Rotación del sólido rígido. Solucionario

1.- La relación entre la velocidad lineal y angular esta definida por la ecuación

$$1)\ \omega = v\,R \quad ; \quad 2)\ \omega = \frac{R}{v} \quad , \quad 3)\ \omega = \frac{v}{R} \quad , \quad 4)\ \omega = \frac{v^2}{R}$$

Opción 3

2.- Al duplicar la velocidad angular de un cuerpo la energía de rotación se hace

1) Doble   2) Cuatro veces mayor   3) La mitad   4) No varía

$$E_{CR} = \frac{1}{2} I\,\omega^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{E_{CR}(1)}{E_{CR}(2)} = \frac{\frac{1}{2} I\,\omega^2}{\frac{1}{2} I\left(2\,\omega\right)^2} = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow E_{CR}(2) = 4\,E_{CR}(1)$$ **Opción 2**

3.- Un móvil describe una trayectoria circular de radio R=1m. La ecuación del movimiento es $\varphi = 0{,}5\,t$; φ en rad y t en s. *Las aceleraciones angular y centrípeta del móvil son:*

1) $0\ ;\ 0{,}5\frac{m}{s^2}$ 2) $0\ ;\ 0{,}25\frac{m}{s^2}$ 3) $0{,}25\frac{rad}{s^2}\ ;\ 0{,}5\frac{m}{s^2}$ 4) $0{,}25\frac{rad}{s^2}\ ;\ 0{,}25\frac{m}{s^2}$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 0{,}5\,rad \ \Rightarrow \alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad ; \quad a_C = \omega^2 R = 0{,}25\ \frac{m}{s^2}$$ **Opción 2**

4) Un móvil recorre una trayectoria circular de radio R =2 m de acuerdo con la ecuación $\varphi = 0{,}2\,t^2 + 0{,}6\,t + 10\ \text{rad}$ *.Los módulos de sus aceleraciones: angular, tangencial y centrípeta son*

1) $\alpha = 0{,}4\dfrac{\text{rad}}{s^2}$; $a_t = 0{,}8\dfrac{m}{s^2}$; $a_c = 0{,}32t^2 + 0{,}96\,t + 0{,}72\dfrac{m}{s^2}$

2) $\alpha = 0{,}4\dfrac{\text{rad}}{s^2}$; $a_t = 0{,}16\dfrac{m}{s^2}$; $a_c = 0{,}32t^2 + 0{,}96\,t + 0{,}72\dfrac{m}{s^2}$

3) $\alpha = 0{,}8\dfrac{\text{rad}}{s^2}$; $a_t = 0{,}8\dfrac{m}{s^2}$; $a_c = 0{,}32t^2 + 0{,}96\,t + 0{,}72\dfrac{m}{s^2}$

4) $\alpha = 0{,}4\dfrac{\text{rad}}{s^2}$; $a_t = 0{,}32t^2 + 0{,}96\,t + 0{,}72\dfrac{m}{s^2}$; $a_c = 0{,}8\dfrac{m}{s^2}$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 0{,}4\,t + 0{,}6 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0{,}4\frac{\text{rad}}{s^2} \quad \Rightarrow \quad a_t = \alpha R = 0{,}4,\cdot 2 = 0{,}8\frac{m}{s^2}$$

$$a_c = \omega^2 R = (0{,}4\,t + 0{,}6)^2 \cdot 2 = 0{,}32\,t^2 + 0{,}96\,t + 0{,}72\ \frac{m}{s^2}$$ **Opción1**

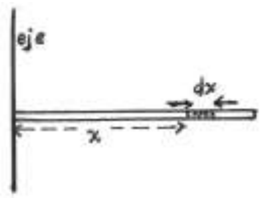
5.- Un móvil describe un movimiento circular uniformemente acelerado. Una de las ecuaciones es falsa.

1) $\vec{\omega}\cdot\vec{a}_c = 0$ 2) $\vec{\omega}\cdot\vec{a}_t = 0$ 3) $\vec{\omega}\cdot\vec{\alpha} = 0$ 4) $\vec{v}\cdot a_t \neq 0$

La velocidad angular y la aceleración centrípeta son perpendiculares , 1) es cierta
La velocidad angular y la aceleración tangencial son perpendiculares , 2) es cierta
La velocidad angular y la aceleración angular no son perpendiculares , 3) es falsa
La velocidad lineal y la aceleración tangencial tienen la misma dirección 4) es cierta
Opción 3

6.- Una barra de sección uniforme, longitud L = 50 cm y masa M=0,45 kg, gira alrededor de un eje perpendicular a la barra que pasa por uno de sus extremos. El momento de inercia, expresado en kg,m², vale

1) 1,75.10⁻² *2) 2,75.10⁻²* *3) 3,75.10⁻²* *4) 4,75.10⁻²*



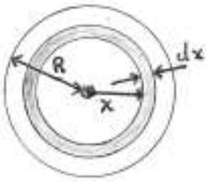
Momento de inercia del elemento dx, $dI = dm\,.x^2 = \dfrac{M}{L}dx\cdot x^2$

Momento de inercia de la barra,

$$I = \int_0^L \frac{m}{L} x^2 dx = \frac{M}{L}\frac{x^3}{3}\Big|_0^L = \frac{M L^2}{3} = \frac{0,45 \cdot 0,5^2}{3} = 3,75.10^{-2}\,kg{\cdot}m^2 \quad \textbf{Opción 3}$$

7.- Un disco de radio R = 0,20 m, masa M= 1,2 kg y espesor despreciable, gira alrededor de un eje perpendicular al disco que pasa por su centro con una velocidad angular constante ω= 0,30 rad/s. El módulo del momento angular. Expresado en kg·m²/s, vale

1) $7,2.10^{-3}$ *2)* $6,2.10^{-3}$ *3)* $5,2.10^{-3}$ *4)* $8,2.10^{-3}$



$\vec{L} = I\vec{\omega}$; $|\vec{L}| = I|\vec{\omega}|$

Momento de inercia el elemento rayado en la figura $dI = dm\,x^2 = \dfrac{M}{\pi R^2} 2\pi x\,dx \cdot x^2$

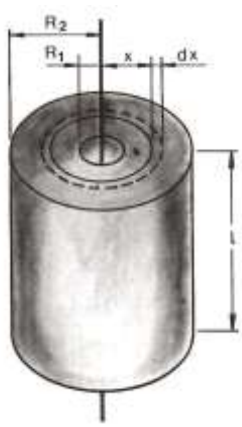
Momento de inercia del disco $I = \int_0^R \dfrac{M}{R^2} 2x^3 dx = 2\dfrac{M}{R^2}\cdot\dfrac{x^4}{4}\Big|_0^R = \dfrac{1}{2} M R^2$

Módulo del momento angular

$$|\vec{L}| = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega = \frac{1}{2} 1,2 \cdot 0,20^2 \cdot 0,30 = 7,2.10^{-3}\,\frac{kg\,m^2}{s} \quad \textbf{Opción 1}$$

8.- Un cilindro hueco (tubo) de masa M=0,6 kg, longitud l= 0,5m, radio interior R_1*= 20 cm y radio exterior* R_2*= 22 cm, gira, respecto de un eje que pasa por su centro, con una velocidad angular ω= 0,18 rad/s. El módulo de su momento angular es:*

1) $2,5.10^{-3}\,kg\,m^2.s^{-1}$ *2)* $5,2.10^{-3}\,kg\,m^2.s^{-1}$ *3)* $8,4.10^{-3}\,kg\,m^2.s^{-1}$ *4)* $4,8.10^{-3}\,kg\,m^2.s^{-1}$



$\vec{L} = I\vec{\omega}$; $|\vec{L}| = I|\vec{\omega}|$

Momento de inercia del elemento que dista x de centro del tubo, espesor dx y altura l

$$dI = dm\,x^2 = dV\cdot\rho = 2\pi x\,l\,dx\cdot\rho\cdot x^2 = 2\pi l\,x^3\cdot\rho\,dx = 2\pi l\,x^3\cdot\frac{M}{V}dx \Rightarrow$$

$$dI = 2\pi l\,x^3\cdot dx\frac{M}{\pi\left(R_2^2 - R_1^2\right)l} = \frac{2M}{R_2^2 - R_1^2}x^3dx$$

Momento de inercia del tubo

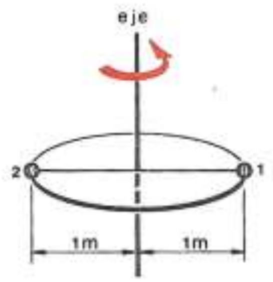
$$I = \frac{2M}{R_2^2 - R_1^2}\int_{R_1}^{R_2} x^3dx = \frac{2M}{R_2^2 - R_1^2}\left.\frac{x^4}{4}\right|_{R_1}^{R_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{2M}{R_2^2 - R_1^2}\,\frac{R_2^4 - R_1^4}{4} = \frac{1}{2}M\frac{\left(R_2^2 + R_1^2\right)\cdot\left(R_2^2 - R_1^2\right)}{R_2^2 - R_1^2} = \frac{1}{2}M\left(R_2^2 + R_1^2\right)$$

Módulo del momento angular

$$\left|\vec{L}\right| = I\left|\vec{\omega}\right| = \frac{1}{2}M\left(R_2^2 + R_1^2\right)\cdot\left|\vec{\omega}\right| = \frac{1}{2}0{,}6\left(0{,}22^2 + 0{,}20^2\right)\cdot 0{,}18 = 4{,}8.10^{-3}\ \frac{kg\,m^2}{s} \qquad \textbf{Opción 4}$$

9.- Dos masas puntuales de masa 2 kg cada una, están unidas entre sí por una varilla de masa despreciable. Si las masas giran alrededor del eje con ω = 0,5 rad/s y la varilla se mantiene perpendicular al eje de giro, el módulo del momento angular del sistema vale:

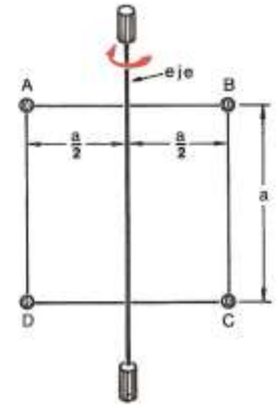


1) $1\,kg\,m^2s^{-1}$ 2) $2\,kg\,m^2s^{-1}$ 3) $3\,kg\,m^2s^{-1}$ 4) $4\,kg\,m^2s^{-1}$

$$\vec{L} = \sum_1^2 L_i = I_1\,\vec{\omega}_1 + I_2\,\vec{\omega} \quad \Rightarrow\left|\vec{L}\right| = m_1r_1^2\omega + m_2r_2^2\omega = 2\cdot 1^2\cdot 0{,}5 + 2\cdot 1^2\cdot 0{,}5 = 2\,kg.m^2s^{-1}$$

Aquí el vector $\vec{L}$ y el vector $\vec{\omega}$ tienen la misma dirección y sentido, ambos están sobre el eje de giro **Opción 2**

10.- El sistema de la figura se compone de cuatro masas iguales, m = 0,25 kg, que giran a una velocidad angular constante ω= 0,1 rad/s, siendo a = 20 cm. Las varillas que unen las masas tienen masa despreciable.



El módulo del momento angular del sistema vale

1)10^{-2} kg m^2 s^{-1} 2)10^{--3} kg m^2 s^{-1} 3)10^{-3} kg m^2 s^{-1} 4) 1)10^{-4} kg m^2 s^{-1}

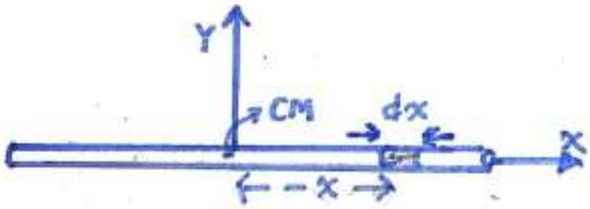
Opción 2

El eje de giro es principal y los vectores momento angular y velocidad angular están situados sobre él

$$\left|\vec{L}\right| = I\left|\vec{\omega}\right| = 4m\left(\frac{a}{2}\right)^2 \omega = m a^2 \omega = 0{,}25 \cdot \left(20.10^{-2}\right)^2 \cdot 0{,}1 = 10^{-3} \mathrm{kg\, m^2 s^{-1}}$$

Opción 2

11.- El momento de inercia de una barra uniforme de masa M=0,2 kg y longitud L=0,50 m, respecto de un eje perpendicular a ella y que pasa por un punto que dista del extremo de la barra l=0,12 m vale.



1) $7{,}55.10^{-3}$ kg.m^2 2) $6{,}55.10^{-3}$ kg.m^2 3) $5{,}55.10^{-3}$ kg.m^2 4) $6{,}25.10^{-3}$ kg.m^2

$$dI = dm\,x^2 = \frac{M}{L}dx \cdot x^2 \Rightarrow I_{CM} = \frac{M}{L}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x^2 dx = \frac{M}{L}\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{M}{3L}\left[\frac{L^3}{8} - \left(-\frac{L^3}{8}\right)\right] = \frac{M\,L^2}{12}\ \text{kg.m}^2$$

$$I = I_{CM} + M\left(\frac{L}{2} - l\right)^2 = \frac{M\,L^2}{12} + M\left(\frac{L}{2} - l\right)^2 = 0{,}2\left|\frac{0{,}50^2}{12} + \left(\frac{0{,}50}{2} - 0{,}12\right)^2\right| = 7{,}55.10^{-3}\,\text{kg m}^2$$

Opción 1

12.- El momento de inercia de un disco uniforme de radio R=6 cm y masa M=0,25 kg respecto del eje Z, (ver figura), está definido por la ecuación $I_z = \frac{1}{2}MR^2$

El momento de inercia respecto del eje X vale

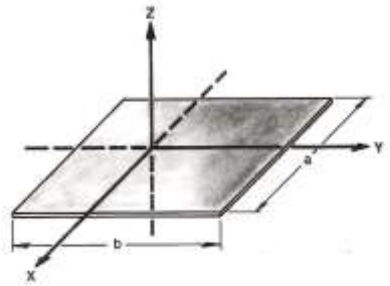
1) $0{,}25.10^{-4}$ kg m^2 2) $1{,}25.10^{-4}$ kg m^2 3) $2{,}25.10^{-4}$ kg m^2 4) $3{,}25.10^{-4}$ kg m^2

Teorema del eje perpendicular. Por simetría, el m.d.i. respecto de los ejes X e Y, son iguales

$$I_Z = I_X + I_Y = 2I_X \Rightarrow I_X = \frac{I_Z}{2} = \frac{1}{4}MR^2 = \frac{1}{4}0{,}25\cdot\left(6.10^{-2}\right)^2 = 2{,}25.10^{-4}\ \text{kg m}^2$$

Opción 3

13.- La figura inferior representa una plancha de masa M = 0,20 kg, siendo a= 20 cm y b= 30 cm. El espesor de la plancha se considera despreciable. El eje Z es perpendicular a la plancha en su centro geométrico



Los momentos de inercia, respecto a los ejes Z y X valen respectivamente.

1) $I_Z = 4{,}50.10^{-4}\,kg.m^2$; $I_X = 5{,}88.10^{-4}\,kg\,m^2$

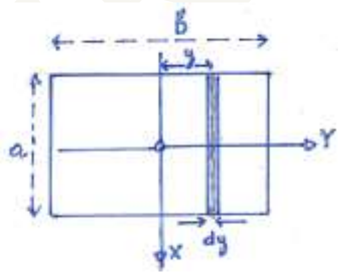
2) $I_Z = 2{,}17.10^{-3}\,kg.m^2$; $I_X = 4{,}50.10^{-4}\,kg\,m^2$

3) $I_Z = 5{,}88.10^{-4}\,kg.m^2$; $I_X = 1{,}50.10^{-3}\,kg\,m^2$

4) $I_Z = 2{,}17.10^{-3}\,kg.m^2$; $I_X = 1{,}50.10^{-3}\,kg\,m^2$

Cálculo de I_X

En la figura inferior se representa una vista de la plancha en el plano XY



$$I_X = \int dm \cdot y^2 = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{M}{a \cdot b}\, a\, dy \cdot y^2 = \frac{M}{b}\left.\frac{y^3}{3}\right|_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} = \frac{M}{3b}\left[\frac{b^3}{8} - \left(\frac{-b}{2}\right)^3\right] = \frac{M}{3b}\frac{b^3}{4} = \frac{M\,b^2}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad I_X = \frac{0{,}20 \cdot \left(30.10^{-2}\right)^2}{12} = 1{,}50.10^{-3}\,kg\,m^2$$

Utilizando el mismo razonamiento $I_Y = \frac{M\,a^2}{12} = \frac{0{,}20 \cdot \left(20.10^{-2}\right)^2}{12} = 0{,}67.10^{-3}\,kg\,m^2$

$$I_Z = I_X + I_Y = (1{,}50 + 0{,}67).10^{-3} = 2{,}17.10^{-3}\,kg\,m^2 \qquad \textbf{Opción 4}$$

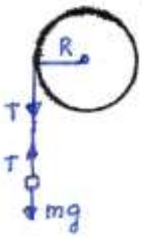
14.- *Una fuerza de 4 N aplicada tangencialmente a un disco homogéneo de masa m= 4 kg y radio R= 2,0 m, lo hace girar alrededor del eje perpendicular al disco y que pasa por su centro, con una aceleración angular de*

1) $1\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^{-2}}$ 2) $2\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^{-2}}$ 3) $\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^{-2}}$ 4) $4\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^{-2}}$

$$\left|\vec{M}\right| = I\left|\alpha\right| \;\Rightarrow\; \left|\alpha\right| = \frac{\left|\vec{M}\right|}{I} = \frac{F\,R}{I} = \frac{F\,R}{\frac{1}{2}m\,R^2} = \frac{2\,F}{m\,R} = \frac{2\cdot 4}{4\cdot 2} = 1\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$ **Opción1**

15.- *El disco de la figura tiene una masa M= 10 kg, un radio R= 26 cm y la masa que cuelga de la cuerda m=0,22 kg. La masa de la cuerda es despreciable. El módulo de la aceleración angular de la rueda es:*

1) $1{,}0\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$ 2) $1{,}52\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$ 3) $2{,}52\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$ 4) $3{,}52\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$



La tensión de la cuerda hace girar al disco

$$T \cdot R = I\alpha \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{T \cdot R}{I} = \frac{T \cdot R}{\frac{1}{2}MR^2} = \frac{2T}{MR} \quad ; \quad mg - T = ma = m\alpha R \;\Rightarrow T = m(g - \alpha R)$$

$$\alpha = \frac{2m(g - \alpha R)}{MR} \Rightarrow MR\alpha + 2m\alpha R = 2mg \;\Rightarrow$$

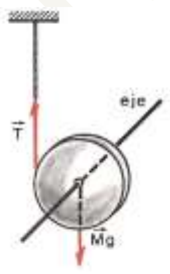
$$\alpha = \frac{2mg}{MR + 2mR} = \frac{2 \cdot 0{,}22 \cdot 9{,}8}{10 \cdot 0{,}26 + 2 \cdot 0{,}22 \cdot 0{,}26} = 2{,}52 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \qquad \textbf{Opción 3}$$

16.- La figura inferior representa un disco que lleva una cuerda enrollada. Si el disco se deja en libertad, la cuerda comienza a desenrollarse y el disco gira alrededor de un eje imaginario perpendicular a él que pasa por su centro y desciende en vertical. La masa del disco es M y su radio R .

La aceleración del centro de masas del disco es:

1) g *2)* $\frac{1}{2}g$ *3)* $\frac{1}{3}g$ *4)* $\frac{2}{3}g$

Aplicamos la segunda ley de Newton de la traslación $Mg - T = Ma_{CM}$

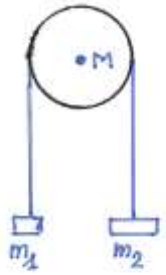


Aplicamos la ley de Newton de la dinámica de rotación

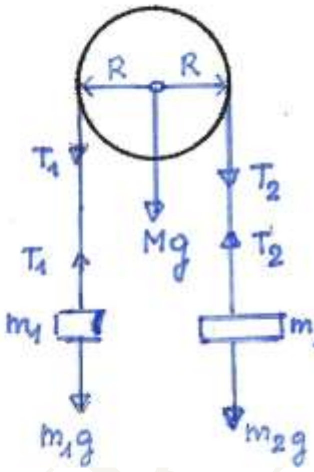
$$T \cdot R = I\alpha \;\Rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2}MR^2 \frac{a_{CM}}{R} \;\Rightarrow T = \frac{1}{2}Ma_{CM}$$

$$Mg - \frac{1}{2}Ma_{CM} = Ma_{CM} \;\Rightarrow g = \frac{3}{2}a_{CM} \;\Rightarrow\; a_{CM} = \frac{2}{3}g \qquad \textbf{Opción 4}$$

17.- En la figura inferior la masa m_1= 0,200 kg y la masa m_2= 0,240 kg. La polea tiene una masa M = 0,800 kg y un radio R = 6,0 cm. La masa de la cuerda es despreciable. Si el sistema se deja en libertad, la aceleración angular de la polea vale



1) $6{,}8\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ 2) $7{,}8\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ 3) $8{,}8\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ 4) $3{,}0\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$



La cuerda no desliza sobre la garganta de la polea, por tanto, la aceleración de la cuerda y las masas vale a= α R

$$T_2 \cdot R - T_1 R = I\alpha = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \alpha \;\Rightarrow\; T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M \cdot R\;\alpha \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{2(T_2 - T_1)}{M R}$$

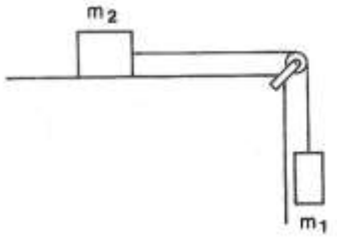
$$m_2 g - T_2 = m_2 a \quad ; \quad T_1 - m_1 g = m_1 a \Rightarrow \; T_2 - T_1 = m_2 g - m_2 a - (m_1 a + m_1 g) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; T_2 - T_1 = g(m_2 - m_1) - a(m_2 + m_1) \;\Rightarrow\; \alpha M R = 2 g(m_2 - m_1) - 2\alpha R(m_2 + m_1) \Rightarrow$$

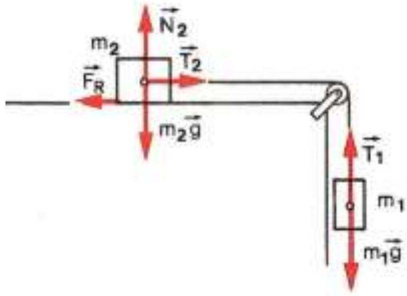
$$\Rightarrow \alpha\left[M R + 2 R(m_2 + m_1)\right] = 2 g(m_2 - m_1) \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{2(m_2 - m_1)}{R\left[M + 2(m_2 + m_1)\right]} g \;\Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{2(0{,}240 - 0{,}200)}{6.10^{-2}(0{,}800 + 2(0{,}240 + 0{,}200))} 9{,}8 = 7{,}8\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \qquad \textbf{Opción 2}$$

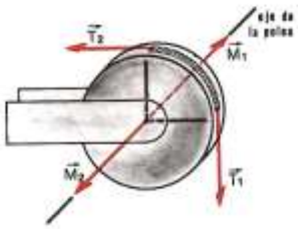
18.- En el sistema de la figura inferior m_1=0,200 kg, m_2= 0,240 kg, la masa de la polea M = 0,050 kg, el coeficiente de rozamiento entre la masa m_2 y la mesa $\mu = 0{,}4$. *La cuerda tiene masa despreciable. La aceleración lineal de las masas es:*



1) $0{,}22\,\frac{m}{s^2}$ 2) $0{,}32\,\frac{m}{s^2}$ 3) $0{,}42\,\frac{m}{s^2}$ 4) $0{,}52\,\frac{m}{s^2}$



$$m_1 g - T_1 = m_1 a \quad ; \quad T_2 - F_R = m_2 a \Rightarrow T_2 - \mu m_2 g = m_2 a \Rightarrow$$
$$\Rightarrow T_1 - T_2 = m_1 g - m_1 a - (m_2 a + \mu m_2 g)$$

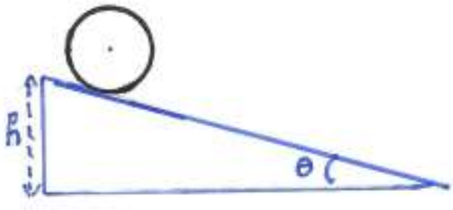


$$T_1 R - T_2 R = I\alpha = I\frac{a}{R} \quad \Rightarrow R\left[g(m_1 - \mu m_2) - a(m_1 + m_2)\right] = I\,\frac{a}{R} = \frac{1}{2} MR\,a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g(m_1 - \mu m_2) = a(\frac{1}{2}M + m_1 + m_2) \Rightarrow \quad a = \frac{m_1 - \mu m_2}{\frac{1}{2}M + m_1 + m_2} g \quad \Rightarrow$$

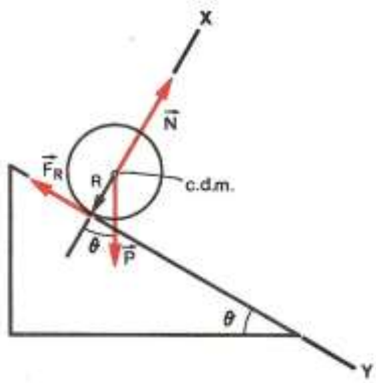
$$\Rightarrow \quad a = \frac{0{,}200 - 0{,}4 \cdot 0{,}240}{\frac{0{,}050}{2} + 0{,}200 + 0{,}240} = 0{,}22\,\frac{m}{s^2}$$ **Opción 1**

19.-Un disco homogéneo de masa M= 0,4 kg y radio R = 5 cm, rueda, a partir del reposo, por un plano inclinado de ángulo θ = 8º y altura h = 20 cm.



La velocidad del centro de masas del disco al llegar al final del plano inclinado vale

1) $0,4\frac{m}{s}$ 2) $0,8\frac{m}{s}$ 3) $1,2\frac{m}{s}$ 4) $1,6\frac{m}{s}$



Movimiento de traslación $P\,\text{sen}\,\theta - F_R = M\,a_{CM} \Rightarrow M\,g\,\text{sen}\,\theta - F_R = M\,a_{CM}$

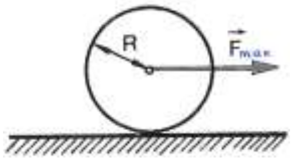
Movimiento de rotación $F_R \cdot R = I\,\alpha = \frac{1}{2}\,M\,R^2\,\frac{a_{CM}}{R} \Rightarrow F_R = \frac{1}{2}M\,a_{CM}$

$$M\,g\,\text{sen}\,\theta - \frac{1}{2}M\,a_{CM} = M\,a_{CM} \Rightarrow a_{CM} = \frac{2\,g\,\text{sen}\,\theta}{3}$$

$$L = \frac{h}{\text{sen}\,\theta} = \frac{1}{2}a_{CM}t^2 \quad ; \quad v_F = a_{CM}t = a_{CM}\sqrt{\frac{2h}{\text{sen}\,\theta \cdot a_{CM}}} \Rightarrow$$

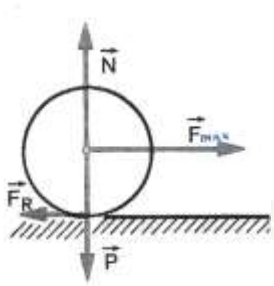
$$\Rightarrow v_F = \sqrt{\frac{2h}{\text{sen}\,\theta}\cdot\frac{2\,g\,\text{sen}\,\theta}{3}} = \sqrt{\frac{4}{3}g\,h} = \sqrt{\frac{4}{3}9,8\cdot 20.10^{-2}} = 1,6\frac{m}{s} \quad \textbf{Opción 4}$$

20.- La figura inferior corresponde a un rodillo de forma cilíndrica y homogéneo, su masa M= 2,0 kg y su radio R=4,0 cm, el cual rueda por un suelo horizontal. En su centro de masa está aplicada una fuerza F_{max} , tal que si se supera esa fuerza el rodillo rueda y desliza. El coeficiente de rozamiento del rodillo con el suelo es μ = 0,1.



El valor de la fuerza máxima es:

1) 1,9 N 2) 3,9 N 1) 5,9 N 1) 7,9 N



Movimiento de traslación $F_{max} - F_R = M\,a_{CM} \Rightarrow$

Mientras que rueda y no deslice, se verifica que $a_{CM} = \alpha\,R$

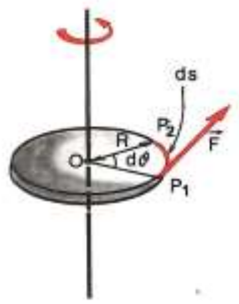
Movimiento de rotación

$$F_R \cdot R = I_{CM}\ \alpha = \frac{1}{2}\,M\,R^2\,\frac{a_{CM}}{R} \Rightarrow F_R = \frac{1}{2}M\,a_{CM} = \frac{1}{2}(F_{max} - F_R) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{max} = 3\,F_R = 3\,\mu\,N = 3\,\mu\,M\,g = 3 \cdot 0{,}1 \cdot 2{,}0 \cdot 9{,}8 = 5{,}9\ \text{N}$$ **Opción 3**

21) Sobre un disco uniforme de radio R= 6 cm actúa una fuerza F = 8 N en su borde en dirección tangencial. El disco pude girar alrededor de un eje perpendicular que pasa por su centro de masas. El disco parte del reposo y da 20 vueltas, el trabajo efectuado por la fuerza es.

1) 60,3 J 2) 40,3 J 3) 20,3 J 4) 10,3 J



$$\tau = \int_0^{\vartheta} F\,ds\cos 0^o = \int_0^{20\cdot 2\cdot\pi} F\cdot R\,d\vartheta = 8\cdot 6.10^{-2}\,40\pi = 60{,}3\ \text{J}$$ **Opción 1**

22.- El péndulo de un reloj consta de una varilla homogénea de masa m = 0,48 kg y longitud L = 0,40 m, en uno de sus extremos lleva un disco cilíndrico de radio r = 0,050 m y masa M=1,20 kg, siendo su espesor despreciable. El eje de rotación es perpendicular a la varilla y está en la parte superior de la misma. El momento de inercia del péndulo vale

1) $0{,}171\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 2) $0{,}271\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 3) $0{,}371\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 4) $0{,}471\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$

Momento de inercia de la varilla

$$I_V = \int_0^{0,40} dm\cdot x^2 = \int_0^{0,40} \frac{m}{L}\cdot dx\cdot x^2 = \frac{m}{L}\cdot\frac{x^3}{3}\Bigg|_0^{0,40} = \frac{0{,}48}{0{,}40}\cdot\frac{0{,}40^3}{3} = 2{,}56.10^{-2}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

Momento de inercia del disco

$$I_D = I_{CM} + Md^2 = \frac{1}{2}1{,}20\cdot 0{,}05^2 + 1{,}20\left(0{,}40+0{,}05\right)^2 = 0{,}245\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

$$I_{pendulo} = 2{,}56.10^{-2} + 0{,}245 = 0{,}271\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$$ **Opción 2**

23) Un cilindro y un aro tienen la misma masa y el mismo radio. Sus momentos de inercia son: $I_C = \frac{1}{2} MR^2$; $I_A = MR^2$*.Se colocan ambos en lo alto de un plano inclinado de altura h, ambos ruedan por el plano inclinado. Al final del recorrido la relación entre las velocidades de los centros de masas del cilindro al aro es:*

1) 2 2) $\sqrt{3}$ 3) $2\sqrt{3}$ 4) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

En la rodadura se verifica $v_{CM} = \omega R$

$$\frac{1}{2} I_C^2\, \omega_C^2 + \frac{1}{2} M v_{CMC}^2 = \frac{1}{2} I_A^2\, \omega_A^2 + \frac{1}{2} M v_{CMA}^2 \Rightarrow \frac{1}{2} MR^2 \frac{v_{CMC}^2}{R^2} + M v_{CMC}^2 = MR^2 \frac{v_{CMA}^2}{R^2} + M v_{CMA}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_{CMC}^2 + v_{CMC}^2 = v_{CMA}^2 + v_{CMA}^2 \Rightarrow \frac{3}{2} v_{CMC}^2 = 2\, v_{CMA}^2 \Rightarrow \frac{v_{CMC}^2}{v_{CMA}^2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{v_{CMC}}{v_{CMA}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Opción 4

24) Dos barras A y B están hechas con el mismo material, tienen la misma sección, la longitud de la barra A es el doble de la barra B. La relación entre los momentos de inercia de la barra A a la B respecto a un eje perpendicular a las mismas y que pasa por su centro de masas vale.

1) 8 2) 6 3) 4 4) 2

Sea ρ la densidad másica de las barras

$$M_B = S L \rho \quad \Rightarrow I_B = k\, M_B L^2 = k S \rho\, L^3 \quad ;$$

$$M_A = S \cdot 2 L \rho \quad \Rightarrow I_A = k\, M_A (2L)^2 = k\, S \cdot 2L\, \rho\, 4 \cdot L^2 \quad \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{k S \rho\, 8 L^3}{k S \rho\, L^3} = 8$$

Opción1

25) El momento de inercia de una barra homogénea respecto de un eje que pasa por su extremo es $I = \frac{1}{3} ML^2$*. Si la barra se deja caer libremente desde la posición horizontal, pivotando sobre un extremo, la velocidad del centro de masas cuando pasa por la posición vertical vale:*

1) $\sqrt{\frac{3gL}{4}}$ 2) $\sqrt{\frac{gL}{4}}$ 3) $\sqrt{2gL}$ 4) $2\sqrt{gL}$

$$E_C = E_P \Rightarrow \frac{1}{2} I \omega^2 = M g \frac{L}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} M L^2 \omega^2 = M g \frac{L}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} L \omega^2 = g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} L \left(\frac{v_{CM}}{\frac{L}{2}} \right)^2 = g \Rightarrow \frac{4}{3} v_{CM}^2 = gL \Rightarrow v_{CM} = \sqrt{\frac{3 g L}{4}}$$

Opción1