Pruebas objetivas. Cinemática

Solucionario

1.- El vector de posición de una partícula es $\vec{r} = t^3\,\vec{i} + 3t^2\,\vec{j} - 2t$ *(r en m, t en s). El módulo del vector aceleración, expresado en m/s*^{2} *es*

1) 5 2) 6 3) 7 4) 8,48

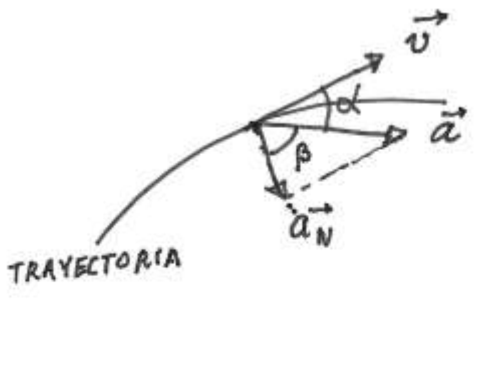
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3t^2\,\vec{i} + 6t\,\vec{j} - 2 \quad ; \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 6t\,\vec{i} + 6\,\vec{j} \quad \Rightarrow \quad |\vec{a}| = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8{,}48\,\frac{m}{s^2}$$ **Opción 4**

2.- la velocidad de una partícula es $\vec{v} = (6t^2 + 5)\,\vec{i}$. *El desplazamiento de la partícula entre los instantes t= 2 s y t = 4 s expresado en metros es:*
1) 20 2) 30,5 3) 61 4) 122

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow \int_2^4 ds = \int_2^4 (6t^2 + 5)\,dt \Rightarrow s_4 - s_2 = 2t^3\Big|_2^4 + 5t\Big|_2^4 = 2(4^3 - 2^3) + 5(4-2) = 122\,\text{m}$$
Opción 4

3.- La velocidad de una partícula en un cierto instante es: $\vec{v} = 2\,\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}\ \ m/s$ *, y su aceleración* $\vec{a} = -3\,\vec{i} - 2\,\vec{j}\ \ m/s^2$. *Los módulos de las aceleraciones normal y tangencial de la partícula, expresadas en m/s*^{2}*, en ese instante son:*
1) $\sqrt{13}$; $\frac{\sqrt{13,}}{2}$ 2) $\sqrt{13}$; $\frac{\sqrt{13}}{4}$ 3) $\sqrt{13}$; 0 4) $\sqrt{6}$; $\frac{\sqrt{13}}{2}$

En la figura se indica, de forma general, que la velocidad y la aceleración forman entre sí un ángulo α, que la velocidad es tangente a la trayectoria y que la aceleración normal es perpendicular a la velocidad.



De dicha figura se deduce que la aceleración y la aceleración normal forman un ángulo β, siendo α y β ángulos complementarios.

$$\vec{a}\cdot\vec{v}=|\vec{a}||\vec{v}|\cos\alpha \;\Rightarrow\; \cos\alpha=\frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{|\vec{a}||\vec{v}|}=\frac{(-3)\cdot 2+(-2)\cdot(-3)}{|\vec{a}||\vec{v}|}=0 \;\Rightarrow\; \alpha=90^{o}$$

$$|\vec{a}_n|=|\vec{a}|=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$$

$$|a_t|=|\vec{a}|\cos\alpha=0$$

Opción 3

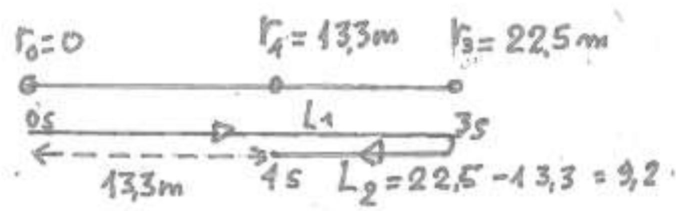
4.- Una partícula se desplaza por el eje X con una velocidad v = -5 t^2+15 t. En el instante t=0, la posición es r_o=0. La posición y la longitud recorrida en los cuatro primeros segundos son:
1) 13,3 m ; 31,7 m 2) -13,3 m ; 31,7 m 3) 10 m ; 31,7 m 4) -10 m ; 31,7 m

$$v=\frac{dr}{dt} \;\Rightarrow\; \int_{r_0}^{r_4} dr=\int_0^4 v\,dt \;\Rightarrow\; r_4-r_o=\int_0^4(-5t^2+15t)\,dt \;\Rightarrow\; r_4=-\frac{5}{3}t^3\Big|_0^4+\frac{15}{2}t^2\Big|_0^4=13{,}3\,\text{m}$$

La velocidad se anula a 3 s. En el intervalo de t=0 a t=3 s la partícula se desplaza en sentido positivo del eje X y su posición a los 3 segundos es:

$$\int_{r_0}^{r_3} dr=\int_0^3 v\,dt \;\Rightarrow\; r_3-r_o=\int_0^3(-5t^2+15t)\,dt \;\Rightarrow\; r_3=-\frac{5}{3}t^3\Big|_0^3+\frac{15}{2}t^2\Big|_0^3=22{,}5\,\text{m}$$

A partir de t = 3 s la partícula se desplaza en sentido negativo del eje X y a los cuatro segundos está en la posición 13,3 m



En la figura se indican las posiciones y los recorridos. L_1= 22,5 m, es la longitud recorrida por la partícula entre los instante t= 0 y t= 3 s, desplazándose en sentido positivo del eje X

L_2 es la distancia recorrida entre los instantes t= 3 s y t= 4s, desplazándose en sentido negativo del eje X.

La longitud recorrida es L(entre t=0 y t= 4s) =22,5+9,2 = 31,7 m **Opción 1**

5.- Una partícula se mueve con aceleración constante a lo largo del eje X. Las posiciones de la partícula respecto del origen son: para t=0 , x= 10 m ; para t=1 s , x= 17 m y para t= 3s , x= 55 m. La posición de la partícula para t= 6 segundos es
1) 43 m 2) 86 m 3) 172 m 4) 344 m

a, designa la aceleración, la velocidad es $a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = \int a\,dt = a\,t + Cte$, para t=0 ,

Cte = velocidad inicial v_o ; $v = v_o + a\,t$
x, designa la posición

$v = \frac{dx}{dt} = v_o + a\,t \Rightarrow x = \int (v_o + a\,t)\,dt = v_o t + \frac{1}{2} a\,t^2 + Cte$, para t=0 , Cte = 10 m.

La ecuación del movimiento es $x = 10 + v_o t + \frac{1}{2} a\,t^2$. Sustituyendo valores del enunciado

$$17 = 10 + v_o + \frac{1}{2} a \Rightarrow 14 = 2v_o + a \Rightarrow a = 14 - 2v_o$$

$$55 = 10 + 3v_o + \frac{1}{2} a \cdot 9 \Rightarrow 90 = 6\,v_o + 9\,a \Rightarrow 90 = 6v_o + 9(14 - 2v_o) \Rightarrow -36 = -12\,v_o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = 3 m/s \;;\; a = 14 - 2\cdot 3 = 8\,m/s^2$$

$$x = 10 + 3t + \frac{1}{2} 8\,t^2 \Rightarrow x_6 = 10 + 3\cdot 6 + 4\cdot 6^2 = 172 \text{ m}$$ **Opción 3**

6.- Desde una altura h = 20 m respecto del suelo se lanza un cuerpo con una velocidad vertical y ascendente de 12 m/s. El tiempo que tarda el cuerpo en chocar contra el suelo es:
1) 3,59 s 2) 4,12 s 3) 4,59 s 4) 5,59 s

Establecemos que las alturas se miden desde el suelo, h=0, y que las magnitudes velocidad y aceleración son positivas si están dirigidas verticalmente hacia arriba y negativas si son verticales hacia abajo. La ecuación del movimiento es: $H = 20 + 12\,t - \frac{1}{2} 9{,}8\,t^2$. Cuando el cuerpo choque con el suelo el valor de H es cero.

$$0 = 20 + 12\,t - 4{,}9\,t^2 \Rightarrow 4{,}9\,t^2 - 12\,t - 20 = 0 \Rightarrow t = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 + 4\cdot 20\cdot 4{,}9}}{9{,}8} = 3{,}59 \text{ s}$$

Opción 1

7.- En la cuestión 6, la altura mayor a la que se encuentra el cuerpo respecto del suelo es
1) 24,3 m 2) 25,3 m 3) 26,3 m 4) 27,3 m

La altura mayor ocurre cuando la velocidad del cuerpo se anule $v = v_o - g\,t = 0$

$$0 = 12 - 9{,}8\,t \Rightarrow t = \frac{12}{9{,}8} = 1{,}22 \text{ s} \Rightarrow H = 20 + 12\cdot 1{,}22 - 4{,}9\cdot 1{,}22^2 = 27{,}3\,\text{m}$$

Opción 4

8.- En la cuestión 6, a qué altura sobre el suelo, el valor numérico de la velocidad del cuerpo es 1,2 v_o

1) 22 m   2) 16,8 m   3) 15,8 m   4) 14,8 m

$$v = v_0 - g\,t \;\Rightarrow\; -1{,}2\cdot 12 = 12 - 9{,}8\,t \;\Rightarrow\; t = 2{,}69\ \text{s}$$

$$H_{2,69} = 20 + 12\cdot 2{,}69 - 4{,}9\cdot 2{,}69^2 = 16{,}8\,\text{m}$$

Opción 2

9.- Se lanza un objeto desde el suelo con una velocidad inicial vertical y ascendente v_{o1} = 20 m/s . Dos segundos después se lanza desde el mismo lugar un segundo objeto con una velocidad vertical y ascendente v_{o2}= 14 m/s. Ambos objetos se encontrarán a una altura sobre el suelo de

1) 8 m   2) 10 m   3) 12 m   4) 14 m

$$H_1 = 20\,t_1 - \frac{1}{2}9{,}8\,t_1^2 \quad ; \quad H_2 = 14\,t_2 - \frac{1}{2}9{,}8\,t_2^2 \quad : \quad t_2 = t_1 - 2$$

Los objetos se encontrarán cuando ambos estén a la misma altura

$$20\,t_1 - 4{,}9\,t_1^2 = 14(t_1-2) - 4{,}9\left(t_1-2\right)^2 \;\Rightarrow\; 20t - 4{,}9\,t^2 = 14\,t_1 - 28 - 4{,}9\,t_1^2 - 19{,}6 + 19{,}6\,t_1 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20\,t - 14\,t - 19{,}6\,t = -47{,}6 \;\Rightarrow\; t_1 = \frac{47{,}6}{13{,}6} = 3{,}5\,\text{s} \quad ; \quad H_1 = H_2 = 20\cdot 3{,}5 - 4{,}9\cdot 3{,}5^2 = 10\,\text{m}$$

Opción 2

10.- En la cuestión 9, las velocidades de los objetos, expresadas en m/s, en el instante de encontrase son:

1) 14,3 , 0,7   2) -14,3 , 0,7   3) 14,3 , -0,7   4) -14,3 , -0,7

$$v_1 = 20 - 9{,}8\,t_1 = 20 - 9{,}8\cdot 3{,}5 = -14{,}3\,\frac{m}{s} \quad ; \quad v_2 = 14 - 9{,}8\,(t_1 - 2) = 14 - 9{,}8\cdot 1{,}5 = -0{,}7\,\frac{m}{s}$$

Opción 4

11.- Un móvil A se desplaza por el eje Y con velocidad constante $\vec{v} = -5\,\vec{j}$ y en el t=0 su posición es +40 m respecto del origen. Otro móvil B se desplaza por el eje X con velocidad $v = -4\,\vec{i}$ y en el tiempo t=0, su posición es +60 m respecto del origen. La distancia mínima entre los dos móviles es:

1) 12 m   2) 18,3 m   3) 21,9 m   4) 55 m

Móvil A $\quad y = 40 - 5\,t \quad ; \quad$ Móvil B $\quad x = 60 - 4t$

Distancia entre los dos móviles

$$D=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(60-4t)^2+(40-5t)^2}=\sqrt{5200+41\,t^2-880\,t}$$

$$\frac{dD}{dt}=\frac{82\,t-880}{2\sqrt{5200+41\,t^2-880\,t}}=0\ \Rightarrow\ t=\frac{880}{82}=10{,}7\,s$$

$$D_{min}=\sqrt{5200+41\cdot 10{,}7^2-880\cdot 10{,}7}=21{,}9\,m \qquad \textbf{Opción 3}$$

12.- Un móvil se desplaza por el eje de abscisas, siendo su velocidad $v=2\sqrt{x}$ *. En el tiempo t=0 el móvil ocupa la posición x=9 m. Los valores numéricos de la velocidad y aceleración del móvil a los 5 segundos son*

1) 16 , 2 2) 8 , 2 3) 16 , 1 4) 8, 1

$$\frac{dx}{dt}=2\,x^{\frac{1}{2}}\ \Rightarrow\ \int dt=\int\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}dx\ \Rightarrow\ t=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}\cdot 2+Cte\ \Rightarrow\ t=\sqrt{x}+Cte\ ;\ Cte=-\sqrt{9}=-3$$

$$t=\sqrt{x}-3\ \Rightarrow\ t+3=\sqrt{x}\ \Rightarrow\ x=(t+3)^2\Rightarrow\qquad v=2\sqrt{(t+3)^2}=2\,t+6\,\frac{m}{s}\Rightarrow\ v_5=16\,\frac{m}{s}\quad o$$

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d(2t+6)}{dt}=2\,\frac{m}{s^2}\qquad \textbf{Opción 1}$$

13.- Un móvil de desplaza por el eje X siendo su aceleración $a=-2\sqrt{v}\,\frac{m}{s^2}$ *y su velocidad inicial 36 m/s. Los metros que recorre el móvil hasta pararse son:*

1) 17 2) 37 3) 56 4) 72

$$\frac{dv}{dt}=-2\sqrt{v}\ \Rightarrow\ \int dt=-\int\frac{1}{2}v^{-\frac{1}{2}}dv\ \Rightarrow\ t=-\frac{1}{2}v^{\frac{1}{2}}\cdot 2+Cte=-v^{\frac{1}{2}}+Cte\ ;\ \text{Para } t=0,\ v=6\,m/s$$

$$t=6-v^{\frac{1}{2}}\Rightarrow v=(6-t)^2\quad ;\ v=\frac{dx}{dt}\ \Rightarrow\int dx=\int v\,dt=\int(6-t)^2\,dt\ \Rightarrow\ x=\int(36+t^2-12\,t)\,dt$$

$$x=36\,t+\frac{t^3}{3}-6\,t^2+Cte\ \text{, Para } t=0,\ x=x_o\quad ;\ x-x_o=D=36\,t+\frac{t^3}{3}-6\,t^2$$

El tiempo que tarda en pararse ocurre cuando v=0 ; t= 6 s

$$D = 36 \cdot 6 + \frac{6^3}{3} - 6 \cdot 6^2 = 72\,\text{m} \qquad \textbf{Opción 4}$$

14.- La velocidad de un móvil esta definida por la ecuación $v = 3t\sqrt{3t^2+1}$ *(v en m/s y t en s). El móvil se desplaza a lo largo del eje X. En el instante t=0 el móvil se encuentra en la posición x= 2 m. La posición y aceleración del móvil a los 4 segundos es:*
1) 71,3 m 20 m/s^2 2) 71,3 m ; 24 m/s^2 3) 20 m ; 71,3 m/s^2 4) 24 m ; 71,3 m/s^2

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x = \int v\,dt = \int 3\sqrt{t^2+1}\; t\,dt,$$

Cambio de variable

$$t^2+1 = p^2 \Rightarrow t\,dt = p\,dp \;;\; x = \int 3p \cdot p\,dp = p^3 + Cte \Rightarrow x = \left[(t^2+1)^{\frac{1}{2}}\right]^3 + Cte$$

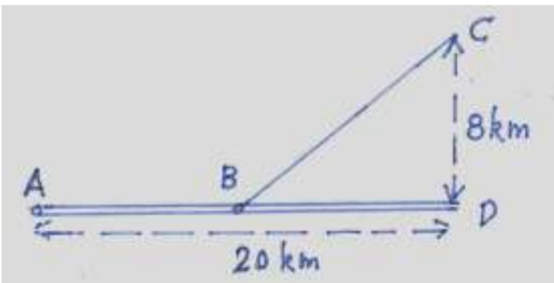
$$\Rightarrow x = \left(t^2+1\right)^{\frac{3}{2}} + Cte \Rightarrow 2 = (0+1)^{\frac{3}{2}} + Cte \Rightarrow Cte = 1\,\text{m} \;; \quad x = \left(t^2+1\right)^{\frac{3}{2}} + 1$$

$$x_4 = \left(4^2+1\right)^{\frac{3}{2}} + 1 = 71{,}1\,\text{m}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(3t\sqrt{t^2+1}\right)}{dt} = 3t\,\frac{2t}{2\sqrt{t^2+1}} + \sqrt{t^2+1}\cdot 3 = 3\left(\frac{t^2}{\sqrt{t^2+1}} + \sqrt{t^2+1}\right) = 3\left(\frac{2t^2+1}{\sqrt{t^2+1}}\right)$$

$$\Rightarrow a_4 = \frac{3\cdot 33}{\sqrt{17}} = 24\,\text{m/s}^2 \qquad \textbf{Opción 2}$$

15.- En la figura, la línea doble continua representa una carretera y la continua sencilla un camino. Un automóvil parte de A y llega a C empleando el tiempo menor posible. Por la carretera circula a 100 km/h y por el camino a 60 km/h .El tiempo mínimo expresado en minutos es:



1) 18,4 2) 20,4 3) 22,4 4) 26,4

$$t=\frac{AB}{100}+\frac{BC}{60} \quad ; \quad AB=20-BD \quad ; \quad BC=\sqrt{64+BD^2} \qquad t=\frac{20-BD}{100}+\frac{\sqrt{64+BD^2}}{60}$$

$$BD=x \quad ; \quad t=\frac{20-x}{100}+\frac{\sqrt{64+x^2}}{60}=\frac{1}{100}(20-x)+\frac{1}{60}\sqrt{64+x^2}$$

Si t es mínimo

$$\frac{dt}{dx}=\frac{1}{100}(-1)+\frac{1}{60}\frac{2x}{2\sqrt{64+x^2}}=0 \Rightarrow \frac{1}{100}=\frac{1}{60}\frac{x}{\sqrt{64+x^2}} \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{x^2}{64+x^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \qquad 576+9x^2=25x^2 \quad \Rightarrow \qquad x=\sqrt{\frac{576}{16}}=6\ \text{km} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{min}=\frac{20-6}{100}+\frac{1}{60}\sqrt{64+6^2}=0{,}306\ \text{h}=18{,}4\ \text{min}$$ **Opción1**

> *16.-Un móvil se desplaza en línea recta entre los puntos A y B. Su aceleración está definida por la ecuación* $a=20-4x$, *(a en m/s*^{2} *y x en m). En los puntos A y B su velocidad es nula. La distancia entre A y B y la máxima velocidad del móvil son respectivamente*
> *1) 10 m , 5 m/s 2) 5 m , 10 m/s 3) 10 m , 10 m/s 4) 5 m , 5 m/s*

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=\frac{dv}{dx}v \quad \Rightarrow \quad \int a\,dx=\int v\,dv \quad \Rightarrow \int(20-4x)dx=\frac{v^2}{2}+Cte \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20x-2x^2=\frac{v^2}{2}+Cte \quad ,\text{para } x=0, v=0, \Rightarrow Cte=0 \quad ; \quad v=\sqrt{40x-4x^2}=2\sqrt{10x-x^2}$$

$$\frac{dv}{dx}=2\frac{10-2x}{2\sqrt{10x-x^2}}=0 \quad \Rightarrow x=5\,\text{m} \quad \Rightarrow \quad v_{max}=2\sqrt{10\cdot 5-5^2}=10\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La velocidad es cero en A y B

$$0=2\sqrt{10x-x^2} \Rightarrow 10x-x^2=0, \text{soluciones} \quad x=0\,(\text{punto A}) \text{ y } x=10\,\text{m}\,(\text{punto B})$$

Opción 3

> *17.- La trayectoria descrita por una partícula es* $y^2=4px$ *(p constante). La componente sobre el eje Y del vector de posición es y = k t (k, constante, t, variable tiempo). La aceleración de la partícula esta definida por:*
> 1) $\frac{k}{2p}\vec{i}$ 2) $\frac{k^2}{2p^2}\vec{i}$ 3) $\frac{k^3}{2p^2}\vec{i}$ 4) $\frac{k^2}{2p}\vec{i}$

$$\vec{v}_y = \frac{d\vec{y}}{dt} = k\vec{j} \quad ; \quad k^2t^2 = 4p\,x \;\Rightarrow\; x = \frac{k^2t^2}{4p} \;\Rightarrow\; v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{k^2 \cdot 2t}{4p} = \frac{k^2t}{2p} \;\Rightarrow\; \vec{v}_x = \frac{k^2t}{2p}\,\vec{i}$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\left(\frac{k^2t}{2p}\,\vec{i} + k\,\vec{j}\right) = \frac{k^2}{2p}\,\vec{i} \qquad \textbf{Opción 4}$$

18) Una partícula se desplaza según la ecuación $\vec{r} = \cos\frac{\pi}{2}t\,\vec{i} + \cos\pi t\,\vec{j}$. *La trayectoria de la partícula es:*

1) $2x - y = 1$ *2)* $2x^2 - y = 1$ 3) $2x - y^2 = 1$ 4) $x^2 - y^2 = \frac{1}{2}$

$$x = \cos\frac{\pi}{2}t \quad ; \quad y = \cos\pi t = 1 - 2\,\text{sen}^2\frac{\pi}{t} \;\Rightarrow\; x^2 = \cos^2\frac{\pi}{t} \quad ; \quad \frac{1-y}{2} = \text{sen}^2\frac{\pi}{t}$$

$$x^2 + \frac{1-y}{2} = \cos^2\frac{\pi}{t} + \text{sen}^2\frac{\pi}{t} = 1 \;\Rightarrow\; 2x^2 - y = 1 \qquad \textbf{Opción 2}$$

Otra forma de solución de la prueba

Utilizando la relación entre el coseno del ángulo y el coseno del ángulo mitad

$$\cos\frac{\pi t}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\pi t}{2}} \;\Rightarrow\; x^2 = \cos^2\frac{\pi t}{2} = \frac{1+\cos\pi t}{2} = \frac{1+y}{2} \;\Rightarrow\; 2x^2 - y = 1$$

19.- Una partícula recorre una circunferencia de radio R= 8 m de acuerdo con la ecuación $s = 4t^2 - 16t$ *(t en segundos , s en metros). El instante en que se igualan los módulos de las aceleraciones tangencial y normal es:*

1) 1 s 2) 2 s 3) 3 s 4) 4 s

$$v = \frac{ds}{dt} = 8t - 16\,\frac{m}{s} \quad ; \quad a_t = \frac{dv}{dt} = 8\,\frac{m}{s^2} \quad ; \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(8t-16)^2}{8}$$

$$a_t = a_n \;\Rightarrow\; 8 = \frac{(8t-16)^2}{8} \;\Rightarrow\; 8 = 8t - 16 \;\Rightarrow\; t = 3\,s \qquad \textbf{Opción 3}$$

20.- Un partícula A se encuentra en el punto P (40 m,60 m) y otra B en el origen de coordenadas. De forma simultánea se deja caer la partícula A sin velocidad inicial y la B se lanza con una velocidad v_o y un ángulo de lanzamiento α. Ambas chocan en el punto de coordenadas Q (40 m,30 m). Los valores de v_o en m/s y el ángulo α son respectivamente.

1) 29,1 ; 56,3º 2) 56,3 , 29,1º 3) 30 , 45º 4) 45 , 30º

Ecuación de movimiento de la partícula A; $y = 60 - \frac{1}{2}g\,t^2$

Ecuaciones de la partícula B
$$40 = v_o\,(\cos\alpha)\,t$$
$$30 = v_o\,(\text{sen}\,\alpha)\,t - \frac{1}{2}g\,t^2$$

En el punto de colisión Q(40, 30)

$30 = 60 - \frac{1}{2}g\,t^2 \Rightarrow 60 = g\,t^2$ (1) ; $40 = v_o(\cos\alpha)\,t$ (2) ; $30 = v_o\,(\text{sen}\,\alpha)\,t - \frac{1}{2}g\,t^2$(3)

De (2) $t = \frac{40}{v_o \cos\alpha}$, sustituyendo en (1) y (3) ; $60 = g\frac{1600}{v_o^2 \cos^2\alpha}$

$$30 = v_o \text{sen}\,\alpha \cdot \frac{40}{v_o\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\,t^2 = 40\,\text{tag}\,\alpha - \frac{1}{2}g \cdot \frac{60}{g} \quad \Rightarrow \quad 60 = 40\ \ \text{tag}\ \alpha \Rightarrow\ \alpha = 56{,}3^{\text{o}}$$

$$60 = g\left(\frac{40}{v_o\,\cos 56{,}3^{\text{o}}}\right)^2 \Rightarrow v_o\,\cos 56{,}3^{\text{o}} = \sqrt{\frac{40^2\,g}{60}} \quad \Rightarrow \quad v_9 = 29{,}1\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ **Opción 1**

21.- Un avión vuela en línea recta con una velocidad de 600 km/h y en un tiempo t=0 se encuentra a una altura de 1200 m respecto de una batería antiaérea que lanza un proyectil con una velocidad v_o y un ángulo α, de modo que el proyectil alcanza al avión un minuto después. La velocidad v_o y el ángulo α, valen
1) 215 m/s ; 62º 2) 355 m/s ; 45º 3) 355 m/s ; 62º 4) 215 m/s ; 45º

En el momento de ser alcanzado el avión ambos se encuentran en la misma posición

$$x = v_o(\cos\alpha)\,t \quad \Rightarrow\ 600\frac{\text{km}}{\text{h}}\cdot\frac{1}{60}\text{h} = 10000\ \text{m} = v_o(\cos\alpha)\cdot 60\,\text{s} \quad \Rightarrow v_o\cos\alpha = 166{,}7$$

$$y = v_o(\text{sen}\,\alpha)\,t - \frac{1}{2}g\,t^2 \ \Rightarrow 1200 = v_o(\text{sen}\,\alpha)\cdot 60 - \frac{1}{2}9{,}8\cdot 60^2 \qquad \Rightarrow v_o\text{sen}\,\alpha = 314$$

$$\text{tag}\,\alpha = \frac{314}{166{,}7} \quad \Rightarrow \alpha = 62^{\text{o}} \quad ; \ v_o\cdot\cos 62^{\text{o}} = 166{,}7 \ \Rightarrow v_o = 355\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ **Opción3**

22.- Un plano inclinado forma con la línea horizontal un ángulo de 15º. Desde el origen del plano se lanza un objeto con una velocidad inicial de 20 m/s y un ángulo con la línea horizontal de 60º. La distancia D, entre el origen del plano y el lugar de impacto del objeto con el plano es:
1) 18 m 2) 22 m 3) 31 m 4) 37 m

X e Y son las coordenadas del lugar donde el objeto choca con el plano, estas coordenadas se refieren a un sistema cartesiano en el que el eje X es el suelo (línea horizontal) y el eje Y es perpendicular al X en el origen del plano.

$$X = 20\cdot(\cos 60^{\text{o}})t \quad ; \quad Y = 20\cdot(\text{sen}\,60)\,t - \frac{1}{2}9{,}8\cdot t^2 \quad ; \quad \text{tag}\,15^{\text{o}} = \frac{Y}{X}$$

$$t=\frac{X}{20\cdot 0{,}5}=\frac{X}{10} \quad ; \quad Y=20\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{X}{10}-4{,}9\cdot\frac{X^2}{100} \quad \Rightarrow X\ \text{tag}15º=\sqrt{3}\,X-0{,}049\,X^2 \Rightarrow$$

$$X=\frac{\sqrt{3}-\text{tag}\,15º}{0{,}049}=29{,}9\,\text{m} \quad ; \quad D=\sqrt{X^2+Y^2}=\sqrt{29{,}9^2+\left(29{,}9\cdot\text{tag}15º\right)^2}=31\,\text{m}\ ,\ \textbf{Opción 3}$$

23.- Desde lo alto de una torre de 60 m de altura, se lanzan dos objetos con la misma velocidad inicial v_o = 30 m/s, el primero con un .ángulo sobre la horizontal de 60º y el segundo con un ángulo α. Si ambos objetos llegan al suelo en el mismo lugar, el valor de α es aproximadamente

1) 0º 2) 10º 3) 15º 4) 20º

$x=30\,(\cos 60)\,t \quad ; \quad y=60+30\,(\text{sen}\,60)\,t-\frac{1}{2}9{,}8\cdot t^2$. Designamos con D a la distancia entre la base de la torre y el lugar del suelo donde cae el primer objeto.

$$t=\frac{D}{30\cdot\cos 60º} \quad ; \quad 0=60+30\cdot\text{sen}60º\cdot\frac{D}{30\cdot\cos 60º}-4{,}9\left(\frac{D}{30\cdot\cos 60º}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}0218\,D^2-1{,}732\,D-60=0 \quad \Rightarrow D=\frac{1{,}732\pm\sqrt{1{,}732^2+4\cdot 0{,}0218\cdot 60}}{0{,}0436}=105{,}5\,\text{m}$$

$$0=60+\text{tag}\,\alpha\cdot 105{,}5-\frac{4{,}9\cdot 105{,}5^2}{30^2\cdot\cos^2\alpha} \quad \Rightarrow \quad \frac{60{,}6}{\cos^2\alpha}=105{,}5\cdot\text{tag}\,\alpha+60$$

Resolviendo la ecuación por tanteo

24.- Desde un suelo horizontal se lanza un primer cuerpo con una velocidad inicial de 30 m/s y un ángulo con la horizontal de 30º. Desde el mismo lugar se lanza un segundo cuerpo con velocidad v y ángulo 80º. Los dos cuerpos chocan con el suelo en el mismo lugar. Los tiempos de vuelo de los dos cuerpos son respectivamente:

1) 3 s, 10 s 2) 3,5 s, 10,2 s 3) 3,93 s, 9,2 s 4) 3,93 s, 10,2 s

$\alpha=5º$, $61{,}06<69{,}2$; $\alpha=0º$ $60{,}6>60$; $\alpha=0{,}3º$,$60{,}6=60{,}6$ **Opción1**

$x=30\cdot(\cos 40º)\,t=22{,}98\,t \quad ; \quad y=30\cdot(\text{sen}40)\ t-4{,}9\,t^2=19{,}28\cdot t-4{,}9\,t^2$

Cuando el primer cuerpo choca con el suelo y =0

$$0=19{,}28\cdot t_1-4{,}9\,t_1^2 \quad \Rightarrow \quad t_1=3{,}93\,\text{s} \quad ; \quad x_{max}=22{,}98\cdot 3{,}93=90{,}3\,\text{m}$$

Segundo cuerpo

$$x_{max}=90{,}3=v\cdot(\cos 80º)\,t_2 \Rightarrow v\,t_2=520 \quad ; \quad 0=v\cdot(\text{sen}80º)\ t_2-4{,}9\,t_2^2=0{,}985\cdot v\,t_2-4{,}9\,t_2^2\Rightarrow$$

$$0=0{,}985\,v-4{,}9\,t_2\Rightarrow 0=0{,}985\cdot\frac{520}{t_2}-4{,}9\,t_2 \quad \Rightarrow t_2=\sqrt{\frac{512{,}2}{4{,}9}}=10{,}2\,\text{s} \quad \textbf{Opción 4}$$