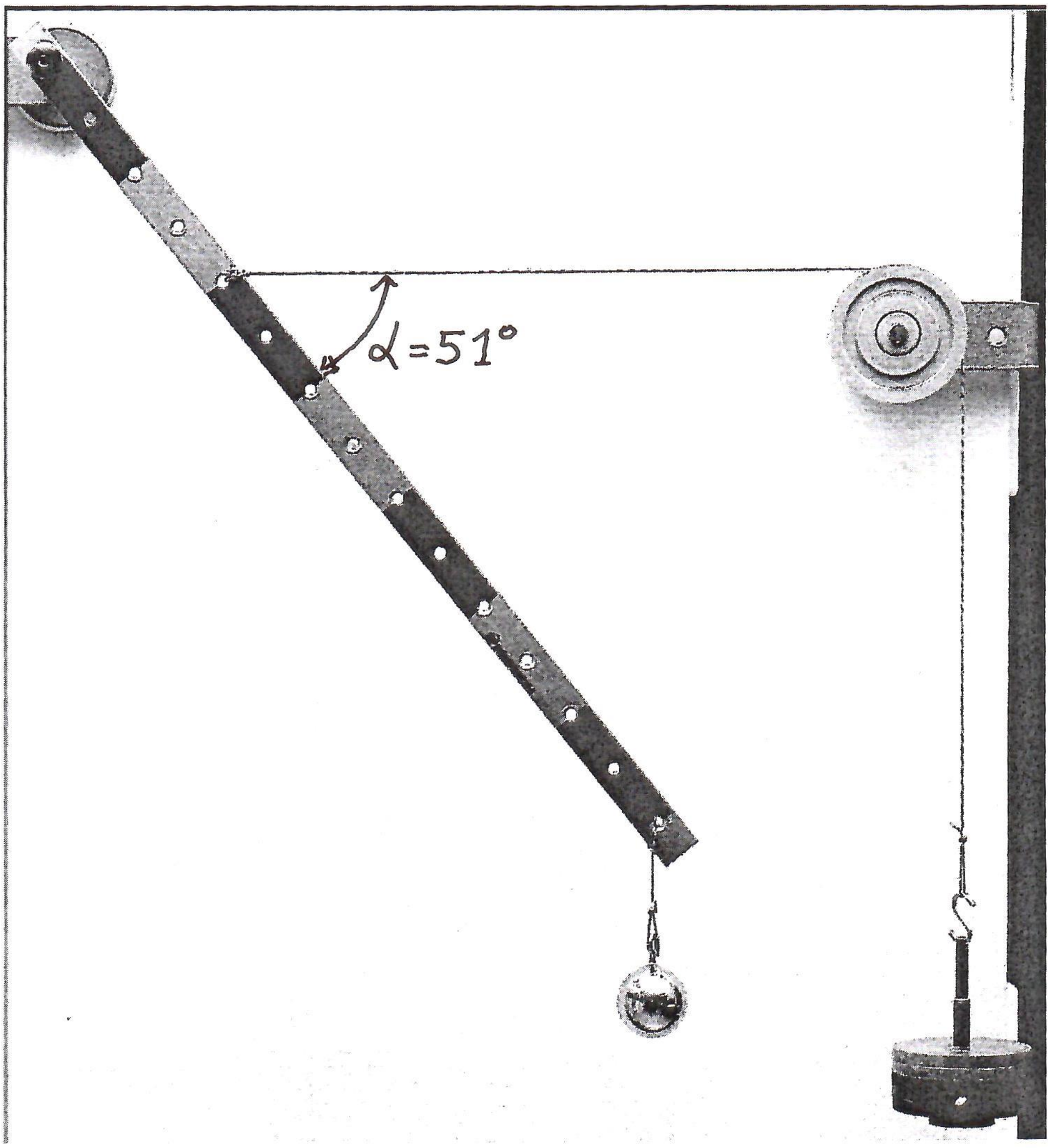
PROBLEMAS CON IMAGEN

FUERZAS SOBRE UNA BARRA EN EQUILIBRIO***



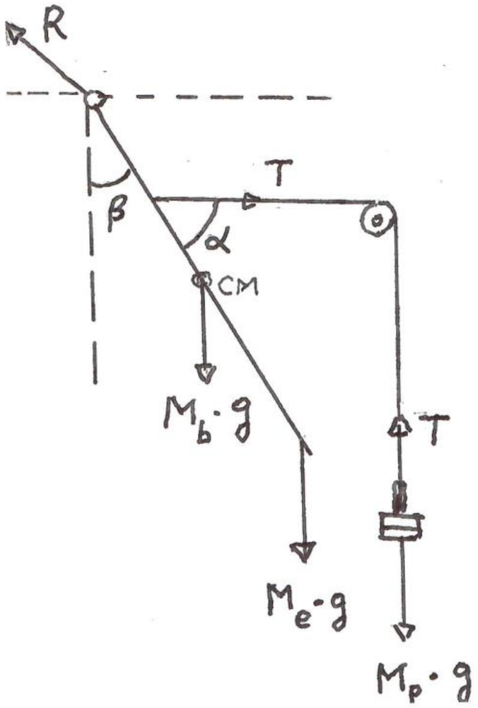
Fotografía 1

La fotografía 1, representa a una barra que se encuentra en equilibrio por la acción de varias fuerzas. La masa de la barra M_b= 43,6 gramos y la de la esfera de metal M_e= 67,7 gramos.

1) Haga un boceto de las fuerzas que actúan sobre la barra
2) Calcule la masa del conjunto de las pesas y el portapesas
3) Determine la fuerza que ejerce la articulación sobre la barra y el ángulo que forma dicha fuerza con un eje horizontal
4) Determinar el ángulo alfa si la masa del portapesas y pesas se aumentase un 30 por ciento.

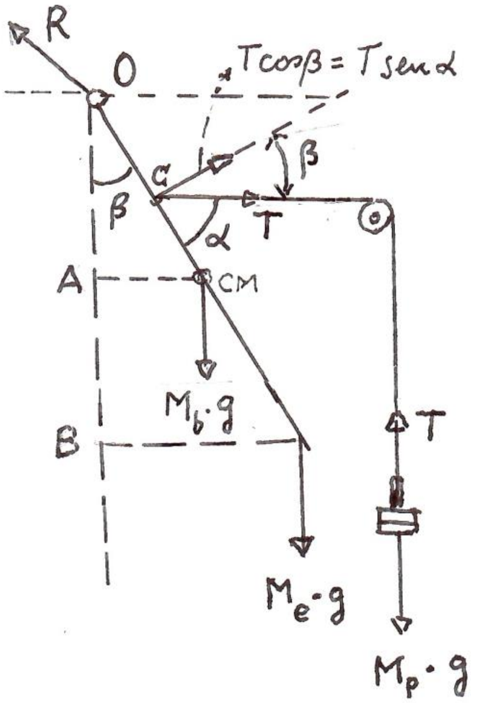
SOLUCIÓN

1)



Las fuerzas que actúan sobre la barra son cuatro: El peso de la esfera de metal P_e= Me · g ., fuerza vertical y dirigida hacia abajo El peso de la barra P_b= M_b ·g fuerza vertical y dirigida hacia abajo ; la tensión de la cuerda T, fuerza dirigida en dirección horizontal hacia la derecha dado que las pesas están en equilibrio T = M_p ·g , y la fuerza que la articulación ejerce sobre la barra R , su vector no lo conocemos y se ha dibujado en una posición cualquiera.

2) El equilibrio de la barra cumple dos condiciones,
a) La suma vectorial de las fuerzas es nula b) La suma vectorial de los momentos de las fuerzas es cero



Calculamos los momentos de las fuerzas que actúan sobre la barra respecto del punto O de la articulación.
El momento de una fuerza es un vector definido por el producto vectorial $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Para la fuerza $\vec{R}$, el vector $\vec{r}$ es nulo, y en consecuencia el momento de $\vec{R}$ es cero.
Para la fuerza $\vec{T}$, el vector $\vec{r} = \vec{OC}$ y el momento vale $\widehat{M}_T = \vec{OC} \times \vec{T}$, $\vec{M}_T$ es un vector perpendicular al plano del papel y dirigido hacia dentro del mismo.

El módulo es $M_T = OC \cdot T \cos\beta = 4d \cdot T \operatorname{sen}\alpha$, d es la distancia entre dos agujeros consecutivos de la barra.
Para la fuerza peso de la barra su $\hat{r} = \vec{OCM}$ y el momento es perpendicular al plano del papel y dirigido en sentido saliente. Su módulo es $M_{PB} = ACM \cdot M_b g = 7d \operatorname{sen}\beta \cdot M_b g = 7d \cos\alpha \cdot M_b g$

Para la fuerza peso de la esfera el momento es perpendicular al plano del papel y dirigido en sentido saliente. Su módulo es $M_{PB} = 14d \cos\alpha \cdot M_e g$

Igualando los módulos

$$4d \cdot T \operatorname{sen}\alpha = 7d \cdot \cos\alpha \cdot M_b g + 14d \cos\alpha \cdot M_e g \Rightarrow \quad T = \frac{7 \cdot \cos\alpha \cdot M_b g + 14 \cos\alpha \cdot M_e g}{4 \operatorname{sen}\alpha} \quad \Rightarrow$$

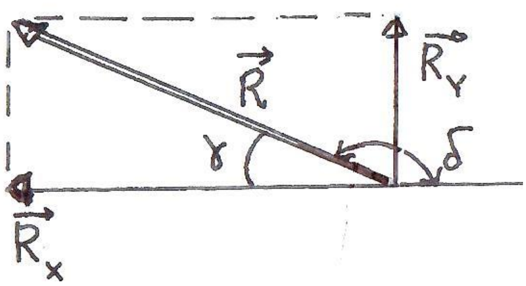
$$\Rightarrow T = \frac{7 \cdot M_b g + 14 \cdot M_e g}{4 \operatorname{tag}\alpha} = \frac{7 \cdot 46{,}3.10^{-3} \cdot 9{,}8 + 14 \cdot 67{,}7 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}{4 \cdot \operatorname{tag} 51^o} = 2{,}52\,\text{N}$$

Masa de las pesas y portapesas: $T = M_p g \Rightarrow M_p = \dfrac{T}{g} = \dfrac{2{,}52}{9{,}8} = 0{,}257\,\text{kg}$

3) Designamos co R_X a la componente horizontal de la fuerza $\vec{R}$ y con R_Y a la componente en dirección vertical. Aplicamos la condición de que la suma vectorial de las fuerzas es nula

$$R_X = |T| = 2{,}52\text{N} \quad ; \quad R_Y = |M_b g + M_e g| = 9{,}8 \cdot (46{,}3 + 67{,}7) \cdot 10^{-3} = 1{,}12\,\text{N}$$

R_X es una fuerza en la dirección horizontal y sentido hacia la izquierda. R_Y es una fuerza en dirección vertical y sentido hacia arriba, figura inferior



$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2} = \sqrt{(-2{,}52)^2 + 1{,}12^2} = 2{,}76\,\text{N} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{tag}\gamma = \frac{R_Y}{R_X} = \frac{1{,}12}{2{,}52} = 0{,}44 \quad \Rightarrow \quad \gamma = 23{,}7^o$$

$$\delta = 180 - 23{,}7 = 156{,}3^o$$

4)

$$T = \frac{7 \cdot M_b g + 14 \cdot M_e g}{4 \operatorname{tag} \alpha} \Rightarrow \operatorname{tag} \alpha = \frac{7 \cdot M_b g + 14 \cdot M_e g}{4T} = \frac{7 \cdot 46,3.10^{-3} \cdot 9,8 + 14 \cdot 67,7 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{4(2,52 + 0,3 \cdot 2,52)} = 0,95 \Rightarrow$$

$$\alpha = 43,6^{o}$$