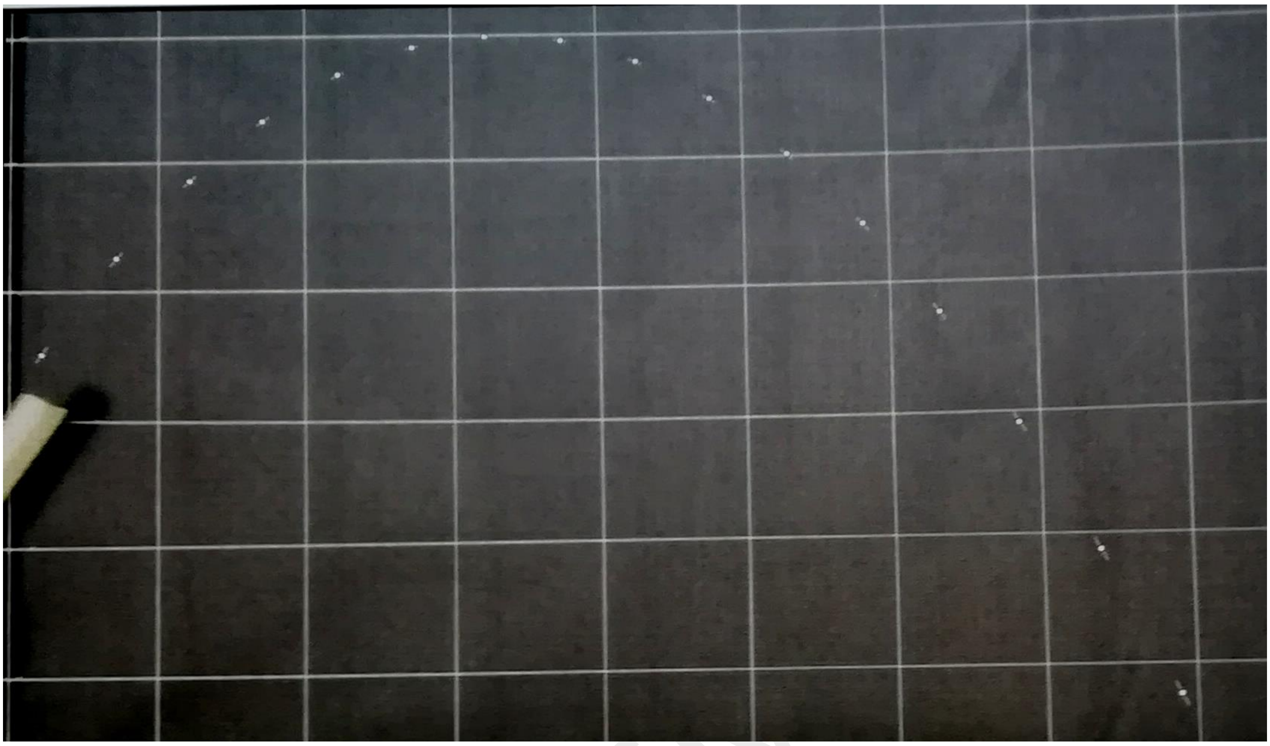
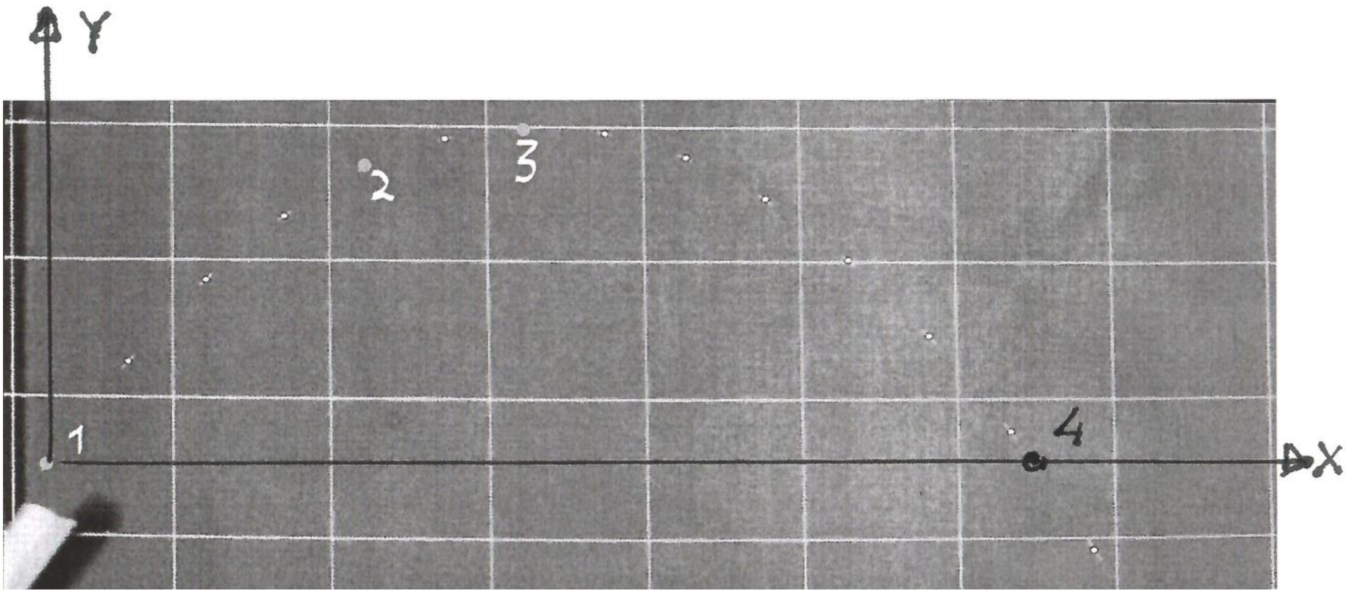
PROBLEMAS CON IMAGEN, MECÁNICA

MOVIMIENTO EN PARÁBOLA ***



Fotografía 1



Fotografía 2

La fotografía estroboscópica 1, representa la trayectoria de una bola de acero brillante. que describe una trayectoria parabólica.
La fotografía 2 es parte de la uno, se han señalado los puntos 1, 2 ,3, 4 y unos ejes coordenados cartesianos cuyo origen es el punto 1. El ángulo que forma el vector velocidad v_o del punto 1 con el eje de las X lo designamos con α.
El intervalo de tiempo constante entre dos posiciones contiguas cualesquiera vale $\Delta t=0,035$ s. La intensidad del campo gravitatorio de indica con g.

De todos los puntos de la parábola que aparecen en la fotografía 2 se han señalado cuatro, el 1 ya mencionado (velocidad v_o, ángulo alfa y situado en el origen de coordenadas). El punto 3 corresponde a la posición de la esfera de mayor altura, y sus coordenadas las designamos (d,h). El punto 4 corresponde al cruce de la esfera con el eje X, este punto tiene de coordenadas (D,0).
La fotografía tiene como fondo una malla formada por cuadrados, el lado de cada cuadrado mide en la realidad 10 cm. Este dato sirve para calcular las posiciones de la esfera en la realidad, calculando el factor de escala, que es la relación realidad / fotografía o fotocopia

1) Determine el factor de escala midiendo en la fotografía 2 la longitud de los lados de los seis cuadrados centrales delafotografía2 (60 cm reales) . Con ese factor determine los valores reales de d , h y D
2) Se supone que el rozamiento de la bola con el aire es despreciable y la bola no gira, Aplique el principio de conservación de la energía mecánica entre las posiciones 1 y 3 y obtendrá una ecuación con tres incógnitas, v_o , α y g. Aunque g es un valor conocido este experimento sirve para medir esa magnitud y por consiguiente lo consideramos como incógnita
3) Obtenga la ecuación que relaciona v_o , α , g y D . Tiene dos ecuaciones con tres incógnitas
4) Mida la abscisa del punto 2 en la fotografía2 y halle su valor real mediante el factor de escala. A partir de este dato y de Δt del enunciado puede obtener una tercera ecuación.
5) Resuelva el sistema de las tres ecuaciones y determine v_o , α y g.
6) Calcule el error relativo obtenido de g comparándolo con el valor estándar $g = 9,8\ m/s^2$

Recordatorio . Ecuaciones paramétricas $x = v_o(\cos\alpha)t \quad ; \quad y = v_o(\mathrm{sen}\,\alpha)t - \frac{1}{2}g\,t^2$

SOLUCIÓN

1) El factor de escala f depende del tamaño de la fotografía o fotocopia

$$h = 4{,}5\,\text{cm en foto} \quad ; \quad f = \frac{60\ \text{cm reales}}{12{,}3\,\text{cm en foto}} = 4{,}88 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad h = 4{,}88\,\frac{\text{cm reales}}{\text{cm foto}}\cdot 4{,}5\,\text{cm foto} = 22{,}0\ \text{cm reales} = 0{,}220\,\text{m}$$

$$d = 6{,}4\,\text{cm en foto} \quad ; \quad d = ,\frac{60\ \text{cm reales}}{12{,}3\,\text{cm en foto}}\cdot 6{,}4\,\text{cm en foto} = 31{,}2\,\text{cm reales} = 0{,}312\ \text{m}$$

D en la fotografía 2   D = 13 cm foto

$$D = 13{,}0\,\text{cm foto}\cdot\frac{60\,\text{cm reales}}{12{,}3\,\text{cm foto}} = 63{,}4\,\text{cm reles} = 0{,}634\,\text{m}$$

2)
Designamos con v_H a la velocidad en el punto más alto. En este lugar la componente de la velocidad vertical es nula

$$v_H = v_o \cos\alpha$$

Tomamos como referencia de la energía potencial nula en el punto 1

$$\frac{1}{2} m v_o^2 + 0 = \frac{1}{2} m v_H^2 + m g h \ \Rightarrow\ v_o^2 = v_H^2 + 2 g h \ \Rightarrow v_o^2 = v_o^2 \cos^2\alpha + 2 g h \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ v_o^2 (1 - \cos^2\alpha) = 2 g h \ \Rightarrow \quad v_o^2 = \frac{2 g h}{\operatorname{sen}^2\alpha} \quad (1)$$

3) Cuando la bola de acero toca el eje X(punto 4), la coordenada y = 0 y la coordenada x = D

$0 = v_o(\operatorname{sen}\alpha)\,t_4 - \frac{1}{2} g t_4^2 \Rightarrow\ t_4 = \frac{2 v_o \operatorname{sen}\alpha}{g}$, t_4 es el tiempo que tarda la bola en ir de la posición 1 a la 4.

$$x_4 = D = v_o(\cos\alpha)\,t_4 = v_o(\cos\alpha)\cdot\frac{2 v_o \operatorname{sen}\alpha}{g} = \frac{v_o^2 \operatorname{sen} 2\alpha}{g} \quad \Rightarrow \quad v_o^2 = \frac{D g}{\operatorname{sen} 2\alpha} \quad (2)$$

4)

$$x_2 = 4{,}2\ \text{cm foto} \qquad x_2 = \frac{60\ \text{cm reales}}{12{,}3\ \text{cm en foto}}\cdot 4{,}2\,\text{cm en foto} = 20{,}5\ \text{cm reales} = 0{,}205\ \text{m}$$

Desde la posición 1 de la bola hasta la posición 2 transcurre un tiempo

$$t_2 = 4\cdot\Delta t = 4\cdot 0{,}035 = 0{,}140\ \text{s}$$

$$x_2 = v_o(\cos\alpha)\,t_2 \quad \Rightarrow \quad v_o = \frac{x_2}{(\cos\alpha)\,t_2} \quad (3)$$

5) Igualamos las ecuaciones (1) y (2)

$$\frac{2gh}{\text{sen}^2\alpha} = \frac{Dg}{\text{sen}\,2\alpha} \Rightarrow \frac{2h}{\text{sen}^2\alpha} = \frac{D}{2\,\text{sen}\,\alpha\cdot\cos\alpha} \quad \Rightarrow 4h\cos\alpha = D\,\text{sen}\,\alpha \quad \Rightarrow \text{tag}\,\alpha = \frac{4h}{D} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{tag}\,\alpha = \frac{4\cdot 0{,}220}{0{,}634} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 54{,}2^{o}$$

A partir de la ecuación (3)

$$v_o = \frac{0{,}205}{\cos 54{,}2^{o}\cdot 0{,}140} = 2{,}50\,\frac{m}{s}$$

Despejamos g de la ecuación (2)

$$g = \frac{v_o^2\,\text{sen}\,2\alpha}{D} = \frac{2{,}50^2\cdot\text{sen}\,(2\cdot 54{,}2^{o})}{0{,}634} = 9{,}4\,\frac{m}{s^2}$$

6)

$$\frac{9{,}8-9{,}4}{9{,}8}\cdot 100 = 4\%$$