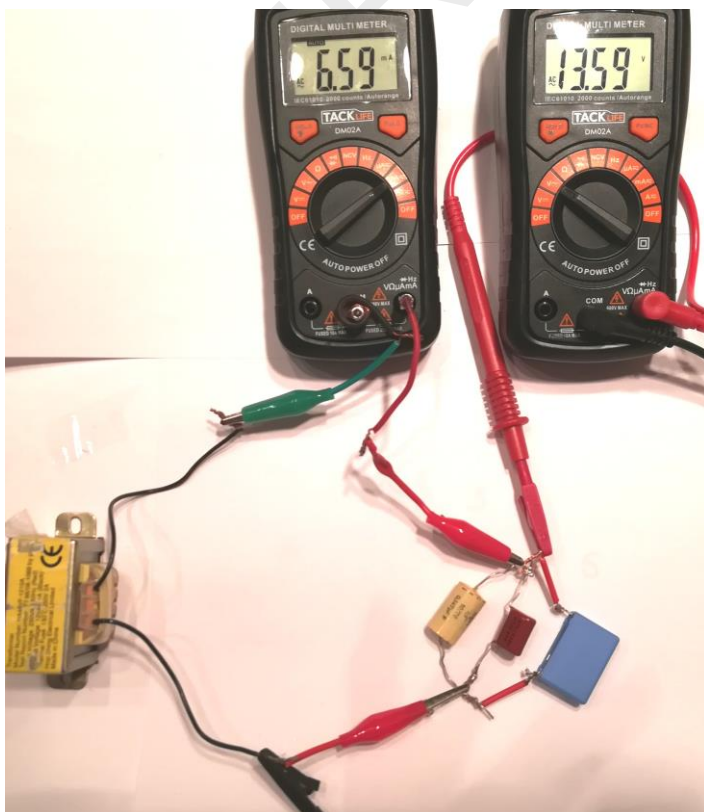


PROBLEMAS CON IMAGEN. ELECTRICIDAD

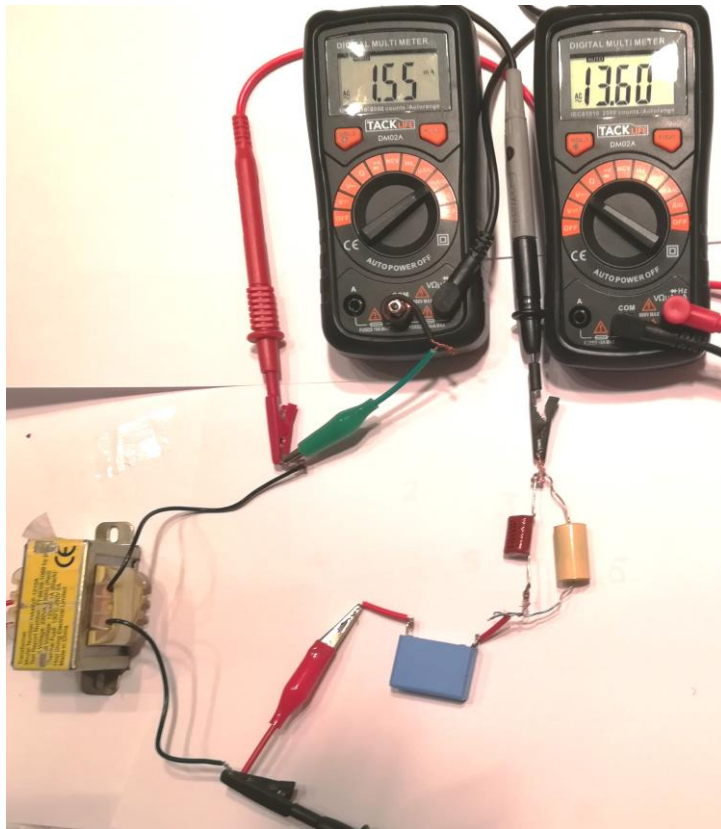
TRES CONDENSADORES DISTINTOS\*\*\*



Fotografía 1



Fotografía 2



Fotografía 3

En las tres fotografías aparecen tres condensadores de capacidades diferentes, designados con  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ . Los condensadores están unidos a un transformador de baja (frecuencia 50 Hz) y a un voltímetro (escala en voltios) y a un amperímetro (escala miliamperios). La diferencia entre las fotos es la asociación de los condensadores, lo que da lugar a diferentes lecturas en los aparatos de medida. El condensador  $C_3$  tiene una capacidad nominal de  $1 \mu\text{F}$  y la capacidad del condensador 2 es mayor que la del 1. Con la información que proporcionan las tres fotografías determinar las capacidades de los condensadores.

## SOLUCION

En la fotografía 1, los condensadores están asociados en serie

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_{E1}}$$

Calculamos la capacidad del condensador equivalente a partir de las lecturas de los aparatos

$$X_{E1} = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{1}{C_{E1} \cdot 2\pi f} = \frac{V}{I} \Rightarrow C_{E1} = \frac{I}{V \cdot 2\pi f} = \frac{0,39 \cdot 10^{-3}}{13,41 \cdot 100\pi} = 9,258 \cdot 10^{-8} \text{ F} = 0,0926 \mu\text{F}$$

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{0,0926} = 10,799 \quad (1)$$

En la fotografía 2, los condensadores están asociados en paralelo

$$C_1 + C_2 + C_3 = C_{E2}$$

$$X_{E2} = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{1}{C_{E2} \cdot 2\pi f} = \frac{V}{I} \Rightarrow C_{E2} = \frac{I}{V \cdot 2\pi f} = \frac{6,59 \cdot 10^{-3}}{13,59 \cdot 100\pi} = 1,544 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 1,544 \mu\text{F}$$

$$C_1 + C_2 + C_3 = 1,544 \quad (2)$$

En la fotografía 3, los condensadores  $C_1$  y  $C_2$  están en paralelo y el equivalente a ellos en serie con  $C_3$

$$\frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_{E3}}$$

$$X_{E3} = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{1}{C_{E3} \cdot 2\pi f} = \frac{V}{I} \Rightarrow C_{E3} = \frac{I}{V \cdot 2\pi f} = \frac{1,55 \cdot 10^{-3}}{13,60 \cdot 100\pi} = 3,628 \cdot 10^{-7} \text{ F} = 0,363 \mu\text{F}$$

$$\frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{0,363} = 2,755 \quad (3)$$

Resolvemos el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas

De la ecuación (2)  $C_1 + C_2 = 1,544 - C_3$ , sustituimos en la ecuación (3)

$$\frac{1}{1,544 - C_3} + \frac{1}{C_3} = 2,755 \Rightarrow \frac{C_3 + 1,544 - C_3}{(1,544 - C_3)C_3} = 2,755 \Leftrightarrow \frac{1,544}{2,755} = 1,544C_3 - C_3^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_3^2 - 1,544C_3 + 0,556 = 0 \Rightarrow C_3 = \frac{1,544 \pm \sqrt{1,544^2 - 4 \cdot 0,556}}{2} = 0,972 \mu\text{F} \text{ y } 0,572 \mu\text{F}$$

Elegimos como valor de  $C_3 = 0,972 \mu\text{F}$ , porque dado los errores con que se fabrican los condensadores suelen ser alrededor de un 5 % el valor elegido está en el intervalo de la medida del fabricante  $C_3 = 1,00 \pm 5\% = 1,00 \pm 0,05 \mu\text{F}$

De (2)  $C_1 + C_2 = 1,544 - 0,972 = 0,572 \mu\text{F} \Rightarrow C_1 = 0,572 - C_2$ , sustituyendo en (1)

$$\frac{1}{0,572 - C_2} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{0,972} = 10,799 \Rightarrow \frac{C_2 + 0,572 - C_2}{(0,572 - C_2)C_2} = 9,778 \Rightarrow 0,0585 = 0,572C_2 - C_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_2^2 - 0,572C_2 + 0,0585 = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{0,572 \pm \sqrt{0,572^2 - 4 \cdot 0,0585}}{2} = \frac{0,572 \pm 0,305}{2} = 0,439 \mu\text{F}$$

y  $0,134 \mu\text{F}$

$$C_1 = 0,572 - 0,439 = 0,133 \mu\text{F} \quad ; \quad C_1 = 0,572 - 0,134 = 0,438 \mu\text{F}$$

Como  $C_2 > C_1$  se deduce que  $C_2 = 0,439 \mu\text{F}$  y  $C_1 = 0,133 \mu\text{F}$

HEUREMA-FQ