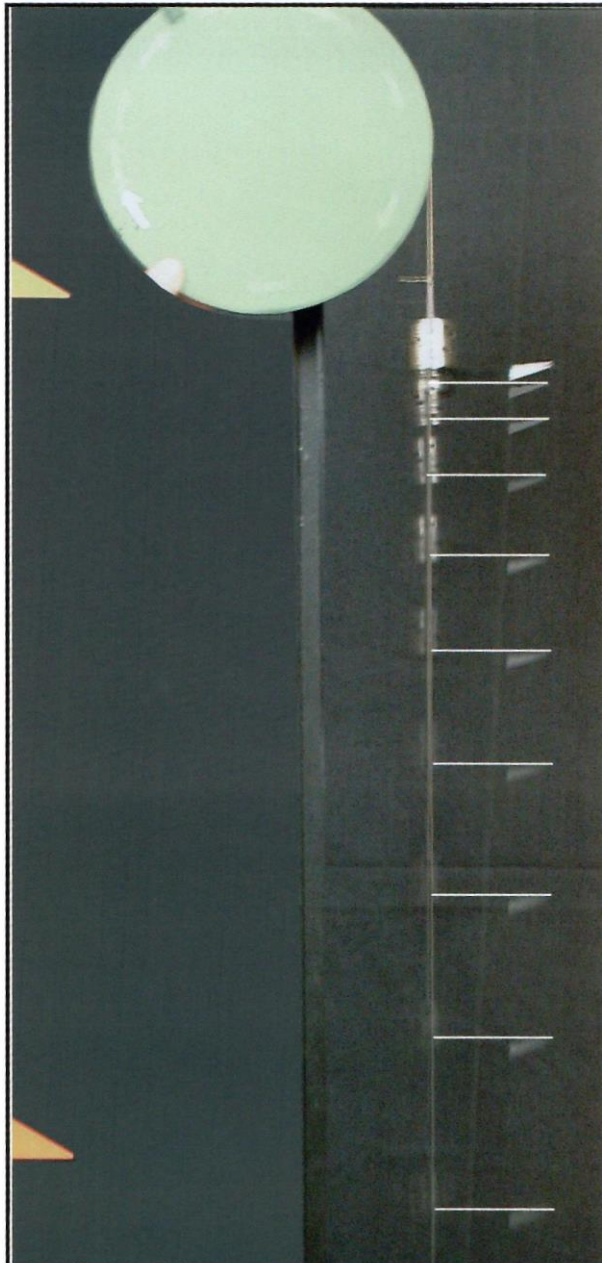


PROBEMAS CON IMAGEN

MOMENTO DE INERCIA***



Fotografía 1



Fotografía 2

La fotografía 1 de la izquierda representa un disco que lleva enrollada en su periferia una cuerda de cuyo extremo libre pende un portapesas con una serie de pesas, La fotografía 1 de la derecha es el disco visto de perfil donde se ve la cuerda y el portapesas. El sistema está en reposo ya que el disco está sujeto.

La fotografía 2 es estroboscópica y en ella se ha dejado al sistema en libertad. Se observa un descenso acelerado de las pesas al mismo tiempo que el disco gira. Sobre ella se han marcado una serie de rayas horizontales que son las posiciones de las pesas en el transcurso del tiempo.

El intervalo de tiempo entre dos posiciones sucesivas es 0,039 segundos. A la izquierda de la fotografía 2 aparecen dos indicadores cuya distancia real es 0,50 metros. El radio del disco es $R = 10,0$ cm y la masa del portapesas con sus pesas, $m = 144,7$ g.

- 1) Determine el factor de escala en la fotografía o en la fotocopia. El factor de escala es la relación entre la distancia real y la medida en la fotografía.
- 2) La primera raya horizontal es la posición cero y el origen de tiempos. Haga una tabla de posiciones reales frente al tiempo.
- 3) A partir de los datos anteriores mediante una hoja de cálculo represente en el eje de abscisas el tiempo y en el de ordenadas las posiciones. Determine la velocidad inicial y la aceleración de las pesas, Si no dispone de hoja de cálculo no realice este apartado y pase al siguiente.
- 4) Haga una tabla de tiempos frente al cociente posiciones divididos por tiempos. Con los datos de esa tabla represente el tiempo en el eje de abscisas y el cociente posiciones/tiempos en ordenadas. (desprecie los dos primeros valores de la tabla y haga la representación con los seis restantes) De la gráfica obtenida determine la velocidad inicial de las pesas y su aceleración
- 5) Calcule el momento de inercia del disco.
- 6) Escriba la ecuación de la velocidad frente al tiempo
- 7) Si la cuerda no resbala sobre el disco determine el valor numérico de la aceleración angular del disco.
- 8) Calcule el número de vueltas que ha dado el disco desde la posición inicial hasta que las pesas pasen por la posición más baja de la fotografía 2
- 9) Calcule la energía cinética de rotación del disco en la posición de tiempo mayor, esto es, cuando las pesas están más abajo.
- 10) Calcule la energía mecánica del sistema en la posición inicial y cuando las pesas pasen por la posición mas baja. Considere como energía potencial nula esta última posición. Compare los resultados y haga un comentario.

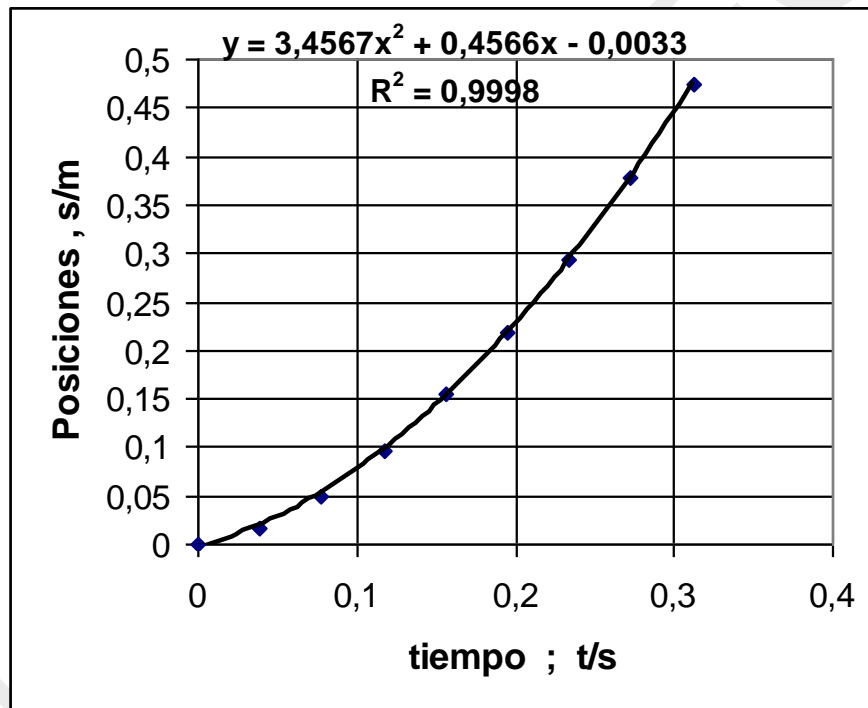
SOLUCIÓN

1) $f = \frac{0,50 \text{ m reales}}{11,9 \text{ cm en fotografía}} = 0,042 \frac{\text{m}}{\text{cm}}$. Este factor depende del tamaño de la fotografía o de la fotocopia

2)

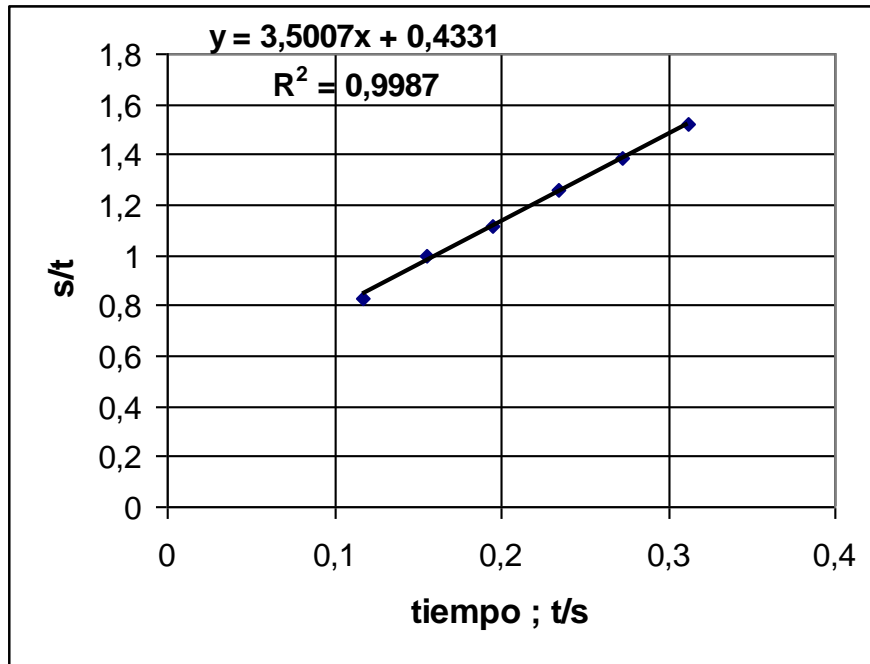
Tiempo/s	0	0,039	0,078	0,117	0,156	0,195	0,234	0,273	0,312
Posición foto/cm	0	0,4	1,2	2,3	3,7	5,2	7,0	9,0	11,3
Posición real / m	0	0,017	0,050	0,097	0,155	0,218	0,294	0,378	0,475

3) La ecuación del movimiento es $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$. Al representar s frente a t los valores numéricos se ajustan con una parábola



$$a = 3,4567 \cdot 2 = 7,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad ; \quad v_0 = 0,4566 = 0,46 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

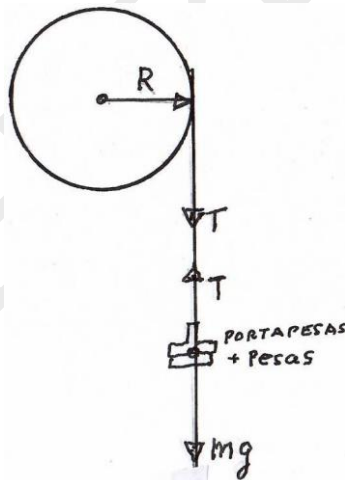
4) $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \frac{s}{t} = v_0 + \frac{1}{2} a t$ Al representar s/t frente a t los puntos experimentales se ajustan por una línea recta.



$$a = 3,5007 \cdot 2 = 7,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} ; \quad v_0 = 0,4331 = 0,43 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5) Sobre el portapesas con sus pesas actúa la tensión de la cuerda en dirección vertical y hacia arriba que designamos con T. La reacción a esta tensión es una fuerza igual en modulo pero de sentido contrario la cual crea un momento que hace girar al disco.

Aplicamos los principios de la Dinámica



$$mg - T = ma \quad (1) ; \quad TR = I\alpha \quad (2) ; \quad a = \alpha R \quad (3)$$

De las ecuaciones (3) y (2) $TR = I \frac{a}{R} \Rightarrow I = \frac{TR^2}{a} \quad (4)$

Despejando T de (1) y sustituyendo en (4)

$$I = \frac{m(g-a)R^2}{a} = \frac{144,7 \cdot 10^{-3} (9,8-7,0) (10 \cdot 10^{-2})^2}{7,0} = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

6) La ecuación del movimiento de las pesas es

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow v = \frac{ds}{dt} = v_0 + at ; v_0 = 0,46 \frac{\text{m}}{\text{s}} ; a = 7,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = 0,46 + 7,0 t$$

$$7) a = \alpha R \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R} = \frac{7,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 70 \text{ s}^{-2}$$

8) La ecuación del disco es

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 ; v_0 = \omega_0 R \Rightarrow \varphi = \frac{v_0}{R} t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{0,46}{10 \cdot 10^{-2}} \cdot 0,312 + \frac{1}{2} 70 \cdot 0,312^2 = 4,84 \text{ rad} = 4,84 \text{ rad} \cdot \frac{\text{vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 0,77 \text{ vueltas}$$

$$9) v = 0,46 + 7,0 \cdot 0,312 = 2,64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_{\text{CR}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} I \left(\frac{v}{R} \right)^2 = \frac{1}{2} 5,8 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2,64}{10 \cdot 10^{-2}} \right)^2 = 0,202 \text{ J}$$

10) En la posición inicial el sistema tiene energía potencial, energía cinética de traslación y energía cinética de rotación

$$E_{\text{MI}} = mgh + \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = 144,7 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 0,475 + \frac{1}{2} 144,7 \cdot 10^{-3} \cdot 0,46^2 + \frac{1}{2} 5,8 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{0,46}{10 \cdot 10^{-2}} \right)^2 \Rightarrow$$

$$E_{\text{MI}} = 0,674 + 0,015 + 0,061 = 0,75 \text{ J}$$

En la posición más baja el sistema tiene energía cinética de traslación y energía cinética de rotación

$$E_{\text{MF}} = \frac{1}{2} m v^2 + E_{\text{CR}} = \frac{1}{2} 144,7 \cdot 10^{-3} \cdot 2,64^2 + 0,202 = 0,504 + 0,202 = 0,71 \text{ J}$$

Teóricamente las dos energías deberían ser iguales, pero hay un factor que es el rozamiento y que da lugar a una energía que se disipa principalmente en forma de calor.