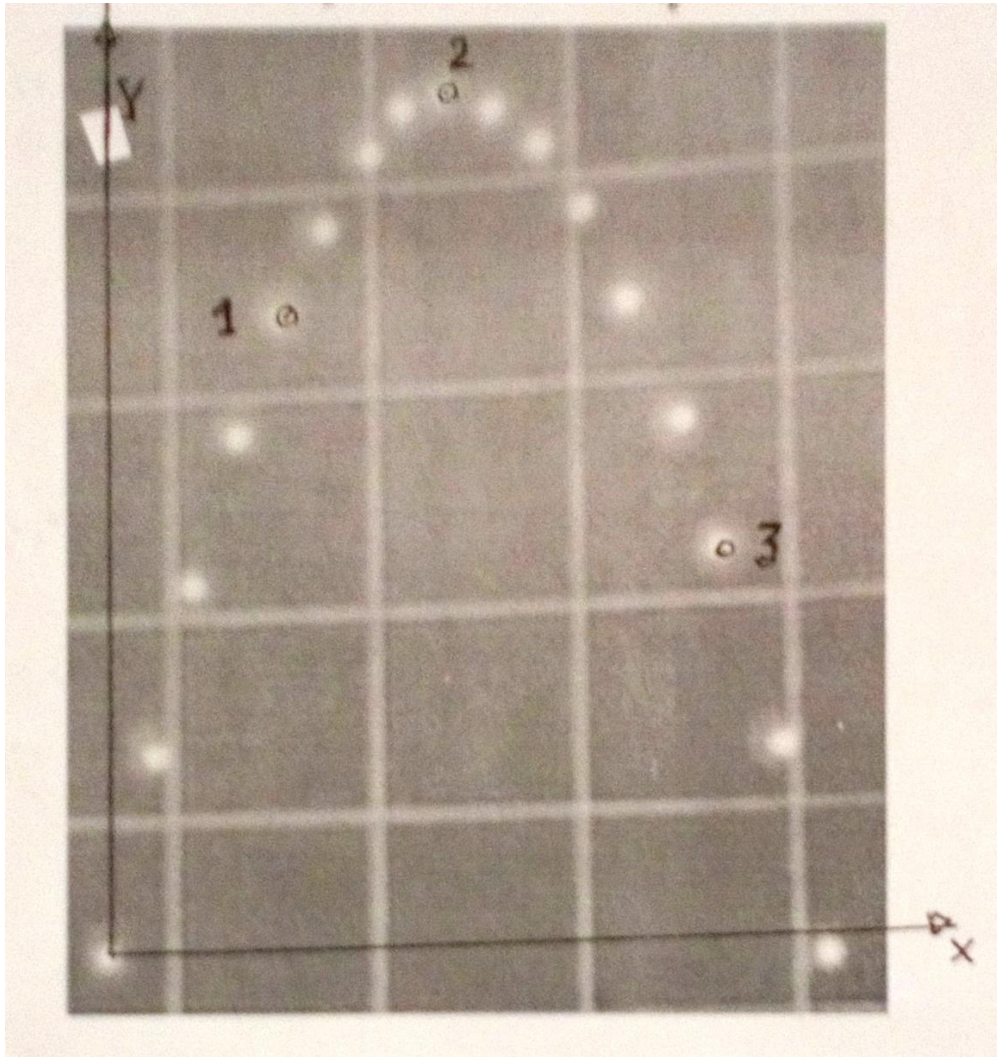


PROBLEMAS CON IMAGEN. MECÁNICA

MOVIMIENTO ASCENDENTE Y DESCENDENTE***



La fotografía estroboscópica corresponde a una pelota lanzada verticalmente hacia arriba en el campo gravitatorio terrestre. El lado de cada uno de los cuadrados tiene una longitud real de 10 cm y el tiempo entre dos posiciones consecutivas de la pelota es $\frac{0,111}{3}$ segundos. El origen de tiempos $t=0$ se considera en el origen de coordenadas.

- Determine el factor de escala en la pantalla o en la fotocopia, este factor depende del tamaño de la fotocopia o de la imagen en pantalla.
- Con el factor de escala determine las coordenadas de posiciones de la pelota en 1, 2 y 3.
- Calcule la velocidad inicial de la pelota y el ángulo que forma ese vector velocidad con el eje de abscisas.
- Calcule las componentes sobre los ejes de la velocidad para las posiciones 1, 2 y 3
- Determine los ángulos que forma el vector velocidad respecto al eje de abscisas para cada posición.
- La masa de la pelota es 24 gramos, calcule las energías potencial y cinética en cada una de las posiciones 1, 2 y 3.

SOLUCIÓN

a) *Determine el factor de escala*

Considerando que la longitud de tres cuadrados es 30 cm reales, medimos esa longitud en la fotografía

$$\text{Factor de escala} = \frac{30 \text{ cm reales}}{9,7 \text{ cm en fotografía}} = \frac{0,30 \text{ m reales}}{9,7 \text{ cm en fotografía}}$$

El factor de escala depende del tamaño de la fotocopia

b) *Con el factor de escala determine las coordenadas de posiciones de la pelota en 1, 2 y 3.*

Medimos en la misma fotografía las coordenadas de las tres posiciones de la pelota

Coordenadas posición 1 (2,8 ; 9,8) ; Coordenadas posición 2 (5,3 ; 13,1)

Coordenadas posición 3 (9,6 ; 6,0)

Las coordenadas reales son

$$\text{Posición 1, } \frac{0,30 \text{ m}}{9,7 \text{ cm}} = \frac{x_1}{2,8 \text{ cm}} \Rightarrow x_1 = 0,087 \text{ m} ; \frac{0,30 \text{ m}}{9,7 \text{ cm}} = \frac{y_1}{9,8 \text{ cm}} \Rightarrow y_1 = 0,303 \text{ m}$$

$$\text{Posición 2 } \frac{0,30 \text{ m}}{9,7 \text{ cm}} = \frac{x_2}{5,3 \text{ cm}} \Rightarrow x_2 = 0,164 \text{ m} ; \frac{0,30 \text{ m}}{9,7 \text{ cm}} = \frac{y_2}{13,1 \text{ cm}} \Rightarrow y_2 = 0,405 \text{ m}$$

$$\text{Posición 3 } \frac{0,30 \text{ m}}{9,7 \text{ cm}} = \frac{x_3}{9,6 \text{ cm}} \Rightarrow x_3 = 0,297 \text{ m} ; \frac{0,30 \text{ m}}{9,7 \text{ cm}} = \frac{y_3}{6,0 \text{ cm}} \Rightarrow y_3 = 0,186 \text{ m}$$

c) *Calcule la velocidad inicial de la pelota y el ángulo que forma ese vector velocidad con el eje de abscisas*

Las ecuaciones paramétricas del movimiento son:

$$\begin{aligned} x &= v_0 \cos \alpha t & v_x &= v_0 \cos \alpha \\ y &= v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 & v_y &= v_0 \sin \alpha - g t \end{aligned}$$

Vamos a aplicarlas al punto 2 porque la velocidad v_y es cero

$$x_2 = 0,164 = v_0 \cos \alpha \frac{0,111}{3} \cdot 8 \Rightarrow v_0 \cos \alpha = \frac{0,164 \cdot 3}{0,111 \cdot 8} = 0,554$$

$$v_2 = 0 = v_0 \sin \alpha - 9,8 \cdot \frac{0,111}{3} \cdot 8 \Rightarrow v_0 \sin \alpha = \frac{9,8 \cdot 0,111 \cdot 8}{3} = 2,90$$

Dividiendo la segunda ecuación por la primera

$$\frac{v_o \sin \alpha}{v_o \cos \alpha} = \tan \alpha = \frac{2,90}{0,554} = 5,235 \Rightarrow \alpha = 79^\circ$$

$$v_o \sin 79^\circ = 2,90 \Rightarrow v_o = \frac{2,90}{\sin 79} = 2,95 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Si se elige la posición 1 las ecuaciones son:

$$x_1 = 0,087 = v_o \cos \alpha \cdot \frac{0,111}{3} \cdot 4 \Rightarrow v_o \cos \alpha = \frac{0,087 \cdot 3}{0,111 \cdot 4} = 0,588$$

$$y_1 = 0,303 = v_o \sin \alpha \cdot \frac{0,111}{3} \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot \left(\frac{0,111}{3} \cdot 4 \right)^2 \Rightarrow 0,303 = v_o \sin \alpha \cdot 0,148 - 4,9 \cdot 0,148^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_o \sin \alpha = \frac{0,303 + 4,9 \cdot 0,148^2}{0,148} = 2,77 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2,77}{0,588} \Rightarrow \alpha = 78^\circ \Rightarrow v_o = \frac{2,77}{\sin 78^\circ} = 2,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La diferencia en la velocidad es un 4%, es de esperar que con las medidas se pueda cometer un error mayor, por tanto, son resultados aceptables diferencias de un 10% respecto a los valores aquí encontrados.

d) Calcule las componentes sobre los ejes de la velocidad para las posiciones 1, 2 y 3

Posición 1 $v_{x(1)} = v_o \cos \alpha = 2,90 \cdot \cos 79^\circ = 0,55 \frac{\text{m}}{\text{s}} ;$

$$v_{y(1)} = v_o \sin \alpha - gt = 2,90 \cdot \sin 79^\circ - 9,8 \cdot \frac{0,111}{3} \cdot 4 = 1,40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Posición 2 $v_{x(2)} = v_o \cos \alpha = 2,90 \cdot \cos 79^\circ = 0,55 \frac{\text{m}}{\text{s}} ;$

$$v_{y(2)} = 0$$

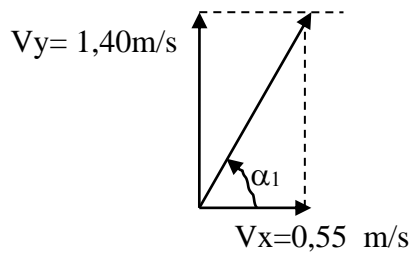
Posición 3 $v_{x(3)} = v_o \cos \alpha = 2,90 \cdot \cos 79^\circ = 0,55 \frac{\text{m}}{\text{s}} ;$

$$v_{y(3)} = v_o \sin \alpha - gt = 2,90 \cdot \sin 79^\circ - 9,8 \cdot \frac{0,111}{3} \cdot 14 = -2,23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La componente v_y de la velocidad en 3 es negativa porque la pelota está descendiendo

e) Determine los ángulos que forma el vector velocidad respecto al eje de abscisas para cada posición

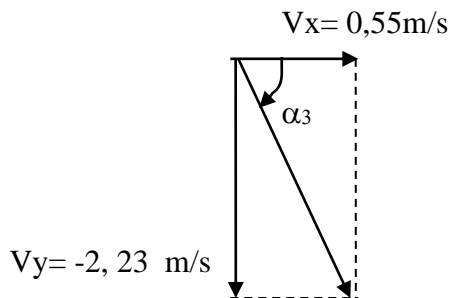
Posición 1



$$\operatorname{tag} \alpha_1 = \frac{1,40}{0,55} \Rightarrow \alpha_1 = 68,5^\circ$$

Posición 2 . solo hay componente v_x , el ángulo es cero

Posición 3



$$\operatorname{tag} \alpha_3 = \frac{-2,23}{0,55} \Rightarrow \alpha_1 = -76^\circ$$

f) La masa de la pelota es 24 gramos, calcule las energías potencial y cinética en cada una de las posiciones 1, 2 y 3.

$$v = \sqrt{0,55^2 + 1,40^2} = 1,50 \text{ m/s}; E_p = 0,024 \cdot 9,8 \cdot 0,303 = 0,0712 \text{ J}$$

f) Posición 1 $E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0,024 (0,55^2 + 1,40^2) = 0,0271 \text{ J};$

$$v = 0,55 \text{ m/s}; E_p = 0,024 \cdot 9,8 \cdot 0,405 = 0,0953 \text{ J}$$

Posición 2 $E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0,024 \cdot 0,55^2 = 0,003631 \text{ J}$

$$v = \sqrt{0,55^2 + (-2,23)^2} = 2,30 \text{ m/s}; E_p = 0,024 \cdot 9,8 \cdot 0,186 = 0,0437 \text{ J}$$

Posición 3 $E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0,024 (0,55^2 + (-2,23^2)) = 0,0634 \text{ J}$