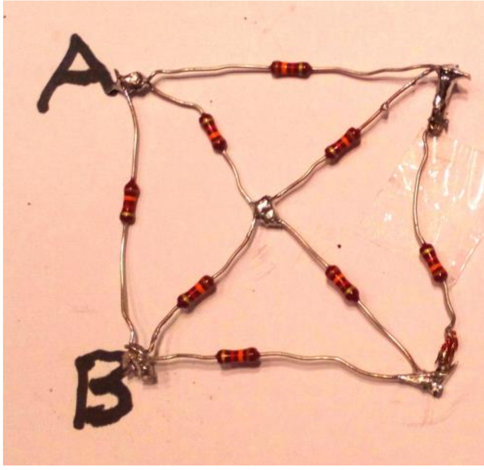
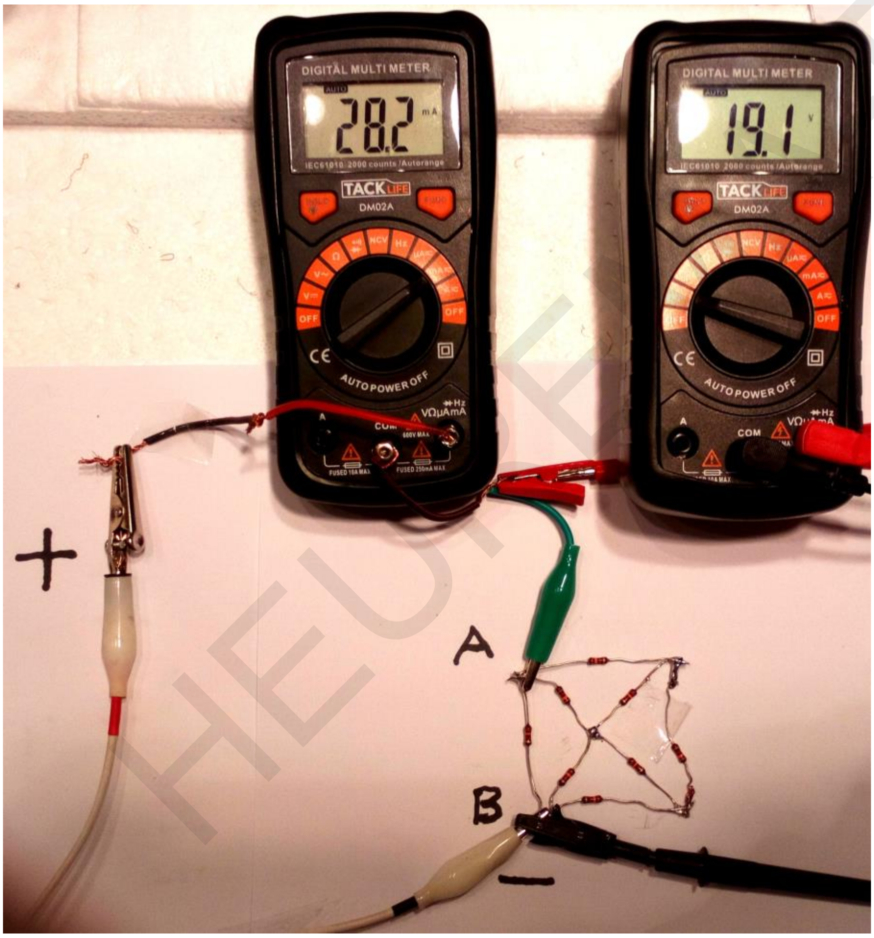
PROBLEMAS CON IMAGEN. ELECTRICIDAD

DISPOSICIÓN SIMÉTRICA DE RESISTENCIAS***



Fotografía1



Fotografía 2

La fotografía 1 representa un conjunto de ocho resistencias iguales dispuestas de forma simétrica. Las letras A y B indican los extremos de la resistencia situada a la izquierda La fotografía 2 es del mismo circuito al que se le han acoplado los extremos de una fuente de corriente continua y están indicados por los signos más y menos. La fuente no aparece en la fotografía. También en el circuito se ha colocado un amperímetro en la escala de los miliamperios y un voltímetro en la escala de voltios.

1) Con la información proporcionada en las fotografías calcule el valor de cada resistencia del circuito.
2) Calcule la potencia consumida por cada una de las resistencias del circuito.

SOLUCIÓN

1) Como el circuito es simétrico los lugares trazados por la línea de simetría P,O,S. señalada en la figura 1 se encuentran al mismo potencial

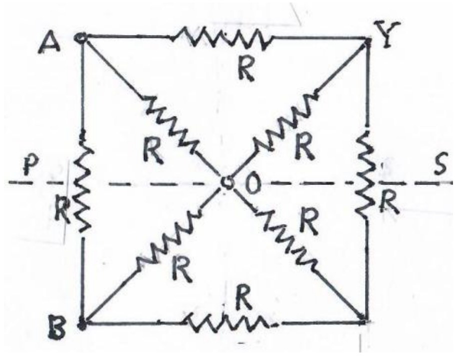


Fig.1

Calculamos la resistencia equivalente a la parte superior de la línea P,O,S . Hacemos un esquema en que unimos los tres puntos de igual potencial y partimos desde A a cualquiera de esos puntos señalando las resistencias que se encuentran en el camino. El resultado es la figura 2

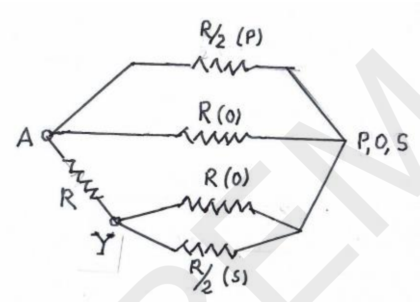


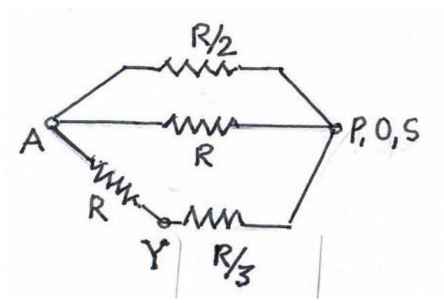
Fig .2

Al lado de cada resistencia y entre paréntesis se ha colocado la letra de llegada.

La rama inferior del circuito lleva una resistencia R y R/2 en paralelo , la sustituimos por una única resistencia de valor

$$R_E = \frac{R \cdot \frac{R}{2}}{R + \frac{R}{2}} = \frac{R}{3}$$

El circuito resultante equivalente al anterior es



Como R y R/3 de la parte inferior están en serie las dos equivalen a una resistencia

$$R_{EE} = R + \frac{R}{3} = \frac{4R}{3}$$

Ahora tenemos tres ramas en paralelo con resistencia R/2, R y R_{EE} que podemos sustituir por una única resistencia

$$\frac{1}{R_1}=\frac{1}{\frac{R}{2}}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R_{EE}}=\frac{2}{R}+\frac{1}{R}+\frac{3}{4R}=\frac{8+4+3}{4R}\ \Rightarrow\ R_1=\frac{4R}{15}$$

La mitad del circuito de la parte inferior de la línea P,O,S tiene la misma resistencia R_1 , y como las dos partes se encuentran en serie la resistencia final de todo el sistema es:

$$R_F=\frac{4R}{15}+\frac{4R}{15}=\frac{8R}{15}$$

A partir de las lecturas de los aparatos de medida de la fotografía 2

$$R_F=\frac{V}{I}=\frac{19{,}1}{28{,}2.10^{-3}}=\frac{8R}{15}\ \Rightarrow\ R=\frac{19{,}1\cdot 15}{8\cdot 28{,}2.10^{-3}}=1270\ \Omega$$

2) Para calcular la potencia consumida por cada resistencia se calcula primero la intensidad que circula por cada una. El circuito tiene cuatro mallas (ver la figura 3) y a cada una le asignamos una intensidad y aplicamos una de las leyes de Kirchhoff

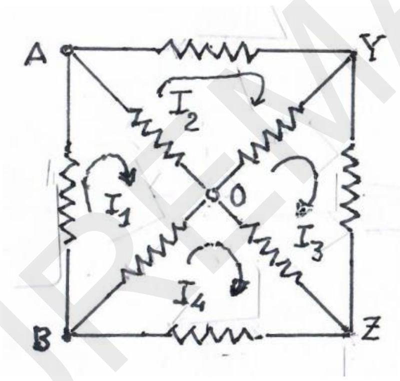


Fig.3

De la fotografía se observa que la diferencia de potencial entre los bornes A y B es 19,1 V, por tanto , el valor de la intensidad I_1 es

$$I_1=\frac{V}{R}=\frac{19{,}1}{1270}=0{,}0150\,A=15{,}0\,mA$$

Malla 2 $\quad I_2R+(I_2-I_3)R+(I_2-I_1)R+=0\Rightarrow 3I_2-I_1-I_3=0\Rightarrow \quad 3I_2-I_3=15{,}0 \quad (1)$

Malla 3 $\quad (I_3-I_2)R+I_3R+(I_3-I_4)R=0\Rightarrow \quad 3I_3-I_2-I_4=0 \quad (2)$

Malla 4 $\quad (I_4-I_3)R+I_4R+(I_4-I_1)R=0\Rightarrow 3I_4-I_3-I_1=0\Rightarrow \quad 3I_4-I_3=15{,}0 \quad (3)$

De las ecuaciones (1) y (3) se deduce que $I_2=I_4$, sustituyendo en (2) $3I_3-2I_2=0 \quad (4)$

De las ecuaciones (1) y (4)

$$3I_2-I_3=15{,}0\ \Rightarrow\ 9I_2-3I_3=45{,}0$$
$$-2I_2+3I_3=0\ \Rightarrow\ -2I_2+3I_3=0$$

Sumando las ecuaciones anteriores

$$7I_2=45{,}0\ \Rightarrow\ I_2=6{,}43\,mA\ \ ;\ \ I_3=\frac{2I_2}{3}=\frac{2\cdot 6{,}43}{3}=4{,}28\,mA$$

Calculamos la potencia consumida encada resistencia

$$P_{R(AY)} = I_2^2 \cdot R = \left(6{,}43.10^{-3}\right)^2 \cdot 1270 = 0{,}0525 W = 52{,}5\, mW$$

$$P_{R(YZ)} = I_3^2 \cdot R = \left(4{,}28.10^{-3}\right)^2 \cdot 1270 = 0{,}0233 W = 23{,}3\ mW$$

$$P_{R(ZB)} = I_4^2 \cdot R = \left(6{,}43.10^{-3}\right)^2 \cdot 1270 = 0{,}0525 W = 52{,}5\ mW$$

$$P_{R(BA)} = I_1^2 \cdot R = \left(15{,}0.10^{-3}\right)^2 \cdot 1270 = 0{,}286 W = 286\ mW$$

$$P_{R(AO)} = \left(I_2 - I_1\right)^2 R = \left[\left(6{,}43 - 15{,}0\right) \cdot 10^{-3}\right]^2 \cdot 1270 = 0{,}0933 W = 93{,}3\ mW$$

$$P_{R(YO)} = \left(I_3 - I_2\right)^2 R = \left[\left(4{,}28 - 6{,}43\right) \cdot 10^{-3}\right]^2 \cdot 1270 = 5{,}87.10^{-3} W = 5{,}87\ mW$$

$$P_{R(ZO)} = \left(I_3 - I_4\right)^2 R = \left[\left(4{,}28 - 6{,}43\right) \cdot 10^{-3}\right]^2 \cdot 1270 = 5{,}87.10^{-3} W = 5{,}87\ mW$$

$$P_{R(BO)} = \left(I_4 - I_1\right)^2 R = \left[\left(6{,}43 - 15{,}0\right) \cdot 10^{-3}\right]^2 \cdot 1270 = 0{,}0933 W = 93{,}3\ mW$$