_o} - 1\right)} = \frac{q_1 M_P L}{q_2\left(\frac{M_P T}{M_W T_o} - 1\right) C_p T_o} = \frac{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{3}} M_P L}{\left(\frac{M_P T - M_W T_o}{M_W T_o}\right) C_P T_o} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{3}} M_P M_W L}{C_P\left(M_P T - M_W T_o\right)} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\left(\frac{1176}{491}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot 0{,}029 \cdot 0{,}018 \cdot 2.3.10^6}{\frac{7}{2} \cdot 8{,}3\left(0{,}029 * 373 - 0{,}018 \cdot 293\right)} = 13{,}35$$

$$k_2 = \frac{1}{13{,}35} \cdot 0{,}3 = 0{,}022 \frac{N}{s}$$

3.-Un recipiente de volumen V contiene un gas a la presión p. Se desea disminuir la presión a p´ y para ello se conecta el recipiente a una bomba de cuya cámara tiene un volumen V´. Determinar el número de emboladas que se han de dar para lograrlo. Se admite que la temperatura no varía

El funcionamiento de la bomba es el siguiente:



La bomba tiene dos válvulas 1 y 2 en la figura. Se cierra la 1 y con la dos abierta se lleva el pistos hasta la válvula 1 . A continuación se cierra la 1 se abre la 2 y se lleva el pistón hasta la posición inicial, con lo que el gas que inicialmente ocupaba un volumen V pasa a ocupar un volumen V+V´. Se cierra la 1 y se lleva el pistón hasta 2, pero como 1 está abierta el volumen V´´ de aire sale al exterior. El ciclo se repite una y otra vez.
Dado que no hay cambio de temperatura tenemos

Primera embolada

$$pV = p_1\left(V + V'\right)$$

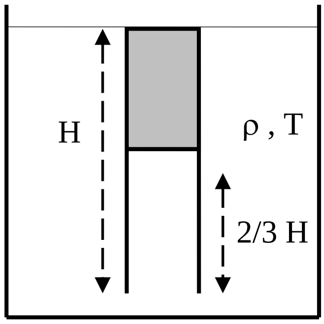
Segunda embolada

$$p_1 V = p_2\left(V + V'\right) \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{V + V'}{V} = \frac{pV}{V + V'} \cdot \frac{V + V'}{V} = p \cdot \left(\frac{V + V'}{V}\right)^2$$

Enésima embolada

$$p' = p \cdot \left(\frac{V + V'}{V}\right)^n \quad \Rightarrow \quad \log\ p' = \log\ p + n\log \frac{V + V'}{V} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\log \frac{p'}{p}}{\frac{V + V'}{V}}$$

4.- Un tubo cilíndrico está abierto por un extremo y cerrado por el otro. Su altura es H y su sección S. La presión atmosférica es P_o y la temperatura T_o.



El tubo se introduce en un recipiente que contiene un líquido de densidad ρ y que se encuentra a la temperatura T. Al cabo de un tiempo la temperatura del aire del tubo es igual a la del líquido y se observa que el líquido ha penetrado en el tubo una distancia 2/3 H. Determinar la temperatura inicial T_o.

Inicialmente el tubo está lleno de aire a la presión P_o, y a la temperatura T_o, ocupando un volumen SH. Después está a una temperatura T, ocupa un volumen $S\cdot\frac{1}{3}H$ y se encuentra al presión P_G.

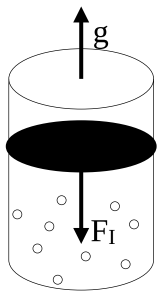
Para calcular P_G hacemos uso del hecho de que dos puntos del líquido que se encuentren en el mismo plano horizontal están a la misma presión

$$P_G + \rho\, g\cdot\frac{2}{3}H = P_o + \rho\, gH \quad \Rightarrow \quad P_G = P_o + \rho\, g\cdot\frac{1}{3}H$$

Suponiendo que el aire se comporta como un gas perfecto

$$\frac{P_o\cdot SH}{T_o} = \frac{\left(P_o + \rho\, g\cdot\frac{1}{3}H\right)\left(S\cdot\frac{1}{3}H\right)}{T} \quad \Rightarrow \quad T_o = \frac{3P_oT}{P_o + \rho\, g\cdot\frac{1}{3}H}$$

5.-Un cilindro que contiene un gas que ocupa un volumen V, posee un émbolo móvil de sección S y masa m. Si al cilindro se le comunica una aceleración 2g vertical y hacia arriba, se observa que el volumen del gas disminuye a 2/3 V. Calcular la masa del cilindro en el supuesto de que la temperatura del gas no varíe.



Designamos con P_o a la presión exterior, con V al volumen del gas contenido en el cilindro y con T su temperatura. Cuando el cilindro se encuentra en reposo las coordenadas del gas son:

$$P_o + \frac{mg}{S}, \; V \; , \; T$$

Cuando el cilindro se acelera verticalmente hacia arriba, aparece sobre el émbolo una fuerza de inercia vertical F_1 y de sentido contrario a la aceleración. Esta fuerza de inercia vale: F_1 =ma = m 2g y crea una presión adicional de valor, $\frac{m\ 2g}{S}$ por lo que las nuevas coordenadas del gas son:

$$P_o + \frac{mg}{S} + m\,2g \; , \; \frac{2}{3}\; V, \; T$$

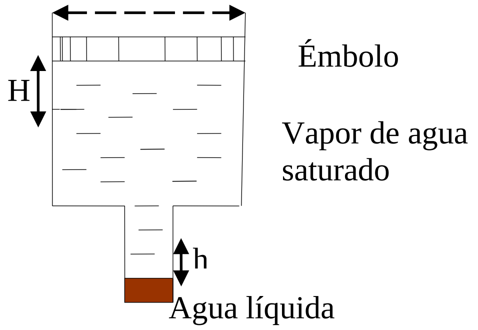
Aplicamos la ley de los gases perfectos

$$\frac{\left(P_o + \frac{mg}{S}\right)V}{T} = \frac{\left(P_o + \frac{mg}{S} + \frac{m\,2g}{S}\right)\frac{2}{3}V}{T} \Rightarrow \quad 3P_o + \frac{3mg}{S} = 2P_o + \frac{2mg}{S} + \frac{4mg}{S} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad P_oS = 3mg \quad \Rightarrow \quad m = \frac{P_oS}{3g}$$

$$W = R(T_3 + T_1) - 2R\sqrt{T_1T_3} = R\left(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}\right)^2$$

6.-En la vasija de la figura inferior, que consta de dos cilindros, el mayor de diámetro D y el menor d, hay una masa de agua líquida que está en equilibrio con su vapor saturado. Se mantiene la temperatura constante T, y se desplaza el émbolo hacia abajo una altura H y como consecuencia de ello se condensa agua de modo que la altura del agua se eleva en el cilindro inferior una altura h.



Calcular la tensión del vapor de agua saturado a la temperatura T. La masa molar del agua es M y la densidad en estado líquido ρ. Suponer que el vapor de agua saturado se comporta como un gas perfecto.

Designamos con V el volumen ocupado inicialmente por el vapor saturado y por V´ el ocupado cuando el nivel del émbolo desciende una altura H.

$$V - V' = \frac{\pi D^2}{4} H$$

Aplicamos la ley de los gases perfectos

$$pV = nRT \quad ; \quad pV' = n'RT \quad \Rightarrow \quad p(V - V') = (n - n')RT$$

p es la presión del vapor de agua saturado a la temperatura T, n el número de moles iniciales de vapor de agua y n´ después de bajar el émbolo. La diferencia n-n´ son los moles de agua que han condensado en el cilindro inferior y que han elevado la altura del agua en h. La masa de agua condensada

$$v_{H_2O} = \frac{\pi d^2}{4} h \quad \Rightarrow \quad m_{H_2O} = \frac{\pi d^2}{4} h\rho$$

Si la masa de agua condensada la dividimos por su masa molar nos resulta los moles de agua condensados

$$n - n' = \frac{\frac{\pi d^2}{4} h\rho}{M}$$

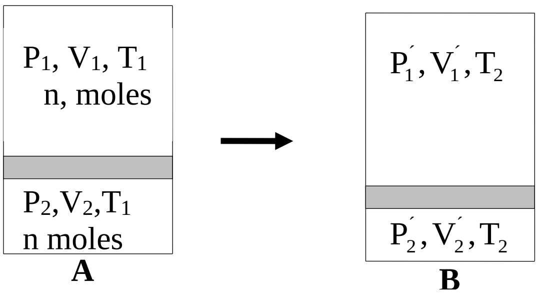
$$p \cdot \frac{\pi D^2}{4} H = \frac{\frac{\pi d^2}{4} h\rho}{M} RT \quad \Rightarrow \quad p = \frac{\rho}{M} \frac{h}{H} \frac{d^2}{D^2} RT$$

Los trabajos de ambos compresores son iguales.

Ricardo David Fernández Cruz José Luis Hernández Pérez

7.-Un cilindro cerrado por ambas bases, está dividido en dos compartimentos mediante un émbolo que tiene masa, el cual puede subir y bajar por el cilindro sin rozamiento. El compartimento superior está ocupado por n moles de un gas perfecto a la temperatura T_1 y el inferior por n moles del mismo gas y a la misma temperatura. Se varía la temperatura de ambos gases hasta T_2. Calcular la relación de los volúmenes que ocupan ambos gases a la temperatura T_2. Se supone que el volumen del cilindro no varía al cambiar la temperatura.

En la figura inferior se hace un esquema del proceso



Designamos con p_E la presión que ejerce el émbolo sobre el gas inferior:

$$P_2 = P_1 + p_E \ ; \ P_2^{\prime} = P_1^{\prime} + p_E \Rightarrow \quad P_1 - P_2 = P_1^{\prime} - P_2^{\prime} \quad (1)$$

Dado que al variar la temperatura el volumen del cilindro no cambia, se cumplirá que

$$V_1 + V_2 = V_1^{\prime} + V_2^{\prime} \qquad (2)$$

Relaciones en **A** y en **B** y entre **A** y **B.**

$$\text{En } \mathbf{A} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \qquad \text{En } \mathbf{B} \Rightarrow P_1^{\prime} V_1^{\prime} = P_2^{\prime} V_2^{\prime} \quad (3)$$

$$\text{Entre } \mathbf{A} \text{ y } \mathbf{B} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_1^{\prime} V_1^{\prime}}{T_2} \quad ; \quad \frac{P_2 V_2}{T_1} = \frac{P_2^{\prime} V_2^{\prime}}{T_2} \quad (4)$$

Designamos a $\frac{V_1}{V_2} = \varepsilon$ y a $\frac{V_1^{\prime}}{V_2^{\prime}} = \rho$. A partir de las ecuaciones (1) y (3)

$$P_1 - P_1 \frac{V_1}{V_2} = P_1^{\prime} - P_1^{\prime} \frac{V_1^{\prime}}{V_2^{\prime}} \Rightarrow P_1(1-\varepsilon) = P_1^{\prime}(1-\rho) \quad (5)$$

A partir de las ecuaciones (2) y (3)

$$V_1 + V_1 \frac{P_1}{P_2} = V_1' + V_1' \frac{P_1'}{P_2'} \Rightarrow V_1\left(1+\frac{P_1}{P_2}\right) = V_1''\left(1+\frac{P_1'}{P_2'}\right) = V_1\left(1+\frac{V_2}{V_1}\right) = V_1''\left(1+\frac{V_2'}{V_1'}\right) \Rightarrow$$

$$V_1\left(1+\frac{1}{\varepsilon}\right) = V_2\left(1+\frac{1}{\rho}\right) \quad (6)$$

Multiplicamos miembro a miembro la ecuación (5) por la (6)

$$P_1V_1(1-\varepsilon)\left(1+\frac{1}{\varepsilon}\right) = P_1'V_1'(1-\rho)\left(1+\frac{1}{\rho}\right) \Rightarrow nRT_1(1-\varepsilon)\left(1+\frac{1}{\varepsilon}\right) = nRT_2(1-\rho)\left(1+\frac{1}{\rho}\right) = nRT_2$$

$$\Rightarrow T_1\left(\frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon}\right) = T_2\left(\frac{1-\rho^2}{\rho}\right) \Rightarrow \rho^2 - \rho\frac{T_1}{T_2}\left(\frac{\varepsilon^2-1}{\varepsilon}\right) - 1 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado

$$\rho = \frac{\frac{T_1}{T_2}\left(\frac{\varepsilon^2-1}{\varepsilon}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2\left(\frac{\varepsilon^2-1}{\varepsilon}\right)^2 + 4}}{2}$$

De las dos soluciones de la ecuación solamente es válida la positiva.

Si designamos a $\frac{T_1}{T_2}\left(\frac{\varepsilon^2-1}{\varepsilon}\right) = \alpha$, teniendo presente que $\varepsilon>1$, puesto que el embolo tiene masa, resulta que $\alpha > 1$, también $\rho>1$.

$$\rho = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2+4}}{2}$$

Como no existe ningún valor de α que haga a ρ positivo, solamente es valida la solución con signo positivo delante de la raíz.

8.-En un cilindro de capacidad 10 L se introducen 0,05 moles de una sustancia A cuya presión de vapor saturado es 7 kPa y 0,05 moles de una sustancia B cuya presión de vapor saturado es 17 kPa. El recipiente se mantiene a 40ºC. Al cabo de un tiempo se alcanza un equilibrio. Determinar las cantidades de A y B que existen en forma de vapor y líquida.
A continuación y de forma isotérmica el volumen del recipiente se reduce a 10/3 L y se alcanza un nuevo equilibrio. Determinar las cantidades de A y B que existen en forma de vapor y líquida.
Se supone que los vapores de las sustancias se comportan como gases ideales y que el volumen de la fase líquida es despreciable frente a la del vapor.

Antes de resolver el problema recordemos lo siguiente.

Si en un recipiente en el que se ha hecho el vacío se introduce una sustancia líquida A volátil, se observa que las moléculas de la fase líquida de A comienzan a pasar a la fase vapor. Como consecuencia de ello la presión aumenta de forma continua. Llega un momento en que se alcanza un equilibrio dinámico entre el liquido y el vapor (esto significa que el mismo número de moléculas pasa de la fase liquida a vapor que de la fase vapor a la líquida) y la presión en la fase de vapor es la presión del vapor saturado de A para la temperatura a la que se encuentra el recipiente.
Si ahora sin variar la temperatura se reduce el volumen de la fase vapor comienzan a pasar moléculas de la fase vapor a la líquida, pero la presión sigue siendo la misma que antes.

En el problema calculamos que presión parcial ejercería si los 0,05 moles de A estuviesen en la fase vapor

$$p_A V = nRT \Rightarrow p_A = \frac{nRT}{V} = \frac{0{,}05 \cdot 8{,}31 \cdot (273+40)}{10.10^{-3}} = 1{,}3.10^4\,\text{Pa} = 13\,\text{kPa}$$

Como la presión de vapor de A es solamente 7 kPa, una parte de los moles de la sustancia A permanecen en estado líquido y la presión parcial de A en la fase vapor es 7 kPa. Calculamos los moles A en la fase vapor

$$p_A V = n_{AV} RT \Rightarrow n_{AV} = \frac{p_A V}{RT} = \frac{7.10^3 \cdot 10.10^{-3}}{8{,}31 \cdot 313} = 0{,}027\,\text{mol}$$

En la fase líquida de A hay 0,05-0,027=0,023 mol.

Calculamos la presión parcial de B si todos los moles están en la fase de vapor

$$p_B V = nRT \Rightarrow p_B = \frac{nRT}{V} = \frac{0{,}05 \cdot 8{,}31 \cdot (273+40)}{10.10^{-3}} = 1{,}3.10^4\,\text{Pa} = 13\,\text{kPa}$$

La presión parcial de B es inferior a su presión de su vapor saturado, por tanto los 0,05 moles de B se encuentran en la fase de vapor.

La presión total en el recipiente es P = 7+13 = 20 kPa.
Al disminuir el volumen de la fase gaseosa a 10/3 L parte de las moléculas de A pasan a la fase líquida pero la presión parcial sigue valiendo 7 kPa ya que la temperatura no ha variado.

$$p_A V' = n_{AV''} RT \Rightarrow n_{AV'} = \frac{p_A V'}{RT} = \frac{7.10^3 \cdot \frac{10}{3}.10^{-3}}{8{,}31 \cdot 313} = 0{,}009\,\text{mol}$$

De la sustancia A en la fase vapor hay 0,009 moles y en la fase líquida
0,05-0,009=0,041 mol.

Veamos ahora si la presión parcial de B es mayor o menor que su presión de vapor saturado

$$p_B = \frac{nRT}{V'} = \frac{0{,}05 \cdot 8{,}31 \cdot (273+40)}{\frac{10}{3}.10^{-3}} = 3{,}9.10^4\,\text{Pa} = 39\,\text{kPa}$$

Como la presión es superior a la de vapor saturado parte de las moléculas de la fase gaseosa de B han pasado al estado líquido. La presión parcial de B en la fase de vapor es su presión de vapor saturado = 17 kPa y los moles de B en dicha fase son.

$$n_{B'} = \frac{p_B V'}{RT} = \frac{17.10^3 \cdot \frac{10}{3}.10^{-3}}{8{,}31 \cdot 313} = 0{,}022\,\text{mol}$$

Los moles de B en estado líquido:0,05-0,022=0,028 mol

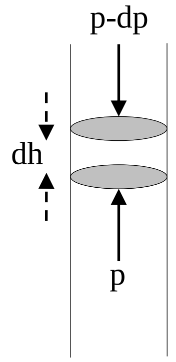
En resumen:
Existen en estado líquido 0,041 mol de A y 0,028 mol de B
En la fase de vapor 0,009 mol de A y 0,022 de B
La presión total del recipiente en la fase vapor 24 kPa.

9.-Un recipiente de forma cilíndrica e infinitamente largo está lleno de un gas perfecto de masa molar M y está colocado en un campo gravitatorio homogéneo cuya aceleración es g. La temperatura del gas es idéntica en todo el gas y de valor T. Si la densidad del gas es constante en todo él. Determinar el gradiente de temperatura dT/dh.

Según la ecuación de los gases perfectos

$$pV = RT \;\Rightarrow\; p = \frac{g}{MV}RT = \frac{\rho RT}{M} \;\Rightarrow\; \rho = \frac{pM}{RT}$$

Según el enunciado del problema la densidad es constante y p disminuye con la altura, también lo tiene que hacer T para que el cociente sea constante



En la figura superior consideramos un volumen de gas de altura dh, que está a una altura h respecto del suelo, siendo S el área de la base y T su temperatura. Ese volumen de gas se encuentra en equilibrio, por tanto:

$$-pS + \left(p - dp)S\right) = \text{Peso} = S\,dhg\rho \;\Rightarrow\; -dp = \rho\,g\,dh \;\Rightarrow\; -\frac{dp}{dh} = \rho\,g$$

Designamos con p_o y T_o la presión y la temperatura en la base del cilindro. Al ser el gas perfecto escribimos:

$$p_o = \frac{\rho}{M}RT_o \quad ; \quad p = \frac{\rho}{M}RT \Rightarrow \quad p = p_o\frac{T}{T_o} \quad \Rightarrow \quad dp = \frac{p_o}{T_o}dT$$

Sustituyendo dp

$$-\frac{\frac{p_o}{T_o}dT}{dh} = \rho\,g \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{dh} = -\frac{\rho\,g\,T_o}{p_o} = -\frac{\frac{p_o M}{RT_o}g\,T_o}{p_o} = -\frac{M\,g}{R}$$

10.-En la cámara de combustión de un motor de reacción penetran por segundo m kg de hidrógeno y la cantidad de oxígeno necesaria para su combustión completa. El orificio de salida de la tobera del motor tiene una sección S expresado en m², siendo p la presión en atmósferas y T la temperatura en kelvin. Determinar la fuerza con que los gases de salida impulsan al motor.
Dato . R = 0,082 (atm .L)/(mol K

En la cámara de combustión del motor se produce una reacción química entre el hidrógeno y el oxígeno.

$$H_2(g)+\frac{1}{2}O_2(g)\rightarrow H_2O\,(\text{gas})$$

De la estequiometría de la reacción se deduce que los moles formados de vapor de agua son los mismos que los de entrada de hidrógeno. Dado que la masa molar del hidrógeno es: $2\frac{\text{g}}{\text{mol}}=2\frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}$ y la del agua $18\frac{\text{g}}{\text{mol}}=18\frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}$, se deduce que la masa de vapor de agua que por segundo abandona la tobera es:

Moles de hidrógeno a la entrada: $\dfrac{m\left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)\cdot}{2\frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}}=\dfrac{m}{2}\dfrac{\text{kgmol}}{\text{s}}$

kg de vapor de agua que salen por la tobera por segundo:

$$\frac{m}{2}\frac{\text{kgmol}}{\text{s}}\cdot 18\frac{\text{kg}}{\text{kgmol}}=9\,m\;\frac{\text{kg}}{s}$$

El volumen de vapor de agua que abandona la tobera es igual a la masa de vapor de agua dividido por la densidad del vapor en las condiciones de presión y temperatura que existen a la salida. Admitiendo que el vapor de agua se comporta como un gas perfecto.

$$pV=\frac{g}{M_{H_2O}}RT\Rightarrow p=\frac{\rho_{H_2O}}{M_{H_2O}}RT\Rightarrow \rho_{H_2O}=\frac{p\,M_{H_2O}}{RT}=\frac{p(\text{atm})\cdot\frac{18\,\text{g}}{\text{mol}}}{0{,}082\frac{\text{atm L}}{\text{mol}}T(\text{K})}=219{,}5\frac{p}{T}\frac{\text{g}}{\text{L}}$$

$$\text{Gasto}=\frac{\text{masa por s}}{\rho_{H_2O}}=\frac{9m\;\frac{\text{kg}}{\text{s}}}{219{,}5\frac{p}{T}\frac{\text{g}}{\text{L}}}=\frac{9m\;\frac{\text{kg}}{\text{s}}}{219{,}5\frac{p}{T}\frac{10^{-3}\,\text{kg}}{10^{-3}\,\text{m}^3}}=\frac{9m}{219{,}5\frac{p}{T}}\frac{\text{m}^3}{\text{s}}=Sv\Rightarrow$$

$$v=\frac{9m}{219{,}5\frac{p}{T}\cdot S}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Teniendo en cuenta que la fuerza es la variación de la cantidad de movimiento

$$F = m \cdot \frac{9\,mT}{219{,}5\,pS}\ \text{N}$$

Si en la ecuación anterior hubiese que sustituir valores numéricos m las magnitudes se expresarían m en kg, , T en K, p en atm y S en m^2.