21. (488.)- ***La ecuación de van der Waals para un mol de gas es:*** $\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$***, a y b son constantes cuyos valores dependen del gas.***

a) Determinar el trabajo de compresión isoterma de un gas desde el volumen V_1 al volumen V_2 (V_1>V_2).

b) Calcular ese trabajo en julios para un mol de nitrógeno cuyas constantes son $a = 1{,}35\,\frac{atm\cdot L^2}{mol^2}$; $b = 0{,}039\,\frac{L}{mol}$***, si se comprime desde un volumen de 10 L hasta un volumen de 1 litro a la temperatura de 450 K.***

Dato. $R = 0{,}082\frac{atm\cdot L}{mol\cdot K}$ ***; 1 atm = 101325 Pa***

a) El trabajo está dado por la expresión $W = -\int_{V_1}^{V_2} P\,dV$. Despejamos la presión en la ecuación de van der Waals

$$P+\frac{a}{V^2}=\frac{RT}{V-b} \Rightarrow P=\frac{RT}{V-b}-\frac{a}{V^2}$$

Sustituyendo en la integral

$$W=-\left[\int_{V_1}^{V_2}\frac{RT}{V-b}dV-\int_{V_1}^{V_2}\frac{a\,dV}{V^2}\right]=-\left[R\,T\ln(V-b)+\frac{a}{V}\right]_{V_1}^{V_2}=$$

$$=-\left[R\,T\ln(V_2-b)-R\,T\ln(V_1-b)+\frac{a}{V_2}-\frac{a}{V_1}\right] \Rightarrow W=RT\ln\frac{V_1-b}{V_2-b}-a\left(\frac{1}{V_2}-\frac{1}{V_1}\right)$$

b)

$$W=1\text{mol}\left[\left(0{,}082\frac{\text{atm}\cdot\text{L}}{\text{mol}\cdot\text{K}}450\,\text{K}\cdot\ln\frac{10-0{,}039}{1-0{,}039}\right)-1.35\frac{\text{atm}\cdot\text{L}^2}{\text{mol}^2}\left(\frac{1}{1\frac{\text{L}}{\text{mol}}}-\frac{1}{10\frac{\text{L}}{\text{mol}}}\right)\right]\Rightarrow$$

$$W=86{,}29-1{,}22=85{,}1\text{atm}\cdot\text{L}=85{,}1\text{ atm}.101325\frac{\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\text{atm}}\cdot10^{-3}\,\text{L}\frac{\text{m}_3}{\text{L}}=8{,}62.10^3\,\text{J}$$

22. (489)- ***Un gas ideal monoatómico ocupa un volumen V_1 a la presión P_1 y a la temperatura T_1. Ese mismo gas ocupa otro volumen V_2 a la presión P_2 y a la temperatura T_2. Si se unen ambos volúmenes cuáles serán la presión y la temperatura. Los volúmenes están termoaislados del espacio circundante.***

Al ser gases ideales los volúmenes son aditivos, por tanto el volumen de la mezcla es la suma de los volúmenes

$$V = V_1 + V_2$$

Calculamos los moles de cada uno de los gases

$$n_1 = \frac{P_1 V_1}{R\,T_1} \quad ; \quad n_2 = \frac{P_2 V_2}{R\,T_2}$$

Estos moles se encuentran después de la mezcla en el volumen V y a una presión que designamos con P.

$$P\left(V_1 + V_2\right) = \left(n_1 + n_2\right)R\,T = \left(\frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2}\right)T \qquad (1)$$

La energía de cada molécula de gas es directamente proporcional a la temperatura.

La energía que aporta cada gas es

$$E_1 = n_1 K\,T_1 \quad ; \quad E_2 = n_2 KT$$

Teniendo en cuenta que el sistema está aislado la energía se conserva

$$n_1 K\,T_1 + n_2 K\,T_2 = \left(n_1 + n_2\right)K\,T \;\Rightarrow\; \frac{n_1 T_1}{n_1 + n_2} + \frac{n_2 T_2}{n_1 + n_2} = T \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; T = \frac{\dfrac{P_1 V_1}{R\,T_1}\cdot T_1 + \dfrac{P_2 V_2}{R\,T_2}\cdot T_2}{\dfrac{P_1 V_1}{R\,T_1} + \dfrac{P_2 V_2}{R\,T_2}} = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{\dfrac{P_1 V_1}{T_1} + \dfrac{P_2 V_2}{T_2}} = T_1 T_2 \,\frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{P_1 V_1 T_2 + P_2 V_2 T_1} \qquad (2)$$

Despejamos T de la ecuación (1) y la igualamos con la ecuación (2)

$$\frac{P\left(V_1 + V_2\right)}{P_1 V_1 T_2 + P_2 V_2 T_1} T_1 T_2 = T_1 T_2 \,\frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{P_1 V_1 T_2 + P_2 V_2 T_1} \Rightarrow \qquad P = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

23.- *(507)-* ***En un recipiente de volumen fijo V=0,250 L se encuentra un mol de gas. A la temperatura T_1=300K, la presión del gas es P_1=90 atm y cuando T_2=350 K la presión es P_2 = 110 atm. A) Hallar las constantes de Van der Waals de este gas***
b) Si se mantiene la presión de 110 atm y se disminuye la temperatura a 250 K ¿Cuál será el volumen del gas? Realice el cálculo con la ecuación de Van der Waals y con la ecuación de los gases perfectos. Calcule la diferencia expresada en tantos por ciento respecto al obtenido con la ecuación de Van der Waals

a) Aplicamos la ecuación de Van der Waals para los datos del problema

$$\left(P_1+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT_1 \quad ; \Rightarrow P_1+\frac{a}{V^2}=\frac{R\,T_1}{V-b}$$
$$\left(P_2+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT_2 \quad \Rightarrow P_2+\frac{a}{V^2}=\frac{R\,T_2}{V-b}$$

Dividiendo miembro a miembro a las dos ecuaciones

$$\frac{P_1+\frac{a}{V^2}}{P_2+\frac{a}{V^2}}=\frac{T_1}{T_2} \Rightarrow P_1T_2+\frac{a\,T_2}{V^2}=P_2T_1+\frac{a\,T_1}{V^2} \quad \Rightarrow \frac{a}{V^2}(T_2-T_1)=P_2T_1-P_1T_2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad a=\frac{(P_2T_1-P_1T_2)\;V^2}{T_2-T_1}=\frac{110\cdot 300-90\cdot 350}{350-300}\cdot 0{,}250^2=1{,}88\,\frac{atm\cdot L^2}{mol}$$

A partir de la primera ecuación

$$V-b=\frac{R\,T_1V^2}{P_1V^2+a} \quad \Rightarrow b=V-\frac{R\,T_1V^2}{P_1V^2+a}=V-\frac{R\,T_1V^2}{P_1V^2+\frac{(P_2T_1-P_1T_2)V^2}{T_2-T_1}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad b=V-\frac{R\,T_1(T_2-T_1)V^2}{P_1V^2(T_2-T_1)+P_2T_1V^2-P_1T_2V^2}=V-\frac{R\,T_1(T_2-T_1)}{-P_1T_1+P_2T_1} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad b=V-\frac{R\,(T_2-T_1)}{P_2-P_1}=0{,}250-\frac{0{,}082\cdot(350-300)}{110-90}=0{,}045\,\frac{L}{mol}$$

b) De la ecuación de van der Waals

$$P+\frac{a}{V^2}=\frac{R\,T}{V-b}\quad\Rightarrow 110+\frac{1{,}88}{V^2}=\frac{0{,}082\cdot 250}{V-0{,}045}\quad\Rightarrow\quad 110+\frac{1{,}88}{V^2}=\frac{20{,}5}{V-0{,}045}$$

Resolvemos la ecuación por tanteo

V=0,20 157>132,2 ; V=0,15 193,5<195,2 ; V=0,155 188,3<186,4

V=0,152 L 191,4 < 191,6

Según la ecuación de los gases perfectos

$$V=\frac{R\,T}{P}=\frac{0{,}082\cdot 250}{110}=0{,}186\ \text{L}\quad \text{diferencia}\qquad \frac{0{,}186-0{,}152}{0{,}152}\cdot 100=22{,}4\ \%$$

24.-** (560).- **En un cuerpo de bomba de volumen 80 L hay aire saturado de vapor de agua, porque en el fondo del cilindro hay una capa de agua de volumen despreciable. La presión del aire húmedo es P= 730 mm de mercurio y la temperatura 20ºC. Se duplica el volumen y se aumenta la temperatura a 30ªC y el aire está de nuevo saturado de vapor de agua debido a la evaporación del agua líquida. Calcular la presión y la masa de agua evaporada. Se supone que el aire y el agua se comportan como gases ideales.

Datos.** **Presiones del vapor de agua a 20ºC y a 30ºC, 2,3384 kPa y 4,2451 kPa respectivamente. 1 atm = 101325 Pa

Propuesto en el libro Problemas de Física .Volumen III. E.Gullon y M.López ,Librería Inernacional de Romo . Madrid

Dentro del cilindro hay una mezcla de aire seco y vapor de agua. Designamos con Ps a la presión que ejerce el aire seco cuando el volumen es 80 L y la temperatura 20ºC.

La presión P se debe al aire Ps y a la presión del vapor de agua

$$P = Ps + Pv \;\Rightarrow\; P_S = P - P_V = \frac{730\,\text{mmHg}}{760\,\dfrac{\text{mmHg}}{\text{atm}}} - \frac{2{,}3384.10^3\,\text{Pa}}{101325\,\dfrac{\text{Pa}}{\text{atm}}} = 0{,}9374\,\text{atm}$$

Calculamos el número de moles de aire aplicando la ecuación de los gases perfectos

$$n = \frac{Ps \cdot V}{R\,T} = \frac{0{,}9374 \cdot 80}{0{,}082 \cdot (273+20)} = 3{,}1213\,\text{mol}$$

Estos moles de aire estarán en el recipiente de 160 L y temperatura 30ºC, y ejercen una presión parcial Ps´

$$Ps´.160 = 3{,}1213 \cdot 0{,}082(273+30) \;\Rightarrow\; Ps´ = 0{,}485\,\text{atm}$$

La presión del recipiente es

$$P = Ps´ + Pv(30^{o}) = 0{,}485 + \frac{4{,}2451.10^3}{101325} = 0{,}527 \text{ atm}$$

El número de moles de agua evaporada es la diferencia entre los moles iniciales en el volumen de 80 L en el volumen de 160 L

Moles de agua en el volumen de 80 L

$$n(agua) = \frac{\frac{2,3384.10^3}{101325} \cdot 80}{0,082 \cdot 293} = 0,0768 \text{ mol}$$

Moles de agua en el volumen de 160 L

$$n´(agua) = \frac{\frac{4,2451.10^3}{101325} \cdot 160}{0,082 \cdot 303} = 0,2698 \text{ mol}$$

Moles de agua evaporados

$$\Delta n = n´ - n = 0,2698 - 0,0768 = 0,193 \text{mol} \Rightarrow$$

$$\text{gramos de agua} = 0,193 \text{mol} \cdot \frac{18 \text{ g}}{\text{mol}} = 3,47 \text{ g}$$

25.- (565).- Un recipiente elástico de volumen V_o contiene un mol de gas ideal a la temperatura T_o
Se calienta el gas y también el recipiente por lo que varía la presión del gas y el volumen del recipiente que se rige por la ley $V = V_o\left[1+\alpha(T-T_o)\right]^3$
1) Calcular la temperatura a la cual la presión del gas es máxima, el volumen del recipiente a esa presión y la presión máxima
2) Representar la gráfica temperatura (eje X) frente a presión (eje Y) con los datos siguientes. $\alpha = 8.10^{-4}\ K^{-1}$, To =300 K , Vo = 6 L, n = 1 mol. Comprobar si la presión máxima y temperatura en la gráfica coincide con el resultado del apartado anterior.
3) Calcular el volumen del gas a la presión máxima

1) Al calentar el gas su presión varía y al mismo tiempo el volumen del recipiente aumenta, dado que se pide la presión máxima calculamos dP/dT e igualamos a cero. Aplicamos la ley de los gases perfectos

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{nRT}{V_o\left[1+\alpha(T-T_0)\right]^3} \Rightarrow \frac{dP}{dT} = \frac{nR}{V_o}\cdot\frac{\left[1+\alpha(T-T_0)\right]^3 - T\cdot 3\left[1+\alpha(T-T_0)\right]^2\cdot\alpha}{\left[1+\alpha(T-T_0)\right]^6} = 0$$

$$\Rightarrow \left[1+\alpha(T-T_0)\right]^3 = T\cdot 3\left[1+\alpha(T-T_0)\right]^2\cdot\alpha \Rightarrow 1+\alpha(T-T_0) = 3\alpha T \Rightarrow \quad T = \frac{1-\alpha T_o}{2\alpha}\,(!)$$

Sustituimos el valor encontrado para la temperatura en la ecuación del volumen del recipiente.

$$V = V_0\left[1+\alpha\left(\frac{1-\alpha T_0}{2\alpha} - T_o\right)\right]^3 = V_o\left(1+\frac{1-\alpha T_o}{2} - \alpha T_o\right)^3 = V_o\left(\frac{3}{2} - \frac{3\alpha T_o}{2}\right)^3 \Rightarrow$$

(2)

$$\Rightarrow \quad V = \frac{27V_0}{8}(1-\alpha T_o)^3$$

$$P_{max} = \frac{nR\dfrac{1-\alpha T_0}{2\alpha}}{\dfrac{27V_o}{8}(1-\alpha T_o)^3} = \frac{nR}{\dfrac{27\alpha}{4}V_o(1-\alpha T_o)^2} \qquad (3)$$

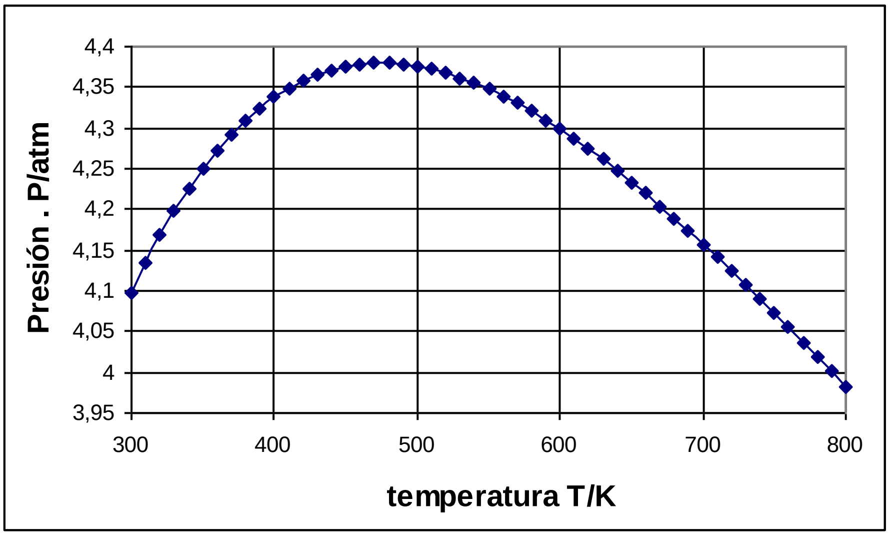
2) Sustituimos valores numéricos en la ecuación de la presión

$$P = \frac{1\cdot 0{,}082\cdot T}{6\left[1+8.10^{-4}(T-300)\right]^3} = \frac{0{,}01367\,T}{\left[1+8.10^{-4}(T-300)\right]^3}$$

La representación gráfica de la ecuación anterior es

Ricardo David Fernández Cruz José Luis Hernández Pérez

La representación gráfica de la ecuación anterior es



$$T = \frac{1-\alpha T_o}{2\alpha} = \frac{1-8{,}10^{-4}\cdot 300}{2\cdot .8.10^{-4}} = 475\,K$$

$$P_{max} = \frac{nR}{\frac{27\ \alpha}{4} V_o (1-\alpha T_o)^2} = \frac{0{,}082}{\frac{27\cdot 8.10^{-4}\cdot 6}{4}(1-8.10^{-4}\cdot 300)^2 =} = 4{,}38\ \text{atm}$$

3) Aplicamos la ley de los gases perfectos

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{1\cdot 0{,}082\cdot 475}{4{,}38} = 8{,}89\,L$$

26.- (574).-Un recipiente de capacidad variable contiene 4 litros de aire a la temperatura de 25ºC, presión 98 kPa y humedad relativa 60 por ciento. En este recipiente se introduce una cantidad de agua se cierra y se hace aumentar su capacidad a 10 litros, su temperatura sube a 30ºC y su humedad relativa a 86 por ciento. Calcular la presión final del recipiente y la masa de agua introducida.
Datos presión de vapor del agua a 25º C 3,17 kPa y a 30ºC 4,24 kPa
Considerar al aire y al vapor de agua como gases perfectos.

Inicialmente en el recipiente existen dos sustancias en estado gaseoso, el aire y el vapor de agua. Cada una ejerce una presión parcial. Calculamos la masa de vapor de agua en el recipiente de volumen 4 litros, a la temperatura de 25 ºC. Dado que el reciente no está a saturación la presión del vapor del agua es

$$p_{H2O} = 0{,}6 \cdot 3{,}17 = 1{,}90 \text{ kPa}$$

$$p_{H2O} V = \frac{m}{M_{H2O}} RT \Rightarrow m = \frac{p_{H2O} V \cdot M_{H2O}}{RT} = \frac{1{,}90.10^3 \frac{N}{m^2} \cdot 4.10^{-3} m^3 \cdot 18.10^{-3} \frac{kg}{mol}}{8{,}31 \frac{J}{mol\,K} (273+25)\,K} \Rightarrow$$

$$m = 5{,}52.!0^{-5} \frac{N\,m\,kg}{J} = 5{,}52.10^{-5} kg = 0{,}0552 \text{ g}$$

Calculamos los moles de aire en el recipiente de 4 litros. La presión del recipiente es la suma de la presión parcial del aire seco, más la presión parcial del vapor de agua

$$p_{aire} V = nRT \Rightarrow n = \frac{p_{aire} V}{RT} = \frac{(98-1{,}90).10^3 \cdot 4.10^{-3}}{8{,}31 \cdot 298} = 0{,}155 \text{ mol}$$

Los moles de aire n=0,155 están en un volumen de 10 litros y a la temperatura 303 K y ejercen una presión parcial

$$p_{aire} V = nRT \Rightarrow p_{aire} = \frac{nRT}{V} = \frac{0{,}155 \cdot 8{,}31 \cdot 303}{10.10^{-3}} = 39{,}0.10^3 \text{ Pa} = 39 \text{ kPa}$$

La presión parcial que ejerce el vapor de agua en el volumen de 10 L y a la temperatura de 303 K es: 0,86·4,24 = 3,65 kPa y los gramos de vapor de agua son.

$$m^* = \frac{p_{H2O}\, V M_{H2O}}{RT} = \frac{3{,}65.10^3 \cdot 10.10^{-3} \cdot 18.10^{-3}}{8{,}31 \cdot 303}. = 2{,}609.10^{-4} \text{ kg} = 0{,}261 \text{ g}$$

Agua introducida 0,261-0,055 = 0,206 g

Presión del recipiente P=p_{H2O}+p aire = 3,65+39,0=42,7 kPa

***27.-** (586).- Un recipiente de volumen V=30 litros está dividido en tres compartimentos iguales por medio de dos membranas semipermeables.*
Inicialmente el primer compartimento contiene 30 gramos de hidrógeno, el segundo 160 gramos de oxígeno y el tercero 70 gramos de nitrógeno.
La membrana 1 deja pasar al hidrógeno pero no al oxígeno ni al nitrógeno, la membrana 2 deja pasar al hidrógeno y al nitrógeno.
Determinar la presión en cada compartimento cuando se alcance el equilibrio. El proceso ocurre a temperatura constante T = 300 K
Masa molares Hidrógeno 2 gmol^{-1}, Oxígeno 32 gmol^{-1} , Nitrógeno 28 gmol^{-1} , constante de los gases R = 8,31 J/mol · K
Olimpiadas de Moscú

En la figura 1 se representa la situación inicial y la final de los gases

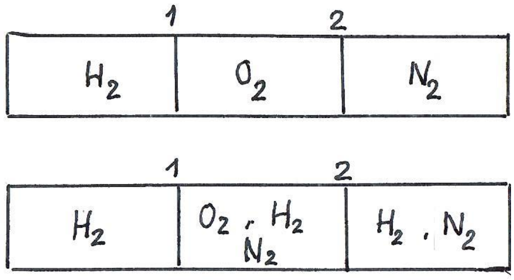


Fig.1

Como el hidrógeno puede pasar por las dos membranas en el equilibrio está en los tres compartimentos .Dado que el sistema de paso es dinámico el equilibrio se alcanza cuando las presiones del hidrógeno son las mismas en los tres compartimentos

Compartimento de la izquierda

$$p_I = \frac{n_H RT}{V} = \frac{10\text{g}}{2\frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot \frac{8{,}31\frac{\text{J}}{\text{molK}}300\text{K}}{10.10^{-3}\ \text{m}^3} = 1{,}25.10^6\,\text{Pa}$$

Los moles iniciales de nitrógeno son

$$n(\text{iniciales de } N_2) = \frac{70\,\text{g}}{28\frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2{,}5\,\text{mol}$$

La mitad está en el compartimento central y la otra mitad en el de la derecha

Compartimento central

$$p_2 = p_H + p_O + p_N = 1{,}25.10^6 + \frac{160\,\text{g}}{32\frac{\text{g}}{\text{mol}}}\frac{8{,}31\frac{\text{J}}{\text{mol K}}\cdot 300\text{K}}{10.10^{-3}\,\text{m}^3} + 1{,}25\frac{8{,}31\frac{\text{J}}{\text{mol K}}\cdot 300\text{K}}{10.10^{-3}\,\text{m}^3}$$

$$p_2 = 1{,}25.10^6 + 1{,}25.10^6 + 0{,}31.10^6 = 2{,}81.10^6\,\text{Pa}$$

Compartimento de la derecha

$$p_3 = p_H + p_N = 1{,}25.10^6 + 0{,}31.10\ \text{Pa} = 1{,}56.10^6\,\text{Pa}$$

28.-** (638.)-**Un cilindro de capacidad 100 litros tiene un pistón móvil en equilibrio que lo divide en dos volúmenes iguales. En uno de ellos hay aire seco a una temperatura t y en el otro vapor de agua en contacto con 10 gramos de agua líquida y a la misma temperatura t. Se calientan los dos compartimentos hasta una temperatura t_f con lo cual se evapora toda el agua y el pistón se desplaza hasta una nueva posición de equilibrio de modo que el aire seco ocupa un volumen de 30 litros.

Datos.- Masa molar media del aire 29 g/mol ; Masa molar del agua 18 g/mol
La presión de vapor del agua a diferentes temperaturas es

t/ºC	20	30	40	50	60	70	80
P/kPa	2,34	4,25	7,38	12,3	19,9	31,2	47,4

Suponer que el aire y el vapor de agua se comportan como gases ideales.
Calcular las temperaturas t y t_f.

Cuando la temperatura es t la presión que ejerce el aire seco sobre el pistón es igual al que ejerce el vapor de agua ; g_A representa los gramos de aire seco encerrados en el volumen de 50 litros y g_{H2O} los gramos de vapor de agua en el otro compartimento cuyo volumen es 50 litros

Aplicamos la ecuación de los gases ideales

$$P_A \cdot 50.10^{-3} = \frac{g_A}{29} R(t+273) \quad ; \quad P_{H2O} \cdot 50.10^{-3} = \frac{g_{H2O}}{18} R(t+273) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_A = P_{H2O} \quad \Rightarrow \quad \frac{g_A}{29} = \frac{g_{H2O}}{18} \quad (1)$$

Cuando la temperatura es t_f

$$P'_A \cdot 30.10^{-3} = \frac{g_A}{29} R(t_f+273) \quad ; \quad P'_{H2O} \cdot 70.10^{-3} = \frac{g_{H2O}+10}{18} R(t_f+273) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P'_A = P'_{H2O} \quad \Rightarrow \quad \frac{g_A}{29 \cdot 30.10^{-3}} R(t_f+273) = \frac{g_{H2O}+10}{18 \cdot 70.10^{-3}} R(t_f+273) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g_A}{3 \cdot 29} = \frac{g_{H2O}+10}{7 \cdot 18} \quad (2)$$

De las ecuaciones (1) y (2)

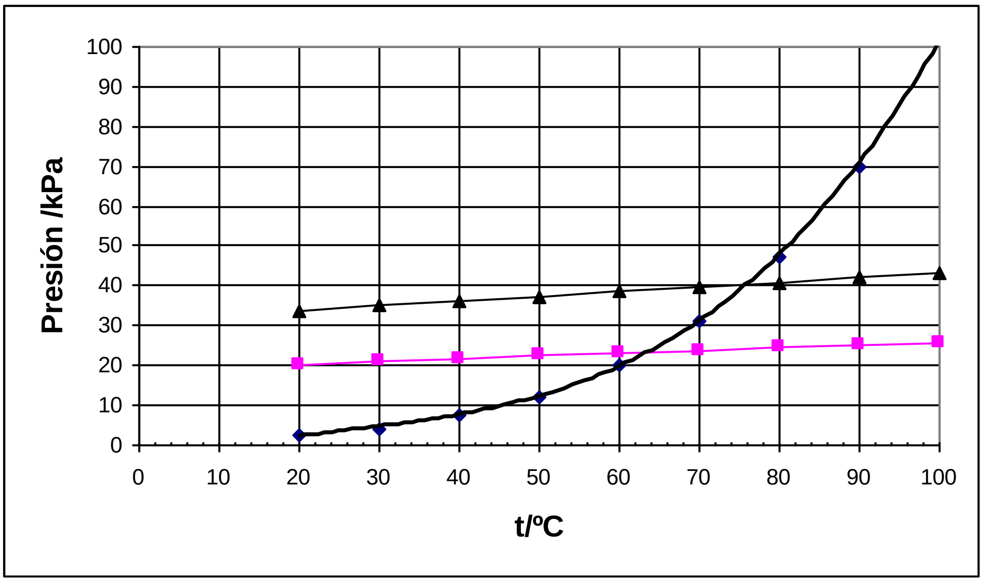
$$\frac{g_A}{87}=\frac{\frac{18}{29}g_A+10}{126} \quad\Rightarrow\quad 1{,}448\,g_A=0{,}621\,g_A+10 \;\Rightarrow\; g_A=\frac{10}{0{,}827}=12{,}1\ \text{g} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad g_{H2O}=\frac{18}{29}\cdot 12{,}1=7{,}51\ \text{g}$$

Con el valor obtenido de g_A volvemos a la ecuación de los gases cuando la temperatura es t

$$P_A\cdot 50.10^{-3}=\frac{12{,}1}{29}8{,}31\cdot(t+273) \quad\Rightarrow\quad P_A=69{,}3\cdot(t+273)\quad \text{Pa}$$

La presión del aire seco depende de la temperatura t , habrá una temperatura para la cual la presión del aire seco sea igual a la presión de vapor de agua saturado. Si representamos la presión de vapor del agua frente a la temperatura usando los valores de la tabla del enunciado obtenemos una curva y si representamos P_A(expresándola en kPa) frente a la temperatura obtenemos una recta, el punto de encuentro de la curva con la recta nos da la temperatura t. Esto es así ya que la presión del aire seco es igual a la presión del vapor saturado tal como se deduce el enunciado.



La recta inferior corta a la curva a en $t\approx 64^{\circ}\,C$

Para la temperatura t_f vamos a la ecuación de los gases

$$P_A^{'}\cdot 30.10^{-3}=\frac{12{,}1}{29}\cdot 8{,}31\cdot(t_f+273) \quad\Rightarrow\quad P_A^{'}=115{,}6\,(t_f+273)\ \text{Pa}$$

Representado $P_A^{'}$ en kPa frene a la temperatura obtenemos la recta superior de La gráfica , esta recta corta a la curva de presión e vapor en $t_f\approx 77^{\circ}\,C$

29.-** (663.-) **En un cuerpo de bomba provisto de un émbolo sin rozamiento hay encerrado inicialmente un volumen V_o=5 L de aire a la temperatura t= 25ºC, bajo la presión exterior P=71 cm de mercurio Tanto la temperatura como la presión exterior se mantienen constantes pero el aire se satura de humedad.
a) ¿Cuál es el nuevo volumen?
b)¿Cuál es la masa del aire encerrado?
c) ¿Cuál es su densidad?
Datos. Tensión del vapor de agua a 25ºC= 23,69 mm de Hg. Densidad del aire en condiciones normales 1,293 g/L
Propuesto en el libro Termología . E.Guillón Senespleda, M.López Rodrigo. Librería Internacional de Romo.Madrid

a) y b) Calculamos los gramos de aire que hay en el volumen de 5 L a la temperatura de 25ºC. La presión de este aire es 71 cm de mercurio, ya que la presión exterior es 71 cm de mercurio y hay equilibrio entre el aire encerrado y la presión exterior.
Aplicamos la ecuación de los gases perfectos

$$PV = nRT \quad \Rightarrow \quad \frac{71}{76}\cdot 5 = \frac{g}{M}0{,}082\cdot 298 \ \ (1)$$

La ecuación anterior tiene dos incógnitas g y la masa molar promedio del aire M. Hacemos uso de la información de la densidad del aire en condiciones normales (P = 1 atm , T = 273 K). Aplicamos de nuevo la ecuación de los gases ideales

$$P\cdot V = \frac{g}{M}RT \ \Rightarrow \ P = \frac{g}{V}\frac{RT}{M} = \rho\frac{RT}{M} \quad \Rightarrow$$

$$M = \frac{\rho RT}{P} = \frac{1{,}293\frac{g}{L}\cdot 0{,}082\frac{atm\cdot L}{mol\cdot K}\cdot 273\,K}{1\,atm} = 28{,}95\frac{g}{mol}$$

Despejando g de la ecuación (1)

$$g = \frac{\frac{71}{76}\cdot 5\cdot 28{,}95}{0{,}082\cdot 298} = 5{,}53\,g\,de\,aire$$

Al saturar el aire con vapor de agua, en el cuerpo de bomba existe aire más agua en estado de vapor, la presión sigue siendo la misma 71 cm de Hg y la temperatura sigue igual a 25ºC.. El vapor de agua ejerce una presión parcial de 2,369 cm de Hg y el aire una presión parcial P_{aire}. La suma de estas dos presiones vale 71 cm de mercurio

$$P_{aire} + 2{,}369 = 71 \ \Rightarrow \quad P_{aire} = 71 - 2{,}369\,cmHg$$

Aplicamos la ley de Dalton de las presiones parciales

$$\left(\frac{71-2,369}{76}\right)V=\frac{5,53}{28,95}0,082\cdot 298 \quad \Rightarrow \quad V=\frac{5,53\cdot 0,082\cdot 298\cdot 76}{(71-2,369)\cdot 28,95}=5,17\,L$$

$$\frac{2,369}{76}\cdot 5,71=\frac{g_{agua}}{18}\cdot 0,082'298 \Rightarrow g_{agua}=\frac{2,369\cdot 5,71\cdot 18}{76\cdot 0,082\cdot 298}=0,13\,g$$

a) Densidad del aire inicialmente $\rho=\frac{m}{V}=\frac{5,53}{5}=1,106\,\frac{g}{L}$

Densidad del aire saturado $\frac{5,53+0,13}{5,17}=1,095\,\frac{g}{L}$

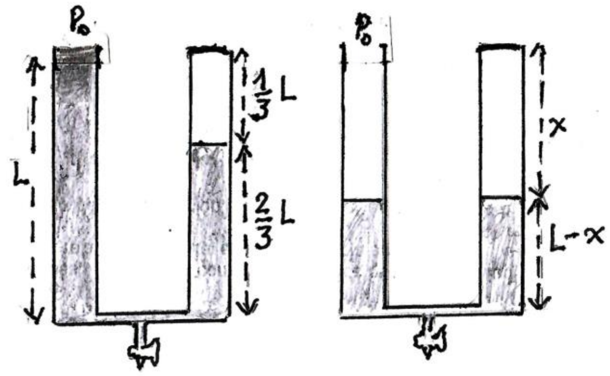
30*.-(666).*Un dispositivo está formado por dos tubos verticales de sección S y altura L, unidos por un tubo horizontal de sección S_H<< S, con una llave de paso. El tubo vertical de la izquierda está abierto y el de la derecha cerrado. Se añade un líquido de densidad ρ por el tubo izquierdo hasta llenarlo hasta el borde superior. En el tubo de la derecha queda atrapada una masa de aire de altura L/3.

Abriendo la llave de paso se saca una cierta cantidad de líquido de modo que los niveles en los tubos verticales quedan a la misma altura. La presión atmosférica es P_o. Se desprecia la presión de vapor del líquido. La temperatura es la misma en los dos estados. El aire se considera como gas perfecto

a) Determinar la relación entre la masa evacuada y la masa inicial de líquido.

b) Para que este problema sea real L está comprendido entre dos valores, determinar cuáles son estos L

a) En la figura inferior están representadas la situación inicial y final, esto es, cuando se ha evacuado una cierta cantidad de líquido



Designamos a la presión del gas en la situación inicial por P_G . La presión P_G se ejerce sobre la superficie del líquido en el tubo de la izquierda y esa misma presión se ejerce a la misma altura en el tubo de la derecha

$$P_G = P_o + \rho g \frac{L}{3}$$

La presión del gas en la situación final la llamamos P'. La relación entre los dos estados es:

$$P_G \cdot S \frac{1}{3} L = P' S x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{P_G L}{3P'} = \frac{\left(P_o + \frac{\rho g L}{3}\right) L}{3P'}$$

La presión del gas en el estado final es igual a la presión atmosférica

$$x = \frac{\left(P_o + \frac{\rho g L}{3}\right)L}{3\,P_o} = \left(1 + \frac{\rho g L}{3P_o}\right)\frac{L}{3}$$

Calculamos el volumen de líquido evacuado
Tubo de la izquierda

Volumen inicial menos volumen final $SL - S(L - x)$

Tubo de la derecha

Volumen inicial menos volumen final $S\frac{2}{3}L - S(L - x)$

Volumen evacuado

$$V_E = Sx + Sx - S\frac{1}{3}L = S\left(2x - \frac{1}{3}L\right) \Rightarrow V_E = S\left[2\left(1 + \frac{\rho g L}{3P_o}\right)\frac{L}{3} - \frac{L}{3}\right]$$

Masa evacuada

$$M_E = V_E\,\rho = S\rho\frac{L}{3}\left[2 + \frac{2\rho g L}{3P_o} - 1\right] = S\rho\frac{L}{3}\left(1 + \frac{2\rho g L}{3P_o}\right)$$

Masa inicial del líquido

$$M_I = V_I\,\rho = \left(SL + S\frac{2}{3}L\right)\rho = S\rho L\frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{M_E}{M_I} = \frac{\frac{S\rho L}{3}\left(1 + \frac{2\rho g L}{3P_o}\right)}{S\rho L\frac{5}{3}} = \frac{1 + \frac{2\rho g L}{3P_o}}{5}$$

c) Despejamos L de la ecuación anterior

$$5\frac{M_E}{M_I} - 1 = \frac{2\rho g L}{3P_o} \Rightarrow L = \frac{\left(5\frac{M_E}{M_I} - 1\right)3P_0}{2\rho g}$$

Una condición necesaria pero no suficiente es que M_E sea menor que M_I La segunda condición es que el término entre paréntesis no puede ser negativo..

M_E/M_I tiene que ser mayor que 0,2, pues el valor de L para que haya tubo real ha de sr mayor que cero, pero ese cociente ha de ser menor que 1 y sustituyendo los valores numéricos

$$L < \frac{(5-1)\cdot 3\cdot 101325}{2\cdot 1000\cdot 9{,}8} \Rightarrow L < 62\,\mathrm{m}$$