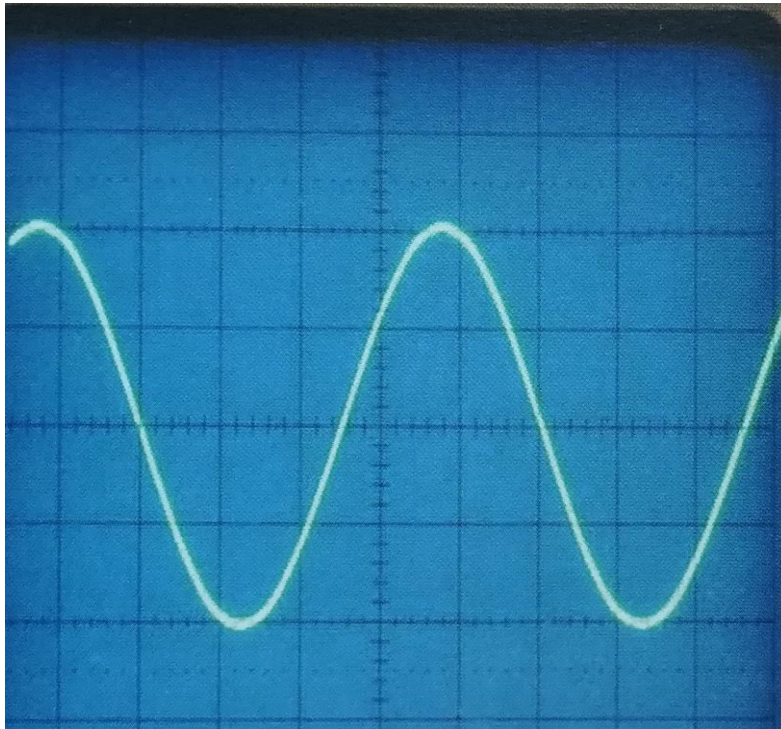


## PROBLEMAS CON IMAGEN. MECÁNICA

### ECUACIÓN DE UNA ONDA ARMÓNICA\*\*\*



Fotografía1

La fotografía 1, representa una onda armónica recogida en la pantalla de un osciloscopio. Los ejes cartesianos ocupan el centro de la imagen y se distinguen por estar cada lado dividido en cinco partes. El eje de abscisas es el tiempo siendo la longitud de cada cuadrado 5 milisegundos. El eje de ordenadas es el voltaje siendo la escala cada lado del cuadrado 5 voltios.

Una onda armónica se puede representar utilizando la función seno o la función coseno.

- Obtener la ecuación de la onda con la función seno
- Con la ecuación obtenida calcule el valor del voltaje cuando  $t = 10$  ms y cuando  $t = 20$  ms
- Obtener la ecuación de la onda empleando la función coseno
- Con la ecuación obtenida en c) calcule el valor del voltaje cuando  $t = 10$  ms y cuando  $t = 20$  ms

## SOLUCIÓN

a) La función seno es:  $V = V_{\text{máx}} \text{sen}(\omega t + \varphi_1)$  (1)

De la fotografía se deduce que la altura máxima de la onda son dos cuadrados, luego

$$V_{\text{máx}} = 2 \cdot 5 = 10V$$

Observamos que la distancia sobre el eje de ordenadas correspondiente a un periodo es cinco Cuadrados, por tanto

$$T = 5 \cdot 5 = 25 \text{ ms} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{25} = 0,08\pi \text{ s}^{-1}$$

Para determinar el ángulo de fase  $\varphi_1$ , observamos que la onda en el tiempo  $t=0$  corta al eje de ordenadas a una altura positiva de 1,1 cuadrado que equivale a  $V=1,1 \cdot 5 = +5,5 \text{ V}$ .

Sustituyendo en la ecuación (1)

$$5,5 = 10 \text{sen} \varphi_1 \quad \text{sen} \varphi_1 = \frac{5,5}{10} = 0,55 \Rightarrow \varphi_1 = 0,58 \text{ rad}$$

La ecuación que representa a la onda es  $V = 10 \text{sen}(0,08\pi t + 0,58)$

b)

$$V = 10 \text{sen}(0,08 \cdot \pi \cdot 10 + 0,58) = 10 \text{sen} 3,09 = 10 \cdot (0,05) = 0,5V$$

$$V = 10 \text{sen}(0,08 \cdot \pi \cdot 20 + 0,58) = 10 \text{sen} 5,61 = 10 \cdot (-0,63) = -6,3V$$

Estos valores de  $V$  coinciden con los de la fotografía 1

c) La ecuación con la función coseno es:  $V = V_{\text{máx}} \text{sen}(\omega t + \varphi_2) = 10 \text{sen}(0,08\pi t + \varphi_2)$  (2)

Para determinar el ángulo de fase  $\varphi_1$ , observamos que la onda en el tiempo  $t=0$  corta al eje de ordenadas a una altura positiva de 1,1 cuadrado que equivale a  $V=1,1 \cdot 5 = +5,5 \text{ V}$ ..Sustituyendo en la ecuación (2)

$$5,5 = 10 \text{cos} \varphi_2 \Rightarrow \text{cos} \varphi_2 = 0,55 \Rightarrow \varphi_2 = 0,99 \text{ rad} \quad (3)$$

La ecuación que representa a la onda es  $V = 10 \text{cos}(0,08\pi t + 0,99)$

d)

$$V = 10 \text{cos}(0,08 \cdot \pi \cdot 10 + 0,99) = 10 \text{cos} 3,50 = 10 \cdot (-0,94) = -9,4V$$

¿Por qué esta ecuación da un valor del voltaje que no coincide con la fotografía 1?

La razón de ello se encuentra en la ecuación (3) es que el  $\text{cos} \varphi_2$  tiene dos soluciones, una la anterior de  $0,99 \text{ rad}$  y la otra  $\varphi_2 = -0,99 \text{ rad}$

Hacemos los cálculos con esta solución

$$V = 10 \cos(0,08 \cdot \pi \cdot 10 - 0,99) = 10 \cos 1,52 = 10 \cdot (0,048) = 0,48 \text{ V}$$

$$V = 10 \cos(0,08 \cdot \pi \cdot 20 - 0,99) = 10 \cos 4,04 = 10 \cdot (0 - 0,63) = -6,3 \text{ V}$$

La ecuación que representa a la onda es  $V = 10 \cos(0,08\pi t - 0,99)$

Hay coincidencia con los valores que se obtienen con la función seno salvo la diferencia del primero que se debe a las aproximaciones que hacemos al calcular las funciones trigonométricas.

HEUREMA-FQ