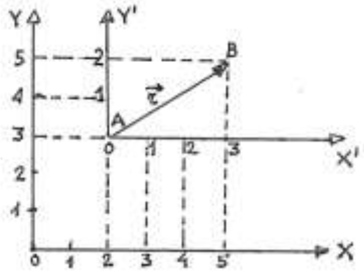
SOLUCIONARIO. Cálculo vectorial

1.- El módulo del vector $\vec{a} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$ *es*
1) Otro vector
2) Depende del sistema de coordenadas elegido
3) Se obtiene sumando las componentes del vector
4) Es un número que vale $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

El módulo de un vector es un escalar que vale lo indicado en la opción 4), por tanto, las opciones 1) y 3) son incorrectas. Un vector tiene su origen en el punto A y su extremo en el punto B, el módulo es la longitud AB y no depende del sistema de coordenadas. Para aclarar este párrafo observe la figura



El vector $\vec{r}$ tiene su origen en el punto A y su extremo en el B. Para el sistema de coordenadas XY, las coordenadas de A son A(2,3) y las de B (5,5). Para el sistema X'Y'las coordenadas de A son A(0,0) y las de B(3,2).

La longitud del vector (esto es su módulo) para el sistema XY

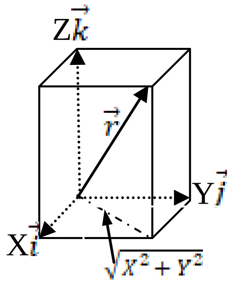
$$\vec{r} = \sqrt{(5-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{13}$$

Para el sistema X'Y' el módulo del vector es:

$$\vec{r} = \sqrt{(3-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{13}$$

Esto nos indica que la opción 2)) es incorrecta.

En un sistema de referencia trirectangular el vector $\vec{r}$

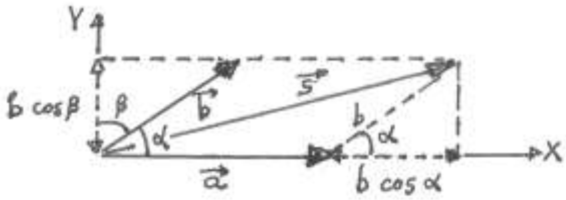


El módulo es la diagonal del paralelepípedo que por el teorema de Pitágoras vale

$$\sqrt{\left[\sqrt{X^2+Y^2}\right]^2 + Z^2} = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

Opción 4). Es la correcta

2.- *Dos vectores* $\vec{a}$ y $\vec{b}$ *forman entre sí un ángulo agudo* α *, el modulo de su suma es:*
1) $|\vec{a}| + |\vec{b}|$ *, 2)* $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \mathrm{sen}\,\alpha$ *,3)* $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha$
4) $\sqrt{|\vec{a}|^2 + |b|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha}$ *5)* $\sqrt{|\vec{a}|^2 + |b|^2}$



De la figura se deduce que las componentes del vector suma $(\vec{s})$ son: $(a + b\cos\alpha\ ; b\cos\beta)$, como los ángulos α y β son complementarios cos β= sen α.
El módulo del vector $\vec{s}$

$$|\vec{s}| = \sqrt{(a + b\cos\alpha)^2 + b^2\mathrm{sen}^2\alpha} = \sqrt{a^2 + b^2\cos^2\alpha + 2\,a\,b\cos\alpha + b^2\mathrm{sen}^2\alpha} \Rightarrow$$

$$|\vec{s}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\,a\,b\cos\alpha} \qquad \textbf{Opción 4}$$

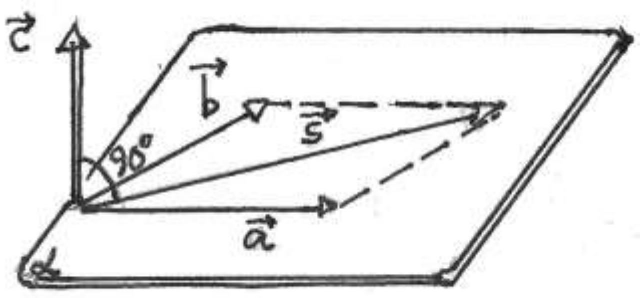
3.- *Si el vector* $\vec{a} = 5\,\vec{i} - 10\,\vec{j} + \vec{k}$ *se multiplica por m =* $\frac{1}{5}$*, el producto* $m\vec{a}$ *es un vector de módulo*
1) $\sqrt{5 + 0{,}04}$ *; 2)* $\sqrt{1 + 4 + 0{,}2}$ *; 3)* $\sqrt{-5 + 10 + 0{,}2}$ *; 4) 6*

Opción 4

$$m\vec{a} = \frac{1}{5}(5\,\vec{i} - 10\,\vec{j} + \vec{k}) = \vec{i} - 2\,\vec{j} + \frac{1}{5}\vec{k} \quad \Rightarrow \quad |m\,\vec{a}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 0{,}2^2} = \sqrt{5 + 0{,}04}$$

Opción 1

4.- *Si* $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ *y* $\vec{a} + \vec{b} = \vec{s}$ *se cumple que*
1) $\vec{s}$ y $\vec{c}$ *tienen el mismo módulo ,2)* $\vec{s}$ y $\vec{c}$ *tienen la misma dirección*
3) $\vec{s} \cdot \vec{c} = 0$ *,4)* $\vec{s} \times \vec{c} = \vec{0}$

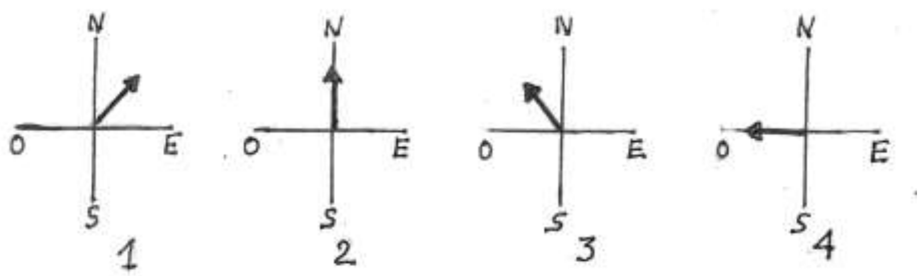


Los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ están en el plano α, el vector suma $\vec{s}$ está también en dicho plano. El vector $\vec{c}$ por ser el producto vectorial de $\vec{a}\times\vec{b}$ es perpendicular al plano α y por consiguiente a los vectores que están contenidos en él.
El producto escalar $\vec{s}\cdot\vec{c}=|\vec{s}||\vec{c}|\cos 90º=0$. **Opción 4**

5.- Dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ *forman entre sí un ángulo de 90º, luego* *1)* $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$ *2)* $\vec{a}-\vec{b}=\vec{0}$ *3)* $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{0}$ *4)* $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 90º=0$. ***Opción 3***

6.- Un avión vuela hacia el norte, el viento sopla en dirección E, entre los gráficos siguientes indique cuál debe ser la velocidad del avión



Para que el avión vuele en dirección norte, su velocidad propia se suma a la del viento.
Esa suma solo es posible en 3. **Opcion 3**

7.- Dados dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ *siendo su suma* $\vec{S}=\vec{a}+\vec{b}$ *y su diferencia* $\vec{D}=\vec{a}-\vec{b}$

Si cumplen la condición $\vec{S}\cdot\vec{D}=0$ *, entonces*

1) $\vec{a}$ y $\vec{b}$ *forman un ángulo de 60º*

2) $\vec{a}$ y $\vec{b}$ *forman un ángulo de 90º*

3) $\vec{a}$ y $\vec{b}$ *tienen el mismo módulo*

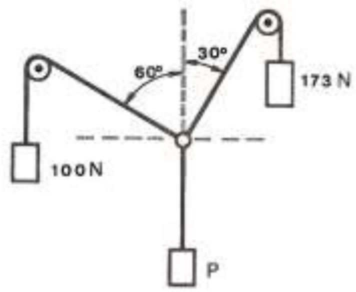
4) $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$

$$\vec{S}\cdot\vec{D}=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{b}=$$

$$=|\vec{a}||\vec{a}|\cos0º-|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha+|\vec{b}||\vec{a}|\cos\alpha-|\vec{b}||\vec{b}|\cos0º=|\vec{a}^2|-|\vec{b}^2| \quad\Rightarrow\quad |\vec{a}|=|\vec{b}|$$

Opción 3

8.- *El sistema representado en la figura está en equilibrio, el valor de P es*



1) 200 N 2) 173+100 N 3) 350 N 4) 173-100 N

Al haber equilibrio las componentes de las fuerzas sobre los ejes vertical y horizontal son nulas

Componentes de las fuerzas sobre el eje vertical

$$100\cdot\cos60º+173\cdot\cos30º-P=0 \quad\Rightarrow\quad 100\cdot0{,}5+173\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=P \quad\Rightarrow\quad P=200\ \text{N}$$

Opción 1

9.- En la figura de la prueba 8 suponemos que P= 400 N, se mantiene el peso de 173 N formando el ángulo de 30º, el peso de 100 N se sustituye por P_1, y el ángulo de 60º por α, de manera que el sistema quede en equilibrio, los valores de P_1 y α son:

1) $P_1 = 26{,}6\ \text{N}\ ; \alpha = 39^\circ$; 2) $P_1 = 266\ \text{N}\ ; \alpha = 19^\circ$;

3) $P_1 = 26{,}6\text{N}\ ; \alpha = 19^\circ$ 4) $P_1 = 266\ \text{N}\ ; \alpha = 29^\circ$

Componentes sobre el eje horizontal $173\,\text{sen}\,30^\circ - P_1\,\text{sen}\,\alpha = 0$

Componentes sobre el eje vertical $173\cos 30^\circ + P_1 \cos\alpha - 400 = 0$

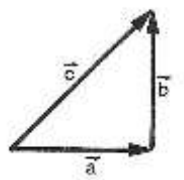
Despejamos P_1 de la primera ecuación y lo sustituimos en la segunda

$$P_1 = \frac{173\cdot 0{,}5}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{86{,}5}{\text{sen}\,\alpha}$$

$$173\cdot\cos 30^\circ + \frac{86{,}5}{\text{sen}\,\alpha}\cdot\cos\alpha = 400 \Rightarrow \frac{86{,}5}{\text{tag}\,\alpha} = 250{,}2 \Rightarrow \text{tag}\,\alpha = 0{,}346 \Rightarrow \alpha = 19^\circ$$

$$P_1 = \frac{86{,}5}{\text{sen}\,19^\circ} = 266\ \text{N}$$

10..-Dados los tres vectores de la figura, no se cumple una de las siguientes opciones



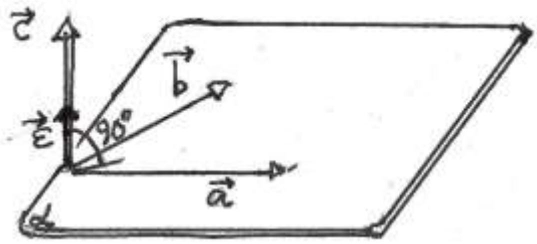
1) $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$; 2) $\vec{a}\cdot\vec{a} \neq 0$ 3) $\vec{a}\times\vec{b} = \vec{c}$; 4) $\vec{c} - \vec{b} = \vec{a}$

Opción 2

La que no se cumple es 3**)** ya que el producto vectorial $\vec{a}\times\vec{b}$ es un vector perpendicular al plano que forman los tres vectores. **Opción 3**

11.-Dados los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ y el unitario $\vec{\varepsilon}$, el cual tiene la dirección del producto vectorial $\vec{a}\times\vec{b}$, cumple las siguientes condiciones menos una

1) $\vec{\varepsilon}\cdot\vec{a} = 0$; 2) $\vec{\varepsilon}\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right) = 0$; 3) $\vec{\varepsilon}\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right) = 0$; 4) $\vec{\varepsilon}\cdot\left(\vec{a}\times\vec{b}\right) = 0$

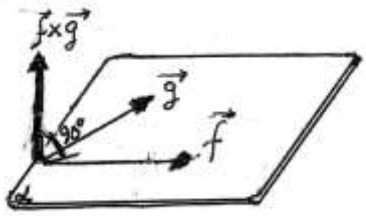


Observe en la figura la situación de los vectores; $\vec{c}$ representa el producto vectorial $\vec{a}\times\vec{b}$, El vector suma de $\vec{a}+\vec{b}$ está en el plano α (puede ver la imagen en la prueba 3).
El vector diferencia $\vec{a}-\vec{b}$ está también en el plano α.
El producto escalar de dos vectores perpendiculares es cero, como $\vec{\varepsilon}$ y $\vec{c}$ no son perpendiculares luego no cumple 4. **Opción 4**

12.- Si el producto $\vec{a}\cdot\left(\vec{f}\times\vec{g}\right)=0$, *entonces una sola de las opciones es cierta*

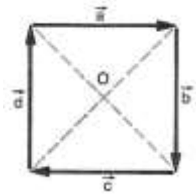
1) $\vec{f}\times\vec{g}=-\vec{a}$;
2) $\vec{f}\times\vec{g}=\vec{a}$;
3) $\vec{a}$ *es perpendicular a* $\vec{f}$
4) $\vec{a},\vec{f}$ y $\vec{g}$ *están en el mismo plano*

Los vectores $\vec{f}$ y $\vec{g}$ están en el plano α, el vector $\vec{f}\times\vec{g}$ es perpendicular al plano α.



Si el producto escalar de los dos vectores es cero, los vectores $\vec{a}$ y $\vec{f}\times\vec{g}$ son perpendiculares, luego el vector $\vec{a}$ está en el plano α. **Opción 4**

13.- Los cuatro vectores de la figura tienen el mismo módulo, siendo $\vec{s}$ la suma de los cuatro vectores. Sólo una de las opciones es correcta



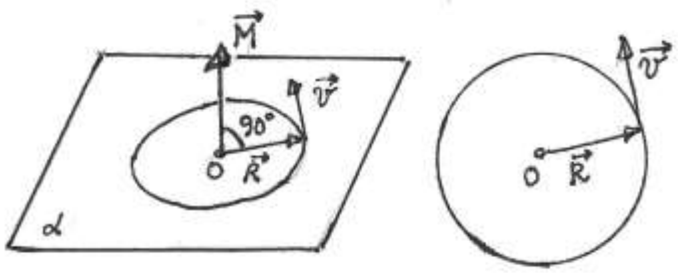
1) $|\vec{s}| = 4|\vec{a}|$ 2) *El momento de* $\vec{a}$ *respecto de O es nulo* *3)* $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|$

4) $\vec{a}\times\vec{d} = \vec{0}$ *5) El momento de* $\vec{s}$ *respecto de O es nulo*

La suma de los cuatro vectores es el vector nulo, en consecuencia el momento del vector nulo tiene que ser nulo. **Opción 5**

14.-Un móvil recorre una trayectoria circular de radio R a velocidad constante. El momento del vector velocidad respecto del centro de la trayectoria

1) Es nulo 2) Depende del tiempo 3) Es constante
4) Depende del cuadrado de R



En la figura se representan los vectores $\vec{v}$ y $\vec{R}$, ambos están en el plano α. El vector momento es perpendicular al plano α. El momento es el producto vectorial $\vec{M} = \vec{R}\times\vec{v}$ y su módulo es $|M| = R\,v\,\text{sen}90^{o} = Rv$ **Opción 3**

15.- Sean $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ *los vectores unitarios en un sistema de coordenadas cartesiano, entre las siguientes operaciones hay una que es falsa*

1) $\vec{i}\times\vec{k} = -\vec{j}$ 2) $\vec{i}\times\vec{j} = \vec{k}$ 3) $\vec{k}\times(-\vec{j}) = \vec{i}$ 4) $\vec{i}\times(-\vec{k}) = -\vec{j}$

$\vec{i}\times(-\vec{k}) = \vec{j}$. **Opción 4**

16.- Dados los vectores $\vec{a}=3\vec{i}+3\vec{j}$ y $\vec{b}=\vec{i}+\lambda\vec{j}$, *el valor de λ que determina que* $\vec{b}$ *sea perpendicular a* $\vec{a}$ *es:*

1) 1 2) -1 3) 3 4) - 3

Si dos vectores son perpendiculares su producto escalar es cero.

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=(3\vec{i}+3\vec{j})\cdot(\vec{i}+\lambda\vec{j})=3\vec{i}\cdot\vec{i}+3\lambda\vec{i}\cdot\vec{j}+3\vec{j}\cdot\vec{i}+3\lambda\vec{j}\cdot\vec{j}=3+0+0+3\lambda=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda=-1$$

Opción 2

17.- Dado el vector $\vec{r}=a\vec{i}+\operatorname{sen}\omega t\,\vec{j}$, *siendo a y ω constantes, el vector* $\frac{d\vec{r}}{dt}$ *es:*

1) $a\vec{i}+\cos\omega\vec{j}$ *2)* $\vec{i}+\cos\omega\vec{j}$ 3) $\omega\cos\omega\vec{j}$ *4)* $\cos\omega\vec{j}$

$$\frac{d(a\vec{i}+\operatorname{sen}\omega t\,\vec{j})}{dt}=\frac{d\,\vec{a}\,\vec{i}}{dt}+\frac{d(\operatorname{sen}\omega t\,\vec{j})}{dt}=0+\vec{j}\,\frac{d\operatorname{sen}\omega t}{dt}=\vec{j}(\cos\omega t)\,\omega$$

Opción 3

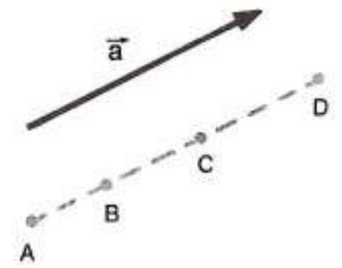
18.- En un movimiento circular y uniforme, si $\vec{v}$ *representa la velocidad y* $\vec{a}$ *la aceleración, una de las opciones no es correcta*

1) $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$ *2)* $\vec{a}\cdot\vec{v}=0$ *3) El módulo del momento de* $\vec{v}$ *respecto del centro de la trayectoria es cero 4) El módulo de* $\vec{a}$ *no depende del radio de la trayectoria*

Las tres primeras opciones son correctas.

En un movimiento circular y uniforme existe una aceleración centrípeta cuyo modulo es $|a|=\frac{v^2}{R}$, por consiguiente depende del radio R. **Opción 4**

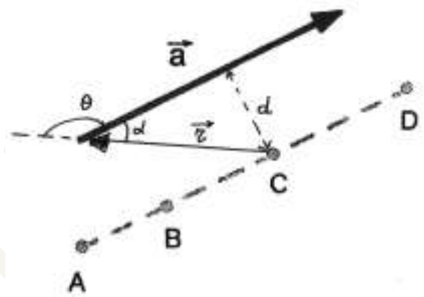
19.-*Dado el vector* $\vec{a}$ *y cuatro puntos alineados A, B , C, D, tal como se indica en la figura. Si designamos con* $\vec{M}_A$, $\vec{M}_B$, $\vec{M}_C$, $\vec{M}_D$ *a los momentos del vector* $\vec{a}$ *respecto de los puntos A, B , C, D, indique la opción correcta*



1) $\left|\vec{M}_A\right| > \left|\vec{M}_B\right| > \left|\vec{M}_C\right| > \left|\vec{M}_D\right|$ *2)* $\left|\vec{M}_A\right| < \left|\vec{M}_B\right| < \left|\vec{M}_C\right| < \left|\vec{M}_D\right|$

3) $\left|\vec{M}_A\right| = \left|\vec{M}_B\right| = \left|\vec{M}_C\right| = \left|\vec{M}_D\right|$ 4) $\left|\vec{M}_A\right| = \left|\vec{M}_B\right| = \left|\vec{M}_C\right| = \left|\vec{M}_D\right| = 0$

La recta que condene a los cuatro puntos es paralela al vector. Escogemos uno de los puntos, por ejemplo el C



$\vec{M}_C = \vec{r} \cdot \vec{a} \Rightarrow \left|\vec{M}_C\right| = r\,a\,\text{sen}\,\theta$, θ y α son ángulos suplementarios el valor del seno es el mismo

$$\left|\vec{M}_C\right| = r\,a\,\text{sen}\,\alpha = r\,a\,\text{sen}\,\alpha = r\,a\frac{d}{r} = a\,d$$

d es perpendicular al vector y los cuatro puntos distan lo mismo del vector $\vec{a}$ o de su prolongación, por ello es válida la **Opción 3**

20.-*Dado el vector* $\vec{a}$ *de módulo 5 y el vector* $\vec{b}$ *de módulo 6 que forman entre sí un ángulo de 60º, calcular el modulo del vector* $\vec{S}$ *, siendo* $\vec{S} = \vec{a} + \vec{b}$

1) 11 2) 30 3) 9,54 4) 1

En la prueba 2 hemos deducido que el módulo de la suma de dos vectores es:

$$|\vec{s}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\,a\,b\cos\alpha} = \sqrt{25 + 36 + 60\cos 60^\circ} = 9{,}54$$

Opción 3

21.-Dados los vectores $\vec{a} = 5\,\vec{i} - 3\,\vec{j} + 4\,\vec{k}$, $\vec{b} = 8\,\vec{i} - 5\,\vec{j} - 6\,\vec{k}$, $\vec{c} = 3\,\vec{i} + 3\,\vec{j} + 3\,\vec{k}$ *, el módulo del vector suma* $\vec{S} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ *es:*

1)16,79 2) 17,14 3) 20,21 4) 16 – 5 +1 = 12

$$\vec{S} = (5\,\vec{i} - 3\,\vec{j} + 4\,\vec{k}),+(8\,\vec{i} - 5\,\vec{j} - 6\,\vec{k}) + (3\,\vec{i} + 3\,\vec{j} + 3\,\vec{k}) = 16\,\vec{i} - 5\,\vec{j} + \vec{k}$$

$$|\vec{S}| = \sqrt{16^2 + (-5)^2 + 1^2} = 16{,}79$$

Opción 1

22.- Dado el vector $\vec{a} = 3\,\vec{i} - 2\,\vec{j} + 6\,\vec{k}$ *el vector unitario* $\vec{\tau}$ *que tiene la misma dirección y sentido que* $\vec{a}$ *es:*

1) $\vec{\tau} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,2) $\vec{\tau} = \frac{\vec{i}}{3} - \frac{\vec{j}}{2} + \frac{\vec{k}}{6}$,3) $\vec{\tau} = \frac{\vec{i}}{3^2} - \frac{\vec{j}}{2^2} + \frac{\vec{k}}{6^2}\vec{\tau}$,4) $\vec{\tau} = \frac{3\vec{i}}{7} - \frac{2\,\vec{j}}{7} + \frac{6\,\vec{k}}{7}$

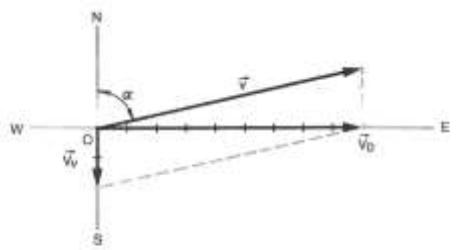
$\vec{\tau}\cdot\vec{a} = \tau\,a\cos 0^\circ = \tau\,a \;\Rightarrow\; \frac{\vec{\tau}\cdot\vec{a}}{a} = 1$, para que el producto escalar valga 1, el vector $\vec{a}$ dividido por su módulo tiene que ser el vector unitario

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{3\,\vec{i} - 2\,\vec{j} + 6\,\vec{k}}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} = \frac{3\,\vec{i}}{7} - \frac{2\,\vec{j}}{7} + \frac{6\,\vec{k}}{7}$$

Opción 4

23.- Un avión vuela a 900 km/h en dirección este. La velocidad del viento es 200 km/h y sopla en dirección sur. La velocidad y el rumbo del avión son:

1) 700 , 77º 28’ 16’’ 2) 1100 , 77º 35’ 3) 922 ; 77º 28’ 16’’ 4) 900 ,90º



El ángulo α es el rumbo y $\vec{v}$ la velocidad

Componentes sobre la dirección NS $\quad v\cos\alpha = v_V = 200$

Componentes sobre la dirección EW $\quad v\,\text{sen}\,\alpha = 900$

$$\text{tag}\,\alpha = \frac{900}{200} = 4{,}5 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 77{,}4712^{\circ} \Rightarrow \frac{1^{\circ}}{60'} = \frac{0{,}4712^{\circ}}{x'} \quad \Rightarrow x' = 28{,}272' \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1'}{60''} = \frac{0{,}272'}{y''} \Rightarrow \quad y'' = 16'' \quad \text{Rumbo}\ 77^{\circ}\,28'\,16''$$

$$v = \frac{900}{\text{sen}\,77{,}4712^{\circ}} = 922\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Opción 3

24,-*Un vector* $\vec{a}$ *tiene su origen en el punto (3,2,1) y su extremo en el punto (-4, 6.-2)*

El módulo del vector es:

1) 8,6 2) 10 3) 17,2 4) 5

$$\vec{a} = (-4-3)\,\vec{i} + (6-2)\,\vec{j} + (-2-1)\,\vec{k} = -7\,\vec{i} + 4\,\vec{j} - 3\,\vec{k}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-7)^2 + 4^2 + (-3)^2} = 8{,}6$$

Opción 1

25.- *Los vectores* $\vec{a} = 2\,\vec{i} + \vec{j} + 5\,\vec{k}$, $\vec{b} = 7\,\vec{i} + 5\,\vec{j} + 8\,\vec{k}$ *, forman entre sí un ángulo*

1) 15º 2) 23,5º 3) 30º 4) 60º

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\,b\cos\alpha \ \Rightarrow \ \cos\alpha = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\,b} = \frac{(2\,\vec{i} + \vec{j} + 5\,\vec{k})\cdot(7\,\vec{i} + 5\,\vec{j} + 8\,\vec{k})}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 5^2}\ \sqrt{7^2 + 5^2 + 8^2}} \ \Rightarrow$$

Opción 2

$$\cos\alpha = \frac{2\cdot 7 + 1\cdot 5 + 5\cdot 8}{\sqrt{30}\ \sqrt{138}} = 0{,}917 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 23{,}5^{\circ}$$

26.- Dados los vectores $\vec{a}=\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$ y $\vec{b}=2\vec{i}+2\vec{j}+\lambda\vec{k}$ *, el valor de λ que determina que los dos vectores formen entre sí un ángulo de 60º.es:*

a) 8/11 2)11/8 3) 1 4) 11,27

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\,b\cos\alpha \;\Rightarrow\; \cos\alpha=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\,b}=\frac{1\cdot 2+3\cdot 2+1\cdot\lambda}{\sqrt{1^2+3^2+1^2}\sqrt{2^2+2^2+\lambda^2}}=\frac{8+\lambda}{\sqrt{11}\sqrt{8+\lambda^2}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}5^2=\frac{(8+\lambda)^2}{11\cdot(8+\lambda^2)} \Rightarrow 22+2{,}75\lambda^2=64+\lambda^2+16\lambda \Rightarrow 1{,}75\lambda^2-16\lambda-42=0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda=\frac{16\pm\sqrt{16^2-4\cdot 1{,}75\cdot(-42)}}{3{,}5}=\frac{16\pm 23{,}45}{3{,}5}=11{,}27$$

27.-El producto vectorial del vector $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}-4\vec{k}$ *por el vector* $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ *es el vector*

1) $5\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ 2) $5\vec{i}+2\vec{j}-4\vec{k}$ 3) $-5\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ 4) $5\vec{i}+2\vec{j}+\ \vec{k}$

Opción 4

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -3 & -4\\ -1 & 2 & 1\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-3 & -4\\ 2 & 1\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}2 & -4\\ -1 & 1\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}2 & -3\\ -1 & 2\end{vmatrix}=$$

Opción 4

$$=\vec{i}(-3+8)-\vec{j}(2-4)+\vec{k}(4-3)=5\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$$

28.-Dados los vectores

$\vec{a}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=-3\vec{i}+3\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{c}=4\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$ *el producto* $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ *vale*

1) 0 2) 1 3) 2 4) 6

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -1 & 1\\ -3 & 3 & 3\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 3 & 3\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}2 & 1\\ -3 & 3\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}2 & -1\\ -3 & 3\end{vmatrix}=$$

$$=\vec{i}(-3-3)-\vec{j}(6+3)+\vec{k}(6-3)=-6\vec{i}-9\vec{j}+3\vec{k}$$

$(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=(-6\vec{i}-9\vec{j}+3\vec{k})\cdot(4\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k})=-6\cdot 4+9\cdot 2+3\cdot 2=0$ ***Opción 1)***

29.-Dados los vectores $\vec{a}=3\vec{i}+5\vec{j}+4\vec{k}$ y $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ *los cuales están aplicados en el punto (-1,0,-2) la suma del momento de* $\vec{a}$ *respecto del origen más el momento de* $\vec{b}$ *también respecto del origen da como resultado*

1) $14\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{k}$ 2) $14\vec{i}+3\vec{j}-7\vec{k}$ 3) $14\vec{i}+3\vec{j}-7\vec{k}$

4) $14\vec{i}+3\vec{j}-7\vec{k}$

El momento de un vector $\vec{a}$ respecto de un punto es $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{a}$

El vector $\vec{r}$ tiene su origen en el punto (0,0,0) y su extremo en el punto (-1,0,-2)

$$\vec{r}=(-1-0)\vec{i}+(0-0)\vec{j}+(-2-0)\vec{k}=-\vec{i}-2\vec{k}$$

$$\vec{M}_a=\vec{r}\times\vec{a}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 0 & -2\\ 3 & 5 & 4\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}0 & -2\\ 5 & 4\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}-1 & -2\\ 3 & 4\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 3 & 5\end{vmatrix}=$$

$$=(2\cdot 5)\ \vec{i}-(-4+6)\vec{j}-5\vec{k}=10\vec{i}-2\vec{j}-5\vec{k}$$

Momento del vector $\vec{b}$

$$\vec{M}_b=\vec{r}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 0 & -2\\ -1 & 2 & 3\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}0 & -2\\ 2 & 3\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}-1 & -2\\ -1 & 3\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}-1 & 0\\ -1 & 2\end{vmatrix}=$$

$$=\vec{i}\cdot\left[-(-2\cdot 2)\right]-\vec{j}(-3-2)\ k+\vec{k}\cdot(-2)=4\vec{i}+5\vec{j}-2\vec{k}$$

$\vec{M}_T=\vec{M}_a+\vec{M}_b=14\vec{i}+3\vec{j}-7\vec{k}$ **Opción 4**

30.- Un vector $\vec{a}$ *tiene de módulo 3, carece de componente* $\vec{k}$*, su origen es el punto (2,3,0) y forma ángulos de 30º y 60º con los ejes X e Y respectivamente, su momento respecto del punto P(5,3,-7) es*

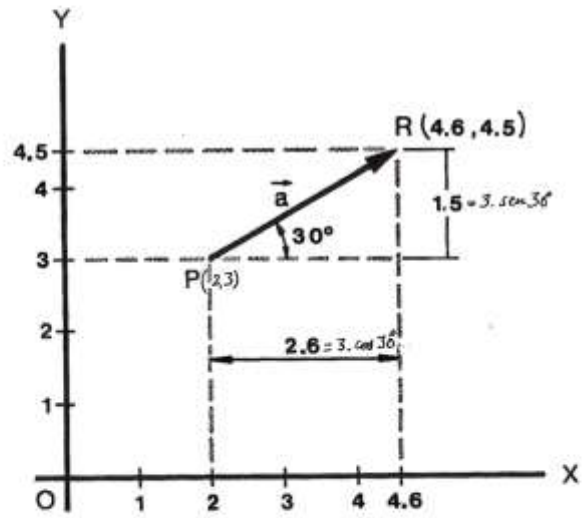
1) $10{,}5\vec{i}+18{,}2\vec{j}$ *2)* $10{,}5\vec{i}-18{,}2\vec{j}$

3) $10{,}5\vec{i}+18{,}2\vec{j}+4{,}5\vec{k}$ *4)* $-10{,}5\vec{i}+18{,}2\vec{j}-4{,}5\vec{k}$

El momento de un vector $\vec{a}$ respecto de un punto es $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{a}$

Vector $\vec{r}=(2-5)\vec{i}+(3-3)\vec{j}+|0-(-7)|\vec{k}=-3\vec{i}+7\vec{k}$

El vector $\vec{a}$ está en el plano XY ya que carece de componente Z . En la figura se ha dibujado el vector $\vec{a}$ a partir del origen punto P(2,3) y su extremos es R(4,6 , 4,5).



Vector $\vec{a} = (4{,}6-2)\,\vec{i} + (4{,}5-3)\,\vec{j} = 2{,}6\,\vec{i} + 1{,}5\,\vec{j}$

$$\vec{M} = \vec{r}\times\vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 0 & 7 \\ 2{,}6 & 1{,}5 & 0 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} 0 & 7 \\ 1{,}5 & 0 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} -3 & 7 \\ 2{,}6 & 0 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 2{,}6 & 1{,}5 \end{vmatrix} =$$

Opción 4)

$$= (-7\cdot 1{,}5)\,\vec{i} + (7\cdot 2{,}6)\,\vec{j} - 4{,}5\,\vec{k} = -10{,}5\,\vec{i} + 18{,}2\,\vec{j} - 4{,}5\,\vec{k}$$

31.-Dado el vector $\vec{a} = r(\vec{i}\cos\omega t + \vec{j}\,\mathrm{sen}\,\omega t)$, *siendo r y ω constantes y t variable escalar independiente, su derivada y su módulo son:*

1) $r\omega(\vec{i}\,\mathrm{sen}\,\omega t + \vec{j}\cos\omega t)$; $r\omega$; 2) $r\omega(\vec{i}\,\mathrm{sen}\,\omega t - \vec{j}\cos\omega t)$; $r^2\omega$

3) $r\omega(-\vec{i}\,\mathrm{sen}\,\omega t + \vec{j}\cos\omega t)$; $r\omega$; 4) $r\omega(-\vec{i}\,\mathrm{sen}\,\omega t + \vec{j}\cos\omega t)$; $r\omega^2$

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = r\,\frac{d\left|\vec{i}\cos\omega t + \vec{j}\,\mathrm{sen}\,\omega t\right|}{dt} = r\left[-\vec{i}\,\omega\,\mathrm{sen}\,\omega t + \vec{j}\,\omega\cos\omega t\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d\vec{a}}{dt} = r\,\omega(-\vec{i}\ \mathrm{sen}\,\omega t + \vec{j}\ \cos\omega t)$$

$$\left|\frac{d\vec{a}}{dt}\right| = \sqrt{(r\,\omega\,\mathrm{sen}\,\omega t)^2 + (r\,\omega\cos\,\omega t)^2} = r\,\omega$$

Opción 3)

32.-Dado el vector de posición de un móvil $\vec{r} = 4t^3\,\vec{i} + 6t^2\,\vec{j} + 10t\,\vec{k}$ *su velocidad y su aceleración son:*

1) $\vec{v} = 12t^2\,\vec{i} - 12t\,\vec{j} + 10\,\vec{k}$; $\vec{a} = 24t\,\vec{i} - 12\,\vec{j}$
2) $\vec{v} = 12t^2\,\vec{i} + 12t\,\vec{j} + 10\,\vec{k}$; $\vec{a} = 24t\,\vec{i} + 12\,\vec{j}$
3) $\vec{v} = 12t^2\,\vec{i} - 12t\,\vec{j} + 10\,\vec{k}$; $\vec{a} = \vec{0}$
4) $\vec{v} = 12t^3\,\vec{i} - 12t^2\,\vec{j} + 10\,\vec{k}$; $\vec{a} = 24t\,\vec{i} - 12\,\vec{j}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(4t^3\,\vec{i} + 6t^2\,\vec{j} + 10t\,\vec{k}) = 12t^2\,\vec{i} + 12t\,\vec{j} + 10\,\vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(12t^2\,\vec{i} + 12\,t\,\vec{j} + 10\,\vec{k}) = 24\,t\,\vec{i} + 12\,\vec{j}$$

Opción 2)