

Problema visual de física***

Circuito con una resistencia y dos condensadores



Fotografía 1

La fotografía 1 representa un circuito eléctrico formado por un transformador de baja T, unido a una red eléctrica de frecuencia $f = 50 \text{ Hz}$, una resistencia R, dos condensadores C_1 y C_2 , dos voltímetros (escala en voltios) y un amperímetro (escala en microamperios).

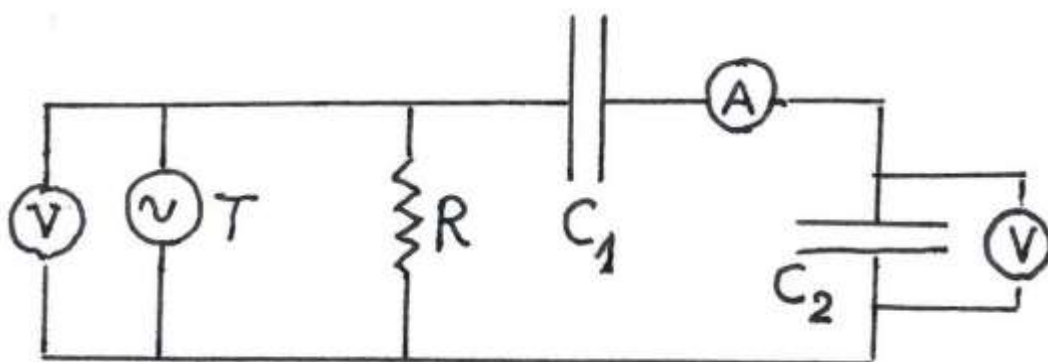


Fig.1

La figura 1 representa el esquema de la fotografía 1 del circuito real



Fotografía 2

La fotografía 2 representa el mismo circuito que el de la figura 1, con la sola diferencia de la colocación del amperímetro. Las escalas de funcionamiento de los aparatos son iguales que en la fotografía 1.

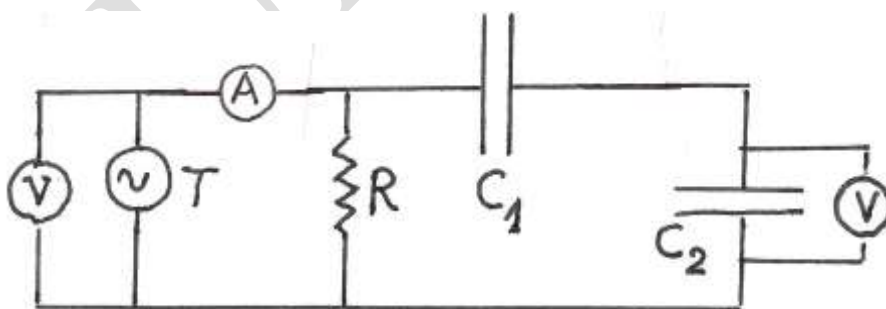


Fig.2

La figura 2 representa el esquema de la fotografía 2 del circuito real

Con la información que proporcionan ambas fotografías

- 1) Calcular los valores de C_1 , C_2 y R
- 2) Designamos en la fotografía 2, con I_R la intensidad de corriente que pasa por la resistencia, y por I_C la que circula por los condensadores. Determinar ambas intensidades y comprobar

qué relación existe entre ambas y la intensidad que indica el amperímetro en la citada fotografía.

3) Determinar la potencia consumida por la resistencia R

SOLUCIÓN

1) Los dos condensadores están en serie y por los dos circula la misma intensidad de corriente. 1335 μA . El voltímetro, que marca en la fotografía 1, 9,07 V, está entre los bornes del condensador 2

$$X_{C_2} = \frac{V_2}{I} = \frac{1}{C_2 \cdot 2\pi f} \Rightarrow C_2 = \frac{I}{2\pi f V_2} = \frac{1335 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 9,07} = 4,69 \cdot 10^{-7} \text{ F} = 0,469 \mu\text{F}$$

La diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia R es la misma que entre los dos condensadores, la cual está indicada por el voltímetro que marca 13,54 V. Al estar en serie ambos condensadores la diferencia de potencial en el condensador 1 es: $V_1 = 13,54 - 9,07 = 4,47 \text{ V}$

$$X_{C_1} = \frac{V_1}{I} = \frac{1}{C_1 \cdot 2\pi f} \Rightarrow C_1 = \frac{I}{2\pi f V_1} = \frac{1335 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 4,47} = 9,51 \cdot 10^{-7} \text{ F} = 0,951 \mu\text{F}$$

En la fotografía 2 el amperímetro, que indica 1643 μA , mide la corriente que circula por el transformador el cual da una lectura de 13,45 V. Los dos condensadores están en serie y su conjunto en paralelo con la resistencia R.

Calculamos la resistencia equivalente a los dos condensadores

$$C_E = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{0,951 \cdot 0,469}{0,951 + 0,469} = 0,314 \mu\text{F}$$

La impedancia del circuito formado por C_E y R que están en paralelo

$$\frac{1}{X} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{C_E \omega}\right)^2} \Rightarrow \frac{1}{X^2} = \frac{1}{R^2} + C_E^2 \omega^2 = \frac{1 + C_E^2 R^2 \omega^2}{R^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R^2 = X^2 + X^2 C_E^2 R^2 \omega^2 \Rightarrow R^2 (1 - X^2 C_E^2 \omega^2) = X^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{X^2}{1 - (X^2 C_E^2 \omega^2)}} \quad (1)$$

Sustituimos los valores numéricos en la ecuación (1)

$$R = \sqrt{\frac{\left(\frac{13,45}{1643 \cdot 10^{-6}}\right)^2}{1 - \left(\frac{13,45}{1643 \cdot 10^{-6}}\right)^2 (0,314 \cdot 10^{-6})^2 (2\pi 50)^2}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{13,45}{1643 \cdot 10^{-6}}\right)^2}{0,3479}} = 13,9 \cdot 10^3 \Omega$$

2) La diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia R en la fotografía 2 es 13,45 V

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{13,45}{13,9 \cdot 10^3} = 9,68 \cdot 10^{-4} \text{ A} = 968 \mu\text{A}$$

La diferencia de potencial entre los extremos de los condensadores en la fotografía 2 es 13,45 V

$$I_C = \frac{V_R}{X_E} = \frac{V_R}{\frac{1}{C_E \omega}} = 13,45 \cdot 0,314 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi 50 = 1,327 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 1327 \mu\text{A}$$

Suma lineal de intensidades $968 + 1327 = 2295 \mu\text{A} > 1643 \mu\text{A}$

Suma cuadrática de las intensidades $\sqrt{968^2 + 1327^2} = 1643 = I$

Esto indica que las intensidades en la rama de la resistencia y en la de los condensadores están desfasadas 90°

$$3) \quad P = \frac{V_R^2}{R} = \frac{13,45^2}{13,9 \cdot 10^3} = 0,013 \text{ W} = 13 \text{ mW}$$