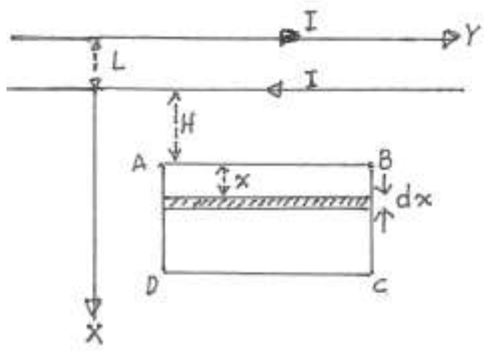
Inducción electromagnética. Solucionario

1.- En la figura inferior están situados dos conductores muy largos, uno sobre el eje Y, el otro es paralelo al anterior, por ambos circula la misma intensidad de corriente I= 10 A, pero en sentido contrario. La distancia entre los conductores el L = 8 cm. Las dimensiones de la espira rectangular ABCD son: AB = a =10 cm y BC = b = 5 cm.



Los conductores y la espira están en el plano XY. El lado AB de la espira dista H= 9 cm del conductor más próximo a ella. El flujo magnético que atraviesa la espira vale:

1) $3{,}6.10^{-8}$ Wb 2) $2{,}6.10^{-8}$ Wb 3) $1{,}6.10^{-8}$ Wb 4) $0{,}6.10^{-8}$ Wb

El campo B_1 del conductor más cercano es perpendicular a la espira y tiene la dirección y sentido del eje Z positivo, por lo que forma con el vector superficie un ángulo de 0º. El campo B_2 del conductor más lejano es perpendicular a la espira con la dirección y sentido del eje Z negativo, forma con la superficie un ángulo de 180º

El flujo magnético que atraviesa la tira rectangular de longitud 10 cm y espesor dx vale

$$d\Phi = \left(\vec{B}_1 + \vec{B}_2\right)\cdot d\vec{S} \Rightarrow d\Phi = (B_1 - B_2)\cdot dS = \left(\frac{\mu_o I}{2\pi(H+x)} - \frac{\mu_o I}{2\pi(H+x+L)}\right)\cdot AB\cdot dx \Rightarrow$$

$$\Phi = \int_H^{H+b} \frac{\mu_o I}{2\pi(H+x)}\cdot AB\cdot dx - \int_{H+L}^{H+b+L} \frac{\mu_o I}{2\pi(H+x+L)}\cdot AB\cdot dx$$

Cambio de variable en la primera integral H+ x = p $\Rightarrow dx = dp$

$$\frac{\mu_o I\cdot AB}{2\pi}\int_H^{H+b}\frac{dx}{H+x} = \frac{\mu_o I\cdot AB}{2\pi}\int_H^{H+b}\frac{dp}{p} = \frac{\mu_o I\cdot AB}{2\pi}\ln p\Big|_H^{H+b} = \frac{\mu_o I\cdot AB}{2\pi}\left[\ln(H+b) - \ln H\right] =$$

$$= \frac{\mu_o I\cdot AB}{2\pi}\ln\frac{H+b}{H}$$

Cambio de variable en la segunda integral H+ x+L = q $\Rightarrow dx = dq$

$$\frac{\mu_o I \cdot AB}{2\pi}\int_{H+L}^{H+b+L}\frac{dx}{H+x+L}=\frac{\mu_o I \cdot AB}{2\pi}\int_{H+L}^{H+b+L}\frac{dq}{q}=\frac{\mu_o I \cdot AB}{2\pi}\ln q\Big|_{H+L}^{H+b+L}=$$

$$\frac{\mu_o I \cdot AB}{2\pi}\left[\ln(H+b+L)-\ln(H+L)\right]==\frac{\mu_o I \cdot AB}{2\pi}\ln\frac{H+b+L}{H+L}$$

$$\Phi=\frac{\mu_o I\cdot a}{2\pi}\ln\frac{H+b}{H}-\frac{\mu_o I\cdot a}{2\pi}\ln\frac{H+b+L}{H+L}$$

$$\Phi=\frac{4\pi.10^{-7}\cdot 10\cdot(10.10^{-2})}{2\pi}\ln\frac{9+5}{9}-\frac{4\pi.10^{-7}\cdot 10\cdot(10.10^{-2})}{2\pi}\ln\frac{9+5+8}{9+8}$$

$$\Phi=2.10^{-7}\cdot(0{,}44-0{,}26)=3{,}6.10^{-8}\,\text{Wb}\qquad \textbf{Opción1}$$

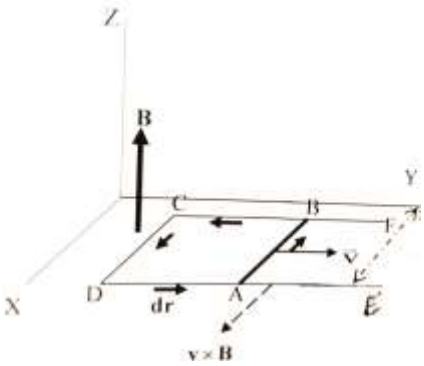
2.- Un anillo conductor de diámetro d=0,10 m está situado en un campo magnético de 1,3 T perpendicular al plano del conductor. En un tiempo Δt = 0,05 s, el anillo se convierte en dos anillos de diámetros $d_1=\frac{1}{8}d$ *y* $d_2=\frac{7}{8}d$*. La inducción magnética media que aparece en el circuito es:*

1) 0,022 V 2) 0,045 V 3) 0,038 V 4) 0,22 V

$$S_I=\frac{\pi d^2}{4}\quad;\quad S_F=\frac{\pi}{4}\left(\frac{d^2}{64}+\frac{49d^2}{64}\right)=\frac{\pi d^2}{4}\cdot\frac{50}{64}\Rightarrow\Delta S=\frac{\pi d^2}{4}\left(\frac{50}{64}-1)\right)=-\frac{\pi d^2}{4}\frac{7}{32}$$

$$\varepsilon=-\frac{B\cdot\Delta S}{\Delta t}=\frac{1{,}3\cdot\frac{\pi\cdot 0{,}10^2\cdot 7}{128}}{0{,}05}=0{,}045\,\text{V}\qquad\textbf{Opción2}$$

3.- En el dispositivo de la figura AB es una varilla conductora de longitud L= 1 m la cual se apoya sobre el conductor fijo FCDE.



En el espacio hay un campo magnético constante $\vec{B} = 0{,}6\,\vec{k}$.La varilla se desplaza con velocidad $\vec{v} = 2\,\vec{j}\ \dfrac{m}{s}$. La fuerza electromotriz inducida vale:

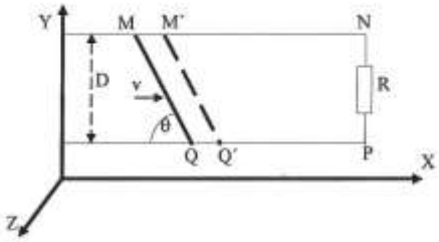
1) -6 V 2) - 2V 3) -0,3 V 4) -0,12 V

Las corrientes inducidas siempre se oponen a las causas que las crean, que en este caso es el movimiento con velocidad v de la varilla. La corriente eléctrica que aparece en el circuito está dirigida desde B hacia A, la razón es que está corriente determina que aparezca una fuerza sobre la varilla, en sentido contrario de la velocidad $\vec{F} = I\,\vec{\ell} \times \vec{B} = I \cdot L\,\vec{i} \times B\,\vec{k} = I\,L\,B(-\vec{i})$, luego para mantener la velocidad constante se ha de aplicar una fuerza de sentido contrario a $\vec{F}$ y de módulo igual a $I\,\ell\,B$

En la posición de la figura el flujo vale $\Phi_I = \vec{B} \bullet \vec{S} = B\,S_{ABCD}$ Transcurrido un tiempo Δt el flujo es $\Phi_F = \vec{B} \bullet \vec{S}' = B(S_{ABCD} + L v\,\Delta t) \Rightarrow \varepsilon = -\dfrac{\Phi_f - \Phi_I}{\Delta t} = -B\,L\,v = -0{,}6 \cdot 1 \cdot 2 = -0{,}12\,V$

Esta fuerza electromotriz es la que crea una corriente eléctrica en el circuito en el sentido BADCB. **Opción 4**

4.- Una barra conductora MQ tiene una resistencia eléctrica $\rho = 3{,}00\frac{\Omega}{m}$, *una longitud L= 0,60 m y se desplaza con una velocidad* $\vec{v} = 0{,}80\,\vec{j}\ \ m/s$, *apoyándose en dos conductores paralelos cuya resistencia es R=0,5 Ω.*



Existe un campo magnético constante $\vec{B} = 1{,}2\vec{k}\ T$*.El ángulo θ= 40º se mantiene constante en el desplazamiento de la barra. En el tiempo t=0 la barra ocupa la posición MQ y un cierto tiempo posterior Δt la posición M'Q'. La intensidad de la corriente que circula por la barra, expresada en miliamperios, vale:*

1) 87 2)187 3) 287 4) 387

En el tiempo t=0 la superficie inicial es MNPQ, en el tiempo t+Δt= Δt la superficie es M'N P Q'.La variación de superficie es MM'Q'Q = Base · altura = v · Δt ·L· sen θ

$$\varepsilon = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = B\,v\,L\,\mathrm{sen}\,\theta = 1{,}2\,T\cdot 0{,}8\frac{m}{s}\cdot 0{,}60\,m\cdot 0{,}745 = 0{,}429\,V$$

$$I = \frac{\varepsilon}{\sum R} = \frac{0.429}{0{,}5 + (3\cdot 0{,}60)} = 0{,}187\,A = 187\,mA \quad \textbf{Opción 2}$$

5.- Una espira rectangular OABC se encuentra situada en tiempo t=0 en la posición indicada en la figura 1, al cabo de un tiempo dt se ha desplazado con una velocidad $\vec{v} = 5{,}0\,\vec{j}\ \mathrm{m/s}$ *y en ese instante ocupa la posición en la que la arista OA dista del eje z una distancia v dt. (figura 2)*

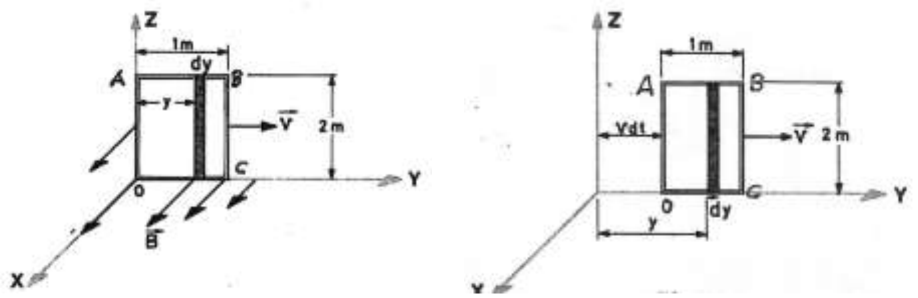


Fig1 *Fig. 2*

Existe un campo magnético variable $\vec{B} = (2-y)\,\vec{i}$. *La fuerza electromotriz inducida en el circuito entre ambas posiciones es*

1) 2V 2) 5V 3) 7V 4) 10V

Flujo magnético en la posición inicial

$$\Phi_I = \int_0^1 \vec{B}\bullet d\vec{S} = \int_0^1 \vec{B}\bullet d\vec{S} = \int_0^1 (2-y)\cdot 2\,dy = \left| 4y - \frac{2y^2}{2} \right|_0^1 = 3\,\mathrm{Wb}$$

Flujo magnético en la posición final

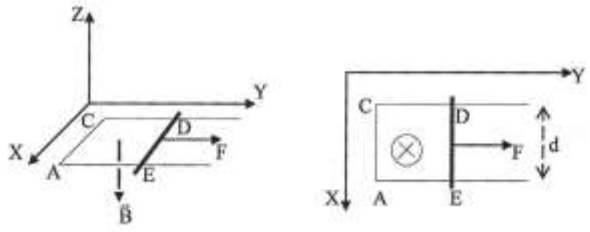
$$\Phi_F = \int_0^1 \vec{B}\bullet d\vec{S} = \int_{vdt}^{1+vdt} \vec{B}\bullet d\vec{S} = \int_{vdt}^{1+vdt} (2-y)\cdot 2\,dy = \left| 4y - \frac{2y^2}{2} \right|_{vdt}^{1+vdt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi_F = 4(1+v\,dt) - (1+v\,dt)^2 - \left[4v\,dt - (v\,dt)^2\right] =$$

$$= 4 + 4v\,dt - 1^2 - (v\,dt)^2 - 2v\,dt - 4v\,dt + (v\,dt)^2 \Rightarrow \qquad \Phi_F = 3 - 2v\,dt$$

$$\varepsilon = -\frac{\Phi_F - \Phi_I}{dt} = -\frac{3 - 2v\,dt - 3}{dt} = 10\mathrm{V}$$ **Opción 4**

6.- Una barra conductora DE de resistencia R= 4 Ω y masa m= 1,00 kg, se desplaza sobre unos conductores fijos en forma de U separados una distancia ℓ =d=1,90 m. los cuales son de resistencia despreciable. Sobre la barra DE actúa una fuerza aplicada F= 4,00 N.



Entre la barra DE y los conductores fijos actúa una fuerza de rozamiento de F_R=0,5 N. Existe un campo magnético uniforme $\vec{B}=-0{,}6\,\vec{k}\,T$. *Inicialmente la barra está parada. La velocidad de la barra a t=1,4 segundos es:*

1) $v = 0{,}94\,\frac{m}{s}$ 2) $v = 2{,}94\,\frac{m}{s}$ 3) $v = 3{,}94\,\frac{m}{s}$ 4) $v = 2{,}00\,\frac{m}{s}$

Sobre la barra actúan en la dirección del eje Z, el peso y la fuerza de reacción de sentido contrario al peso. Estas fuerzas son perpendiculares a la dirección del movimiento y no se den considerar en la resolución de la cuestión, motivo por el cual no figuran en el dibujo

Fuerzas que intervienen sobre la barra son: F , F_R y la fuerza magnética inducida F_M .

$\vec{F}_M = I\,\vec{\ell}\times\vec{B}$, El sentido de I en la barra es de E hacia D, para que la fuerza $\vec{F}_M$ sea contraria a la fuerza aplicada F, ya que si fuese en sentido contrario podríamos obtener electricidad sin gasto de otra energía. $\vec{F}_M = I\,\ell(-\vec{i})\times B\,(-\vec{k}) = I\,\ell\,B\,(-\vec{j})$.
En un tiempo dt, cuando la velocidad de la barra es v, el aumento de superficie vale $dS = \ell\,v\,dt$

$$\varepsilon = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{B\,dS}{dt} = B\,\ell\,v \;\Rightarrow\; I = \frac{B\,\ell\,v}{R} \quad \Rightarrow \ell = d$$

$$\left|\vec{F}_M\right| = I\,\ell\,B = \frac{B^2\,\ell^2\,v}{R} = \frac{B^2\,d^2\,v}{R} = \frac{0{,}6^2\cdot 1{,}90^2}{4}\,v = 0{,}325\,v \;\; N$$

$$F - F_M - F_R = m\frac{dv}{dt} \;\Rightarrow\; 4 - 0{,}325\;v - 0{,}5 = 1{,}00\frac{dv}{dt} \Rightarrow 3{,}5 - 0{,}325\,v = \frac{d\,v}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int dt = \int \frac{dv}{3{,}5 - 0{,}325\,v}$$

Para resolver la integral hacemos el cambio de variable

$$3{,}5 - 0{,}325\,v = p \quad \Rightarrow -0{,}325\ dv = dp \quad \Rightarrow dv = -\frac{dp}{0{,}325} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int \frac{dv}{3{,}5 - 0{,}325\,v} = -\int \frac{1}{0{,}325}\frac{dp}{p} = -\frac{1}{0{,}325}\ \ln p = -\frac{1}{0{,}325}\ \ln(3{,}5 - 0{,}325\,v)$$

$$t = -\frac{1}{0{,}325}\ \ln(3{,}5 - 0{,}325\,v) + Cte\ , \quad \text{cuando } t = 0, v = 0 \quad \Rightarrow Cte = \frac{1}{0{,}325}\ln 3{,}5$$

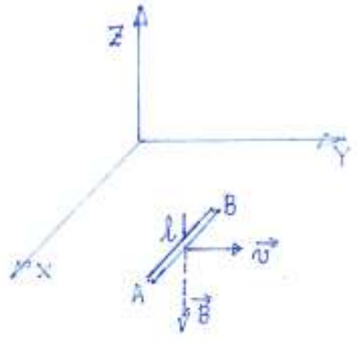
$$t = -\frac{1}{0{,}325}\ \ln(3{,}5 - 0{,}325\,v) + \frac{1}{0{,}325}\ln 3{,}5 \quad \Rightarrow \quad 0{,}325\,t = \ln\frac{3{,}5}{3{,}5 - 0{,}325\,v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{0{,}325t} = \frac{3{,}5}{3{,}5 - 0{,}325\,v} \Rightarrow 3{,}5 - 0{,}325\,v = \frac{3{,}5}{e,^{0{,}325\,t}} \Rightarrow \quad 0{,}325\,v = 3{,}5 - \frac{3{,}5}{e^{0{,}325\,t}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 0{,}325\,v = 3{,}5\ (1 - e^{-0{,}325\,t}) \Rightarrow \qquad v = 10{,}77\,(1 - e^{-0{,}325\,t})$$

$$v_{1,4} = 10{,}77\,(1 - e^{-0{,}325\cdot 1{,}4}) = 3{,}94\ \frac{m}{s} \qquad \textbf{Opción 3}$$

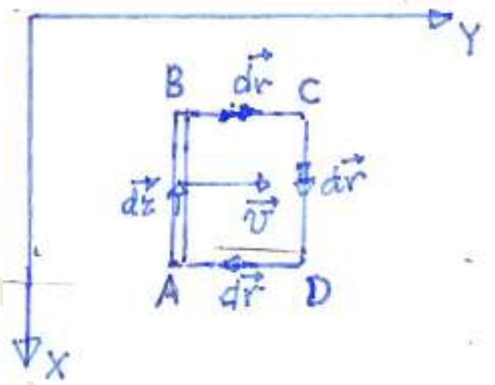
7.- Una varilla metálica de longitud $\ell = 1{,}5\,\mathrm{m}$ *se coloca en un campo magnético constante*
$\vec{B} = -0{,}2\,\vec{k}\,\mathrm{T}$. *La varilla se desplaza con una velocidad* $\vec{v} = 10\,\vec{j}$ *m/s*



La fuerza electromotriz inducida es:

1) 2 V 2) 3 V 3) 4 V 4) 5 V

$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} \;\;\Rightarrow\;\; \dfrac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \times \vec{B} = \vec{E}_m$ La varilla conductora tiene electrones libres que se desplazan en sentido contrario al campo, esto es, hacia el extremo A y reproduce a consecuencia de ello una carga positiva en el extremo B.



En la figura, vista desde el eje z positivo, le hemos añadido un rectángulo ABCD que es de un material no conductor

$\oint \vec{E}_m \cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{E}_m \cdot d\vec{r} + \int_B^C \vec{E}_m \cdot d\vec{r} + \int_C^D \vec{E}_m \cdot d\vec{r} + \int_D^A \vec{E}_m \cdot d\vec{r}$ Las tres últimas integrales son nulas pues no hay cargas en esos tres recorridos.

$$\oint \vec{E}_m \cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{E}_m \cdot d\vec{r} = \int_A^B \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{r} = \int_A^B \left[10\,\vec{j} \times (-0{,}2\,\vec{k})\right] \cdot (-dr\,\vec{i}) = \int_A^B (-2\,\vec{i}) \cdot (-dr\,\vec{i}) = \left|2\,r\right|_A^B \Rightarrow$$

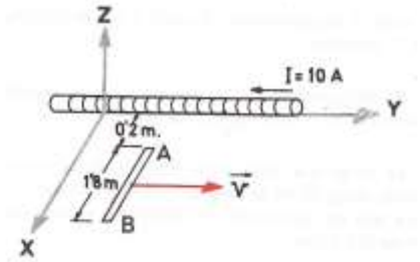
$$\Rightarrow \quad \varepsilon = 2\,(r_B - r_A) = 2\,\ell = 3\mathrm{V}$$

Se puede resolver también la prueba por la ecuación

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_F - \Phi_I}{\Delta t} = -\frac{B\,A_F - BA_I}{\Delta t} = -\frac{B(-\ell\, v\,\Delta t)}{\Delta t} = B\,\ell\, v = 0{,}2\cdot 1{,}5\cdot 10 = 3\text{V}$$

Opción 2

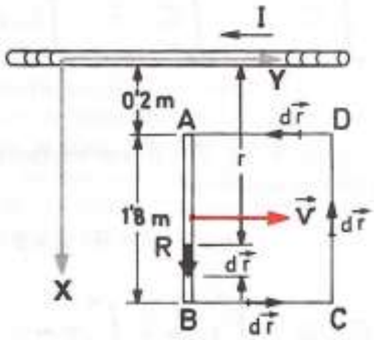
8.- En la figura la barra conductora AB se desplaza con una velocidad $\vec{v} = 5\,\vec{j}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.
Sobre el eje está situado un conductor rectilíneo de gran longitud por el que circula una corriente constante I= 10 A.



La fuerza electromotriz inducida en la varilla es:

1) $0{,}3.10^{-5}$ V 2) $1{,}3.10^{-5}$ V 3) $2{,}3.10^{-5}$ V 4) $3{,}3.10^{-5}$ V

El campo magnético que crea el conductor es variable es mayor en el extremo A y menor en el extremo B, ya que su módulo es $B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$, siendo r una magnitud variable que se extiende desde 0,2 m a 1,8 m, tal como se indica en la figura inferior



.

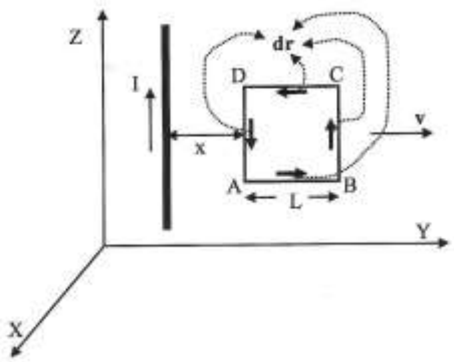
El campo creado de la corriente I es perpendicular al plano XY y dirigido hacia el eje Z positivo. Esto supone que los electrones de la barra se acumulen en A, quedando ese extremo negativo y el exremo B positivo.

$$\vec{F} = q\,(\vec{v}\times\vec{B}) = -q_{\text{electrón}}(v\vec{j}\times\frac{\mu_o I}{2\pi r}\vec{k}) = q_{\text{electrón}}\frac{\mu_o I\,v}{2\pi r}(-\vec{i})$$

$$\int_A^B(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{r} = \int_A^B\left(v\,\vec{j}\times\frac{\mu_o I}{2\pi r}\vec{k}\right)\cdot dr\,\vec{i} = \int_A^B\left(\frac{\mu_o I\,v}{2\pi r}\,\vec{i}\right)\cdot\, dr\,\vec{i} = \int_A^B\frac{\mu_o I\,v}{2\pi}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_o I\,v}{2\pi}\ln\frac{2}{0{,}2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \varepsilon = \frac{4\pi.10^{-7}\cdot 10\cdot 5}{2\pi}\ln 10 = 2{,}3.10^{-5}\ \text{V} \qquad \textbf{Opción 3}$$

9.- Una espira cuadrada de longitud cuyo lado mide L=40 cm , está situada en el plano XY. Un conductor recto de longitud infinita se encuentra en el plano XY a una distancia x= 1,00 m del lado DA. La intensidad que circula por el conductor recto es I = 10 A



La espira se desplaza con una velocidad $\vec{v} = 3\,\vec{j}\ \text{m/s}$. *La fuerza electromotriz inducida en el cuadro es:*

1) $-6{,}86.10^{-7}\,\text{V}$ 2) $-5{,}86.10^{-7}\,\text{V}$ 3) $-4{,}86.10^{-7}\,\text{V}$ 4) $-3{,}86.10^{-7}\,\text{V}$

El campo magnético que crea el conductor rectilíneo es, por la regla de la mano derecha, perpendicular al plano ZY, con la dirección del eje X y sentido negativo

$\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$ forma un ángulo de cero grados con respecto $d\vec{r}$ del lado BC

$\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$ forma un ángulo de 90º grados con $d\vec{r}$ del lado CD $\Rightarrow (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{r} = 0$

$\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$ forma un ángulo de 180º grados con $d\vec{r}$ del lado DA

$\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$ forma un ángulo de 90º grados con $d\vec{r}$ del lado AB $\Rightarrow (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{r} = 0$

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_m \cdot d\vec{r} = \oint \frac{\vec{F}}{q}\cdot d\vec{r} = \oint \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{r} = \int_B^C vB\ dr + \int_D^A -vB\ dr = vB_{BC}L - vB_{DA}L \Rightarrow$$

$$\varepsilon = v\frac{\mu_o I}{2\pi\ (x+L)}L - v\frac{\mu_o I}{2\pi\ x}L = \frac{v\mu_o I\,L}{2\pi}\left(\frac{1}{x+L} - \frac{1}{x}\right) = \frac{\mu_o I\,L\,v}{2\pi}\left[\frac{-L}{x(x+a))}\right] = -\frac{\mu_o I\,L^2 v}{2\pi}\,\frac{1}{x\,(x+L)}$$

$$\varepsilon = -\frac{4\,\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10\cdot 0{,}4^2\cdot 3}{2\,\pi}\,\frac{1}{1\cdot 1{,}4} = -6{,}86.10^{-7}\ \text{V}$$ **Opción 1**

Otra forma de resolver esta prueba

Designamos con x_o la posición inicial del lado DA de la espira, en el tiempo t=0. Un tiempo después el lado DA se encuentra a una distancia $x = x_o + v\,t$

Consideramos una franja de espesor dr que dista del conductor rectilíneo la distancia r

$$\Phi = \vec{B}\cdot d\vec{S} = \frac{\mu_o I}{2\pi r} L dr \cos 180^o \Rightarrow \int_x^{L+x} -\frac{\mu_o I}{2\pi} L \frac{dr}{r} = -\frac{\mu_o I L}{2\pi} \ln\frac{L+x}{x} = -\frac{\mu_o I L}{2\pi} \ln\frac{L+x_o+v\,t}{x_o+v\,t}$$

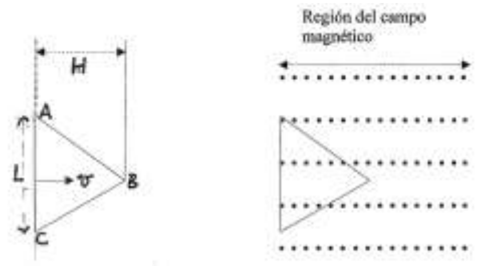
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[-\frac{\mu_o I L}{2\pi}\left(\ln\frac{L+x_o+v\,t}{x_o+v\,t}\right)\right] = \frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_o I L}{2\pi}\left(\ln\frac{L+x_o+v\,t}{x_o+v\,t}\right)\right]$$

Para una función U= f(x) la derivada del ln U es: $\frac{1}{U}\frac{dU}{dx}$, aplicado a nuestro logaritmo

$$\frac{d}{dt}\ln\frac{L+x_o+v\,t}{x_o+v\,t} = \frac{1}{\dfrac{L+x_o+v\,t}{x_o+v\,t}}\cdot\frac{(x_o+v\,t)v-(L+x_o+v\,t)\,v}{(x_o+v\,t)^2} = \frac{-L\,v}{(L+x_o+v\,t)\cdot(x_o+v\,t)} =$$

$$= \frac{-L\cdot v}{(L+x)\cdot x} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \left(\frac{\mu_o I L}{2\pi}\cdot\frac{-L\cdot v}{(L+x)\cdot x}\right) = -\frac{\mu_o I L^2\,v}{2\pi}\cdot\frac{1}{(L+x)\cdot x}$$

10.- Una espira en forma de triángulo equilatero de lado L = 0,60 m y altura H se desplaza con una velocidad v= 0,80 m/s, penetra en un campo magnético homogéneo perpendicular al plano de la espira y saliendo del papel, B= 0,40 T, actuando solamente en una región limitada, tal como se observa en la figura.



La espira pasa de estar fuera del campo a estar totalmente dentro de él cuando su lado AC esta justamente en el borde de entrada del campo Entre las situaciones fuera del campo a justamente dentro, se produce un fenómeno de inducción, cuyo valor absoluto es

1) 0,048 V 2) 0,096 V 3) 0,186 V 4)0,372 V

Consideramos el tiempo cero cuando el vértice B de la espira está justamente en el borde de entrada del campo, el tiempo Δt es el tiempo que tarda la espira en penetrar en el campo totalmente $\Delta t = \frac{H}{v}$

El vector superficie se toma perpendicular a la espira y suponiendo que la corriente inducida circula en ella en sentido contrario a las agujas de un reloj, el vector superficie

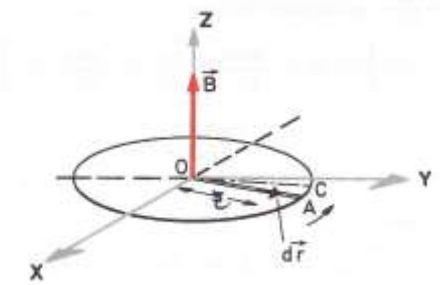
$\vec{S}$ sale del papel hacia el lector por aplicación de la regla de la mano derecha. Dado que el campo $\vec{B}$ tiene igual dirección y sentido, forman entre sí un ángulo de 0º y el flujo magnètico es: $\Phi = BS\cos\theta = BS$

$$\Phi_I = 0\ ,\ \Phi_F = B\ S\ \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{BSv}{H} = -\frac{B\frac{LH}{2}v}{H} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = -\frac{BLv}{2} = -\frac{0{,}40\cdot 0{,}60\cdot 0{,}80}{2} = -0{,}096\ V \qquad \textbf{Opción 2}$$

11.- Una barra metálica de longitud L=0,80 m gira con una velocidad angular $\vec{\omega} = 0{,}22\,\vec{k}\ rad/s$ *en el seno de un campo magnético constante en módulo dirección y senttido* $\vec{B} = 0{,}12\,\vec{k}\,T$. *Un extremo de la barra está en el origen de coordenadas y toda la barra en el plano XY. La fuerza electromotriz inducida en valor absoluto vale:*

1) 6,5 .10^{-3} V 2) 7,5 .10^{-3} V 3) 8,5 .10^{-3} V 1) 9,5 .10^{-2} V



$$\vec{F} = q\,(\vec{v}\times\vec{B}) \Rightarrow \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v}\times\vec{B} = \vec{E}_m\ ;\ \oint \vec{E}_m\cdot d\vec{r} = \int_O^A (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{r} = \int_O^A v\,B\,dr$$

v es la velocidad lineal del elemento dr de la barra y es variable desde cero en O hasta la máxima en el extremo A

$$\int_O^A v\,B\,dr = \int_o^A \omega\,B\,r\,dr = \omega B\left.\frac{r^2}{2}\right|_0^L = \frac{1}{2}B\omega L^2 = \frac{0{,}12\cdot 0{,}22\cdot 0{,}80^2}{2} = 8{,}5.10^{-3}V \quad \textbf{Opción 3}$$

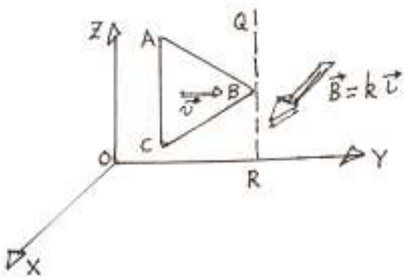
Otra manera de resolver la cuestión

En la figura superior la barra OA se encuentra en el tiempo t, gira con velocidad angular constante y corta las líneas del campo empleando un tiempo dt. El área descrita es OAC= dS siendo el ángulo $d\theta$ y el arco AC =$Ld\theta$. Sea el tiempo T que tarda la barra en describir el círculo

$$\frac{\pi L^2}{T}=\frac{dS}{dt} \Rightarrow \frac{\pi L^2}{\frac{2\pi}{\omega}}=\frac{dS}{dt} \Rightarrow dS=\frac{L^2\omega dt}{2} \Rightarrow \quad d\Phi=\vec{B}\cdot d\vec{S}=B\,dS\cos 180^{o}=-\frac{BL^2\omega dt}{2}$$

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}=\frac{\frac{BL^2\omega dt}{2}}{dt}=BL^2\omega$$

12.- Una espira ABC conductora en forma de triángulo equilatero de lado L= 1,0 m, altura H, masa m= 50 g y resistencia eléctrica R =7,0 Ω se desplaza con una velocidad constante $\vec{v}=0{,}4\,\vec{j}\ \mathrm{m/s}$ *en una región donde no existe campo magnético,*



Posteriormente penetra en una región del plano YZ donde existe un campo magnético constante $\vec{B}=k\,\vec{i}\ \mathrm{T}$. *El campo empieza en QR y se extiende hacia el eje Y. Se observa que a medida que penetra en el campo su velocidad disminuye uniformemente hasta que la espira se detiene cuando su arista AC está justamente en el comienzo del campo. El valor numérico de k es:*

1) 0,1 T 2) 0,3T 3) 0,5 T 4) 0,7 T

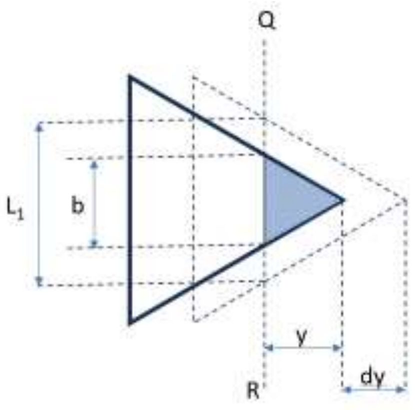


Fig. 1

En la figura 1 en el tiempo t la espira ha penetrado en el campo magnético una distancia y. El área que está dentro del campo es el triángulo equilátero rayado. Un cierto tiempo posterior dt la espira ha penetrado una distancia dy. El aumento de superficie es:

$$dS=\frac{L_1(y+dy)}{2}-\frac{b\,y}{2}\ \Rightarrow d\Phi=\vec{B}\cdot d\vec{S}=B\cdot dS=\frac{B}{2}\left[L_1(y+dy)-by\right]$$

$$\frac{L}{H}=\frac{L_1}{y+dy}=\frac{b}{y}\ \Rightarrow\ d\Phi=\frac{B}{2}\left[\frac{L(y+dy)^2}{H}-\frac{L\,y^2}{H}\right]=\frac{B}{2H}\left(2L\,y\,dy\right)=\frac{B\,L\,b\,y\,dy}{L\,y}=B\,b\,dy$$

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{B\,b\,dy}{dt}=-B\,b\,v_y\ ;\ v_y<v\quad ;\ H=\frac{\sqrt{3}}{2}L$$

Existe una fuerza que actuando sobre la espira la frena

La corriente inducida recorre la espira en el sentido U B W (figura 2)

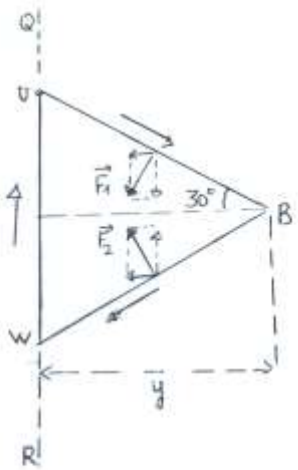


Fig.2

$$U\vec{B}=\vec{\ell}\ \ ;\ \cos 30^{o}=\frac{y}{\ell}\Rightarrow \ell=\frac{y}{\cos 30^{o}}\quad ;\quad B\vec{W}=\vec{\ell}\ \ ;\ I=\frac{\varepsilon}{R}=-\frac{B\,b\,v_y}{R}\ \ ;\ UW=UB=\ell$$

$$\vec{F}_1=I\,\vec{\ell}\times\vec{B}=I\Rightarrow\left|\vec{F}_1\right|=I\cdot\frac{y}{\cos 30^{o}}B\Rightarrow\left|\vec{F}_1\right|_{horizontal}=I\cdot\frac{y}{\cos 30^{o}}B\cdot sen30^{o}=IB\,y\,tag30^{o}$$

$$\left|\vec{F}_1\right|_{horizontal}=\frac{B\,b\,v_y}{R}B\,y\,tag30^{o}=\frac{B^2b\,y\,v_y\,tag30^{o}}{R}=\left|\vec{F}_2\right|_{horizontal}$$

$$F_R=-2\frac{B^2b\,y\,tag30^{o}}{R}v_y=-\frac{2B^2\frac{Ly}{H}y\,tag30^{o}}{R}\frac{dy}{dt}=-\frac{2B^2L\,tag30^{o}}{R\,H}\frac{y^2dy}{dt}=m\frac{dv_y}{dt}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^H -\frac{2B^2L\,\mathrm{tag}30^{o}}{RH}\,y^2dy=\int_v^0 m\,dv_y;\ \mathrm{tag}30^{o}=\frac{\frac{L}{2}}{H}\ ;\ \cos 30^{o}=\frac{H}{L}\ ;\int_0^H -\frac{2B^2\,\frac{L^2}{2H}}{RH}\,y^2dy=\int_v^0 m\,dv_y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^H -\frac{B^2L^2}{RH^2}y^2dy=-m\,v \quad \Rightarrow \quad \frac{B^2\,L^2}{R\,H^2}\,\frac{H^3}{3m}=v$$

$$B=\sqrt{\frac{3m\,R\,v}{L^2\,H}}=\frac{1}{L}\sqrt{\frac{6\,mRv}{L\sqrt{3}}}=\sqrt{\frac{6\cdot 50.10^{-3}\cdot 7\cdot 0{,}4}{\sqrt{3}}}=0{,}70\,T \qquad \textbf{Opción 4}$$

13.- Una bobina consta de 400 espiras circulares de radio 1,5 cm, está en el interior de un campo magnético constante B = 0,1 T . En el tiempo t=0 el plano de las espiras es perpendicular al campo magnético. La espira gira 90º en un tiempo de 0,05 s. La fuerza electromotriz media inducida vale

1) 0,47 V 2) 0,57 V 3) 0,67 V 4) 0,77 V

En la posición inicial los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo de 0º, el flujo es $\Phi = BS\cdot\cos 0^{o} = BS$. En la posición final el plano de cada espira es paralelo al campo magnético, por tanto, $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo de 90º y el flujo es cero

$$\Phi_I = BS\ ,\ \Phi_F = 0\ ;\ \varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \ \Rightarrow |\varepsilon| = \frac{BSn}{\Delta t} = \frac{0{,}1\cdot\pi\left(1{,}5.10^{-2}\right)^2\cdot 400}{0{,}05} = 0{,}57\,V \qquad \textbf{Opción 2}$$

14.- Una espira circular de radio R=0,40 m está situada en un campo magnético perpendicular al plano de la espira. El campo magnético depende del tiempo $B = 2t\,T$. *La intensidad del campo eléctrico es:*

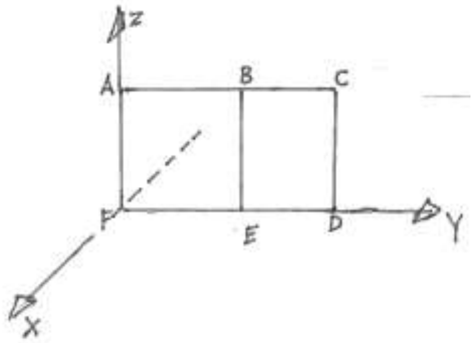
1) $0{,}5\frac{V}{m}$ 2) $1{,}5\frac{V}{m}$ 3) $2{,}5\frac{V}{m}$ 4) $3{,}5\frac{V}{m}$

Siempre que en una región del espacio haya un campo magnético variable con el tiempo se induce en la región un campo eléctrico inducido $\vec{E}$. Su circulación a lo largo de una línea cerrada es menos la derivada del flujo magnético respecto del tiempo. Tomamos como línea cerrada la espira de radio R.

$$\varepsilon = \oint \vec{E}\cdot d\vec{r}\ ;\ \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B\cdot\pi R^2)}{dt} = -2\cdot\pi\,R^2 = -0{,}32\,\pi \quad ; \quad \oint \vec{E}\cdot d\vec{r} = E\cdot 2\,\pi\,R = 0{,}80\,\pi\,E$$

$$-0{,}32\,\pi = 0{,}80\,\pi\,E \Rightarrow |E| = 2{,}5\frac{V}{m} = 2{,}5\frac{N}{C} \qquad \textbf{Opción 3}$$

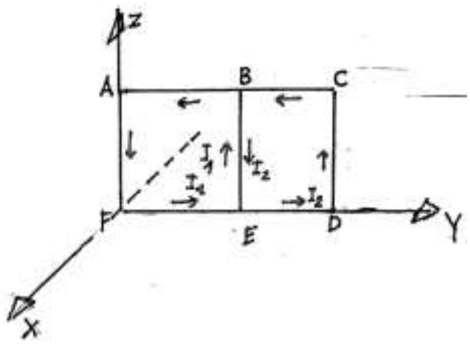
15.- Con un cable conductor de resistencia R =8 Ω/m se forma un circuito como el de la figura Este circuito está inmerso en un campo magnético homogéneo dependiente del tiempo $\vec{B}=0{,}2\,t(-\vec{i})$ *y el circuito está situado sobre el plano YZ.*



Sus dimensiones son AB= BE=0,8 m , BC= 0,6 m Las intensidades de las corrientes eléctricas que circulan por los cables AF, BC y EB, expresadas en miliamperios son:

1) 6,36 , 5,42, 0,94 2) 6,36 , 0,94 , 5,42 3) 5,42 , 6,36 , 0,94 4) 6,81, 5,94, 1,13

El campo magnético variable crea en las espiras fuerzas electromotrices inducidas y como las espiras poseen resistencia eléctrica, aparecerán en ellas corrientes eléctricas. Aplicando la ley de Lenz establecemos el sentido de las corrientes, tal como se ve en la siguiente figura.



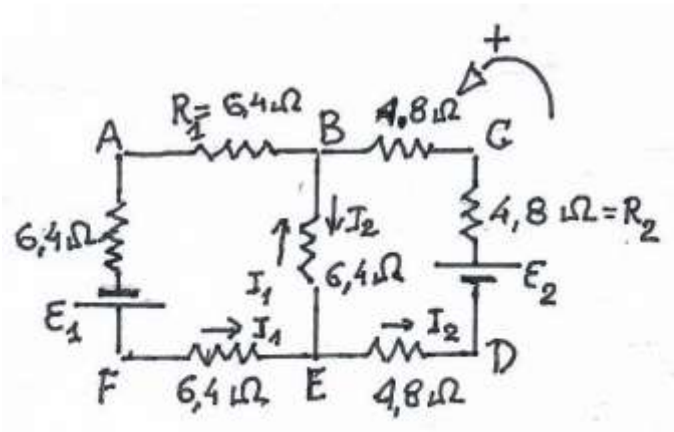
El vector dS_1 de la malla AFEB forma un ángulo con el vector $\vec{B}$ de 180º

$$\varepsilon_1=-\frac{d(B\cdot S_{EFEB}\cdot\cos 180^{o})}{dt}=0{,}2\cdot 0{,}8\cdot 0{,}8=0{,}128\,V$$

El vector dS_2 de la malla BEDC forma un ángulo con el vector $\vec{B}$ de 180º

$$\varepsilon_2=-\frac{d(B\cdot S_{BDCE}\cdot\cos 180^{o})}{dt}=0{,}2\cdot 0{,}6\cdot 0{,}6=0{,}072\,V$$

A efectos prácticos el circuito 1 y 2 es equivalente al siguiente



Aplicamos Kirchoff a las dos mallas $R_1 = 6{,}4\,\Omega$; $R_2 = 4{,}8\ \Omega$

$$I_1 \cdot 4R_1 - I_2 R_1 = \varepsilon_1 \quad (1)$$

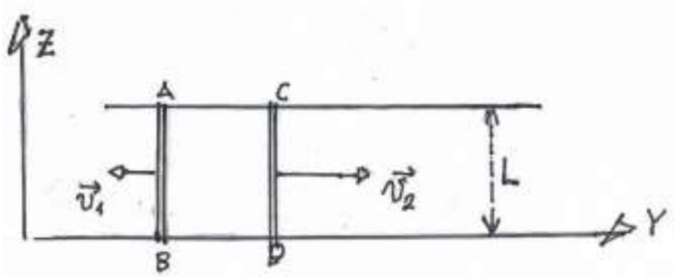
$$-I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot 3R_2 + I_2 R_1 = \varepsilon_2 \Rightarrow -I_1 \cdot 4R_1 + I_2 \cdot 12R_2 + I_2 \cdot 4R_1 = 4\varepsilon_2 \quad (2)$$

Sumando (1) y (2) $I_2(12R_2 + 3R_1) = \varepsilon_1 + 4\varepsilon_2 \Rightarrow I_2 = \dfrac{0{,}128 + 4 \cdot 0{,}072}{12 \cdot 4{,}8 + 3 \cdot 6{,}4} = 5{,}42.10^{-3}\,\text{A}$

de (1) $I_1 = \dfrac{\varepsilon_1 + I_2 R_1}{4R_1} = \dfrac{0{,}128 + 5{,}42.10^{-3} \cdot 6{,}4}{4 \cdot 6{,}4} = 6{,}36.10^{-3}\,\text{A}$

La intensidad por el ramal EB , $I_{EB} = I_1 - I_2 = 6{,}36 - 5{,}42 = 0{,}94\,\text{mA}$ **Opción 1**

16.- En la figura inferior sobre una vía de ancho L= 0,80 m deslizan, sin rozamiento, dos barras metálica de resistencias R_{AB}= R_{CD}= 2,5 Ω .



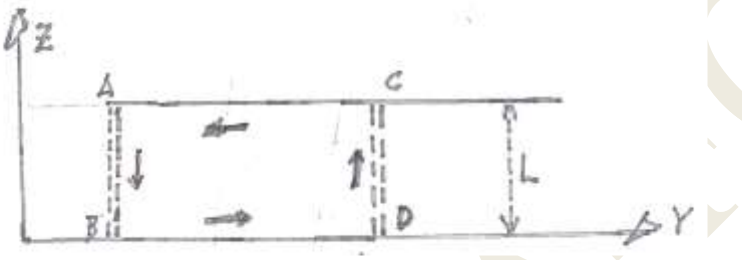
Sus velocidades son, respectivamente, $\vec{v}_1 = 1{,}5(-\vec{j})\ \text{m/s}$ *y* $\vec{v}_2 = 3\,\vec{j}\ \text{m/s}$. *Existe un campo magnético uniforme* $\vec{B} = 0{,}1(-\vec{i}\,)$. *La resistencia de la vía es despreciable. La intensidad de corriente generada vale.*

1) 0,052 A 2) 0,062 A 3) 0,072 A 4) 0,082 A

En un instante t=0 la superficie del circuito es S_1, un tiempo posterior Δt la superficie es S_2, siendo $\Delta S = L \cdot v_1 \Delta t + L \cdot v_2 \Delta t$. Al ser el campo magnético uniforme la variación de flujo se debe exclusivamente a la variación de superficie

$$\varepsilon = -\frac{B\,\Delta S}{\Delta t}$$

Aplicamos la ley de Lenz para indicar el sentido de la corriente eléctrica y saber el ángulo que forman los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$. En la figura inferior se representa el sentido de la corriente

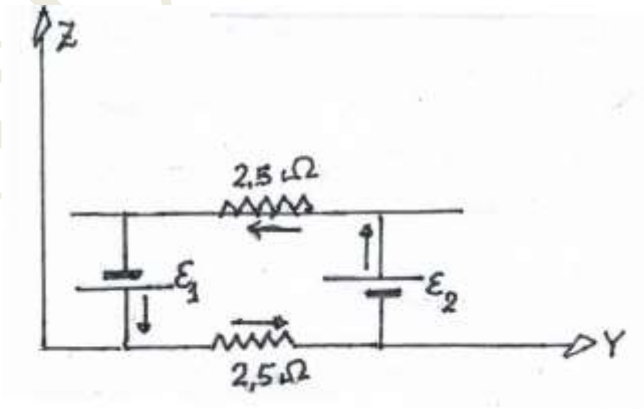


Las fuerzas que actúan sobre las barras metálicas se deducen a partir de la ecuación $\vec{F} = I\,\vec{\ell} \times \vec{B}$.

Para la barra AB: $\vec{F} = I \cdot L(-\vec{k}) \times 0{,}1(-\vec{i}) = I \cdot L \cdot 0{,}1\ \vec{j}$;F de sentido contrario a la velocidad v_1

Para la barra CD: $\vec{F} = I \cdot \left| L\,\vec{k} \times 0{,}1(-\vec{i}) \right| = I \cdot L \cdot 0{,}1\ (-\vec{j})$;F de sentido contrario a la velocidad v_2

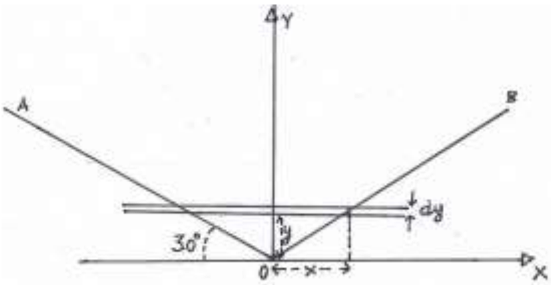
El circuito de la figura 1 es equivalente a



$$\varepsilon_1 = -\frac{B \cdot L \cdot v_1\,\Delta t \cdot \cos 180^\circ}{\Delta t} = B\,L\,v_1 \quad ; \quad \varepsilon_2 = -\frac{B \cdot L \cdot v_2\,\Delta t \cdot \cos 180^\circ}{\Delta t} = B\,L\,v_2$$

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_{AB} + R_{CD}} = \frac{B\,L\,(v_1 + v_2)}{R_{AB} + R_{CD}} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}8 \cdot 4{,}5}{5} = 0{,}072\,A = 72\,mA \quad \textbf{Opción 3}$$

17.- En la figura AOB es un conductor fijo sobre el plano XY. Una barra horizontal conductora se encuentra, en el tiempo t=0 sobre el eje X en reposo, desliza apoyándose sobre el conductor fijo AOB debido a la aplicación de una aceleración constante $\vec{a} = 0{,}1\,\vec{j}$*, manteniéndose en su movimiento paralela al eje X. La resistencia de AOB es despreciable.*



Sobre el plano XY actúa una campo magnético uniforme $\vec{B} = 0{,}2\,(-\vec{k})\ \mathrm{T}$. *La fuerza electromotriz que aparece en el circuito cuando la barra tiene una velocidad v = 0,3 m/s vale*

1) 0,034 V 2) 0,054 V 3) 0,074 V 4) 0,094 V

$$y = \frac{1}{2} a\, t^2 \quad ; \quad v = a\, t \quad ; \quad v = \frac{dy}{dt}$$

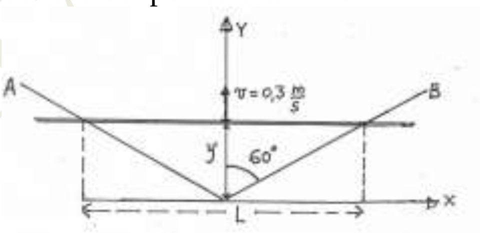
Consideremos un elemento de área DS barrido por la barra en un tiempo dt, ver figura

$$dS = 2\,x\,dy = \frac{2\,y}{\mathrm{tag}\,30^{o}}\,dy = \frac{2\,y}{\mathrm{tag}\,30^{o}}\,v\,dt \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{B\,dS}{dt} = B\,\frac{2\,y}{\mathrm{tag}\,30^{o}}\,v = 2\,B\,\frac{\frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2}{\mathrm{tag}\,30^{o}}\,v = \frac{B\,v^3}{a\ \mathrm{tag}30^{o}} = \frac{0{,}2\cdot 0{,}3^3\cdot\sqrt{3}}{0{,}1} = 0{,}094\ \mathrm{V}$$

Opción4

Esta prueba se puede resolver por otro camino



$$\varepsilon = \oint (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{r} = v\,B\int_0^L dr = v\,B\,L \ ,$$

L es la longitud de la barra que está en contacto con AOB cuando la velocidad de la barra vale 0,3 m/s y τ el tiempo que emplea la barra en pasar desde L=0 hasta que su longitud en contacto con AOB es L

$$\mathrm{tag}\,60^o = \frac{\frac{L}{2}}{y'} \Rightarrow L = 2\,y'\,\mathrm{tag}\;60^o = 2\cdot\frac{1}{2}\,a\,\tau^2\cdot\mathrm{tag}\,60^o = a\,\frac{v^2}{a^2}\,\mathrm{tag}\,60^o \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon = v\,B\,\frac{v^2\,\mathrm{tag}\,60^o}{a} = \frac{B\,v^3\mathrm{tag}\,60^o}{a} = \frac{0{,}2\cdot 0{,}3^3\cdot\mathrm{tag}\,60^o}{0{,}1} = 0{,}094\,\mathrm{V}$$

18.- Un solenoide muy largo tiene n = 6000 espiras/m y un radio r= 5,0 cm. En el centro del solenoide y por su parte exterior se coloca una espira de radio R> r centrada con el eje del solenoide. En el tiempo t=0 la intensidad que circula por el solenoide es I = 15 A disminuyendo su intensidad a 5 A en t = 0,20 s. La fuerza electromotriz inducida en la espira de radio R es:

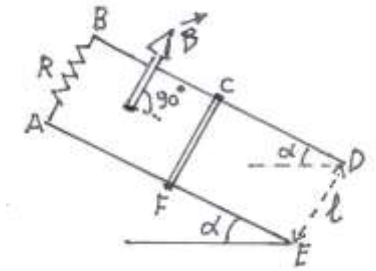
1) $4{,}9.10^{-4}$ V 2) $3{,}9.10^{-4}$ V 3) $2{,}9.10^{-4}$ V 4) $1{,}6.10^{-3}$ V

Considerando que no hay dispersión de flujo mágnético, el mismo flujo que produce el solenoide atraviesa la bobina de radio $R \geq r$.

$$\varepsilon = -\frac{d\,\Phi}{dt} = -\frac{d\,(B\cdot S)}{dt} = -\frac{d(\mu_0 n\,I\cdot\pi\,r^2)}{dt} = -\mu_o n\,\pi\,r^2\,\frac{dI}{dt} = -\mu_o n\,\pi\,r^2\,\frac{\Delta I}{\Delta t} =$$

$$\varepsilon = -4\,\pi.10^{-7}\cdot 2.10^3\cdot\pi\cdot(5.10^{-2})^2\,\frac{5-10}{0{,}20} = 4{,}9.10^4\,\mathrm{V} \quad \textbf{Opción1}$$

19.- En la figura BD y AE son conductores paralelos, separados por una distancia $\ell = 1{,}2\,\mathrm{m}$, forman un ángulo $\alpha = 20^{o}$ con la horizontal. Los extremos A y B se unen mediante una resistencia R = 2,0 Ω, CF es una barra conductora de masa m =0,040 kg y resistencia despreciable que desliza en contacto sobre los conductores paralelos. El campo magnético B = 0,2 T es perpendicular al plano formado ABDE.



La autoinducción del circuito no se considera. La barra en su movimiento llega a deslizarse a velocidad v constante. El valor de v es:

1) 0,5 m/s 2) 2,9 m/s 3) 4,7 m/s 4) 6,2 m/s

Fuerza magnética sobre la barra CF

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(\vec{B}\cdot d\vec{S})}{dt} = -\frac{B\,\ell\,v\,dt}{dt} = -B\,\ell\,v \Rightarrow I = \frac{B\,\ell\,v}{R} \Rightarrow$$

$$\vec{F}_{\text{magética=}} = I\,\vec{\ell}\times\vec{B} \Rightarrow F_{\text{magnética}} = I\,\ell\,B\cos 90^{o} = I\,\ell\,B$$

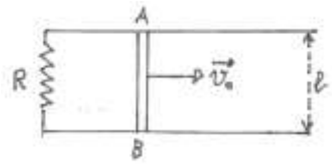
Fuerza de gravitatoria sobre CF $\vec{F}_g = m\,\vec{g}$. Componente de F_g sobre el plano $m\,g\,\mathrm{sen}\,\alpha$ $I\,\ell B$, apunta hacia arriba del plano y mg sen α hacia abajo del plano. Cuando la barra desliza a velocidad constante

$$m\,g\,\mathrm{sen}\,\alpha - I\,\ell\,B = m\frac{dv}{dt},\ \text{cuando}\ \frac{dv}{dt} = 0 \qquad \Rightarrow v = \mathrm{Cte}$$

$$g\,\mathrm{sen}\,\alpha = \frac{I\,\ell\,B}{m} = \frac{\frac{B\,\ell\,v}{R}\cdot\ell\,B}{m} = \frac{B^2\,\ell^2}{m\,R}\cdot v \Rightarrow v = \frac{m\,g\;R\,\mathrm{sen}\,\alpha}{B^2\,\ell^2} = \frac{0{,}040\cdot 9{,}8\cdot 2\cdot \mathrm{sen}\,20^{o}}{0{,}2^2\cdot 1{,}2^2} = 4{,}7\,\frac{m}{s}$$

Opción 3

20.- El sistema de la figura inferior está sobre el plano XY. El conductor AB, de masa m= 0,30 kg y longitud $\ell = 1{,}2\ \text{m}$, *desliza sobre las guías debido a la velocidad inicial* $\vec{v}_o = 2{,}0\ \vec{j}\ \text{m/s}$. *El extremo de las guías se cierra mediante una resistencia R=4 Ω, el resto del circuito tiene resistencia despreciable. El circuito está dentro de un campo magnético homogéneo* $\vec{B} = 1{,}6\ \vec{k}\ \text{T}$.



El conductor AB recorre una distancia d hasta que se detiene. El valor de d es:

1) 0,45 m 2) 0,65m 3) 0,75 m 4) 0,85 m

v_o es la velocidad de la barra cuando t=0, v es la velocidad de la barra AB un tiempo t posterior.

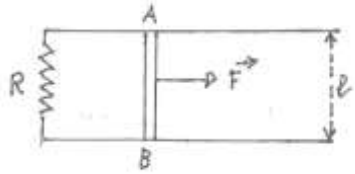
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(\vec{B}\cdot d\vec{S})}{dt} = -\frac{d(B\cdot \ell\, v\, dt)}{dt} = -B\ell v \Rightarrow \quad I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B\ell v}{R}\ ;$$

$$\vec{F} = I(\vec{\ell}\times\vec{B}) = I(\ell\,\vec{i}\times B\,\vec{k}) \quad ; \quad \vec{F} = I\ell B(-\vec{j})$$

$$F = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dy}\cdot\frac{dy}{dt} = m\frac{dv}{dy}v \Rightarrow -\frac{B\ell v}{R}\ell B = m\frac{dv}{dy}v \Rightarrow -\frac{B^2\ell^2}{R\,m}\int_0^d dy = \int_{v_o}^0 dv \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{B^2\ell^2}{R\,m}d = -v_o \Rightarrow \quad d = \frac{R\,m\,v_o}{B^2\ell^2} = \frac{4\cdot 0{,}30\cdot 2}{1{,}6^2\cdot 1{,}2^2} = 0{,}65\,\text{m} \quad \textbf{Opción 2}$$

21.- El sistema de la figura inferior se encuentra en el plano YZ.



En el tiempo t=0 se aplica al conductor AB, de longitud $\ell = 1{,}0\,\mathrm{m}$ *y masa m= 0,70 kg, una fuerza horizontal* $\vec{F} = 0{,}50\,\vec{j}\ \mathrm{N}$. *R= 10 Ω,, el resto del circuito tiene resistencia despreciable. Sobre el sistema actúa un campo magnético homogéneo* $\vec{B} = 1{,}0\,(-\vec{i})\,\mathrm{T}$. *La velocidad de AB a t= 10 s de aplicar la fuerza F es:*

1) 2,8 m/s 2) 3,8 m/s 3) 4,8 m/s 4) 0,67 m/s

Las corrientes inducidas se oponen a las causas que las crean, que en este caso es el flujo variable a través del circuito originado por el movimiento de la barra. Para oponerse a esta causa, la fuerza magnética tiene sentido contrario a la fuerza aplicada, ello implica que la corriente se dirija en la barra en el sentido de B a A

v es la velocidad en un tiempo t, v=f(t)

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\left(\vec{B}\cdot\vec{S}\right)}{dt} = B\,\ell\,v \ ; \ \vec{F}_m = I\,\vec{\ell}\times\vec{B} = I\,\ell\,B(-\vec{j}) \ ; \ I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B\,\ell\,v}{R}$$

$$F - F_m = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow F - I\,\ell\,B = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow F - \frac{B\,\ell\,v}{R}\ell\,B = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow F - \frac{B^2\,\ell^2\,v}{R} = m\frac{dv}{dt}$$

$$\int\frac{dt}{m} = \int\frac{dv}{F - \frac{B^2\ell^2 v}{R}} \ ; \ F - \frac{B^2\ell^2 v}{R} = P \quad \Rightarrow -\frac{B^2\ell^2}{R}dv = dP \Rightarrow \quad dv = -\frac{R}{B^2\ell^2}dP$$

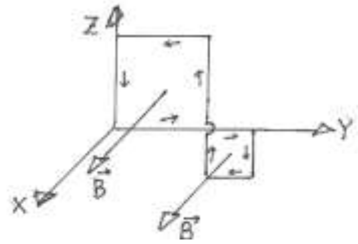
$$\int\frac{dt}{m} = -\int\frac{R}{B^2\,\ell^2}\frac{dP}{P} \Rightarrow \frac{t}{m} = -\frac{R}{B^2\,\ell^2}\ln P + Cte \Rightarrow \quad \frac{t}{m} = -\frac{R}{B^2\,\ell^2}\ln\left(F - \frac{B^2\,\ell^2\,v}{R}\right) + Cte$$

$$\text{Cuando}\ t = 0 \rightarrow v = 0 \Rightarrow \ Cte = \frac{R}{B^2\,\ell^2}\ln F \ ; \ \frac{t}{m} = -\frac{R}{B^2\,\ell^2}\ln\left(F - \frac{B^2\,\ell^2\,v}{R}\right) + \frac{R}{B^2\,\ell^2}\ln F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{t}{m} = -\frac{R}{B^2\,\ell^2}\ln\left(\frac{F - \frac{B^2\,\ell^2\,v}{R}}{F}\right) \Rightarrow \quad e^{-\frac{B^2\,\ell^2\,t}{mR}} = 1 - \frac{B^2\,\ell^2\,v}{R\,F} \Rightarrow \quad \frac{B^2\,\ell^2\,v}{R\,F} = 1 - e^{-\frac{B^2\,\ell^2\,t}{m\,R}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{R\,F}{B^2\,\ell^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2\,\ell^2\,t}{m\,R}}\right) \Rightarrow v = \frac{10\cdot 0{,}50}{1^2\,1^2}\left(1 - e^{-\frac{1^2\cdot 1^2\cdot 10}{0{,}70\cdot 10}}\right) = 3{,}8\ \frac{m}{s} \qquad \textbf{Opción 2}$$

22.- El circuito de la figura inferior está formado por dos cuadrados de lados a = 1,0 m y b=0,5 m.



La resistencia del hilo conductor por unidad de longitud, es. $\rho = 6\,\frac{\Omega}{m}$. *El circuito está situado en el plano YZ y es atravesado por un campo magnético dependiente del tiempo* $\vec{B} = B_o\cdot\cos(\omega t)\ \vec{i}\ T$; $B_o = 0{,}05\,T; \omega = 0{,}4\,rad/s$. *La intensidad que recorre el circuito en el tiempo t = 0,3 s vale*

1) 2.10^{-5} A   2) 3.10^{-5} A   3) 4.10^{-5} A   4) 5.10^{-5} A

Para determinar la dirección y sentido del vector superficie aplicamos la regla de la mano derecha. Se pone la mano cerrada con el pulgar extendido y los dedos girando en el sentido de la corriente- En el cuadrado pequeño el vector superficie es perpendicular al cuadrado y la dirección del eje X y sentido $-\vec{i}$. El el grande el sentido es $+\vec{i}$

$$\Phi_T = (a^2 - b^2)B_o\cos\omega t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_T}{dt} = -\frac{d\left[(a^2 - b^2)\,B_o\cos\omega t\right]}{dt} = B_o\,(a^2 - b^2)\,\omega\cdot\operatorname{sen}\omega t \Rightarrow$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B_o\,(a^2 - b^2)\,\omega\cdot\operatorname{sen}\omega t}{(4a + 4b)\cdot\rho} = \frac{0{,}05\cdot(1^2 - 0{,}5^2)\cdot 0{,}4\cdot\operatorname{sen}(0{,}4\cdot 0{,}3)}{4.1{,}5\cdot 6} = 5.10^{-5}\,A$$

Opción 4

23.- En la figura 1a, la espira conductora ABCD es un cuadrado de lado a= 1,4 m, masa m = 0,56 kg y resistencia R = 2,0 Ω, situada en el plano YZ. PQ es una frontera que por encima de ella el campo magnético es nulo y por debajo es constante $\vec{B}=1{,}3\,\vec{i}\ \ \mathrm{T}$ *El campo gravitatorio terrestre es* $\vec{g}=9{,}8(-\vec{k})\ \mathrm{N/kg}$. *En el tiempo t=0, la espira está con el lado CD en el borde de PQ y toda ella fuera del campo siendo su velocidad nula. La espira se deja en libertad y penetra en el campo (fig.1b)*

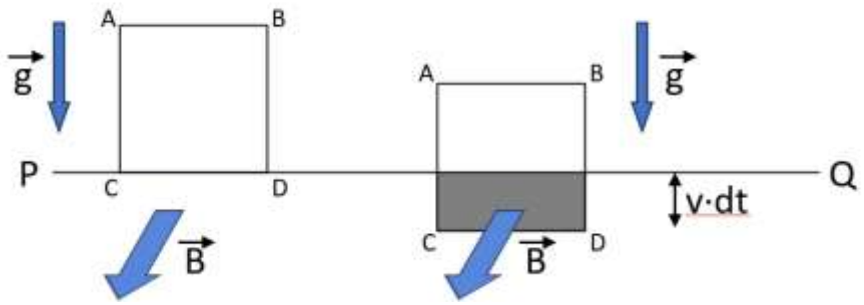


Fig. 1a *Fig .1b*

El tiempo τ *y la velocidad de la espira v, cuando el lado AB coincide con PQ , valen*

1) $\tau=0{,}72\,\mathrm{s};\ v=4{,}92\,\mathrm{m/s}$ 2) $\tau=0{,}62\,\mathrm{s};\ v=3{,}92\,\mathrm{m/s}$
3) $\tau=0{,}52\,\mathrm{s};\ v=3{,}92\,\mathrm{m/s}$ 4) $\tau=0{,}72\,\mathrm{s};\ v=2{,}92\,\mathrm{m/s}$

v es la velocidad de la espira, v=f(t) y ha penetrado en el campo una distancia v dt

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{B\,a\,v\,dt}{dt}=-B\,a\,v\ ;\ I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{B\,a\,v}{R}\ ;\ F_{CD}=I\,a\,B=\frac{B\,a\,v}{R}aB=\frac{B^2a^2v}{R}$$

$$mg-\frac{B^2a^2v}{R}=m\frac{dv}{dt}\Rightarrow g-\frac{B^2a^2v}{m\,R}=\frac{dv}{dt}\Rightarrow\int dt=\int\frac{dv}{g-\frac{B^2a^2v}{m\,R}}\Rightarrow t=\int\frac{dv}{g-\alpha\,v}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow g-\alpha v=P;\quad dv=-\frac{dP}{\alpha}\ ;\ t=-\frac{1}{\alpha}\int\frac{dP}{P}\ ;\ t=-\frac{1}{\alpha}\ln(g-\alpha\,v)+Cte$$

$$\text{Cuando}\ t=0\rightarrow v=0\Rightarrow Cte=\frac{1}{\alpha}\ln g\Rightarrow\ t=-\frac{1}{\alpha}\ln\left(\frac{g-\alpha\,v}{g}\right)\Rightarrow-\alpha\,t=\ln\left(\frac{g-\alpha\,v}{g}\right)$$

$$\Rightarrow e^{-\alpha t}=\frac{g-\alpha v}{g}=1-\frac{\alpha v}{g}\;\Rightarrow\; v=g\,\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}\;\Rightarrow\frac{dz}{dt}=g\,\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}\;\Rightarrow\frac{\alpha}{g}\int_0^a dz=\int_0^\tau dt-\int_0^\tau e^{-\alpha t}dt$$

$$\frac{\alpha a}{g}=\tau+\frac{e^{-\alpha\tau}-1}{\alpha}\;\Rightarrow\;\frac{B^2a^2\cdot a}{m R g}=\tau+\frac{e^{-\frac{B^2a^2}{mR}\tau}-1}{\frac{B^2a^2}{m\cdot R}}\;\Rightarrow$$

$$\frac{1{,}3^2\cdot 1{,}4^3}{0{,}56\cdot 2\cdot 9{,}8}=\tau+\frac{e^{-\frac{1{,}3^2\cdot 1{,}4^2}{0{,}56\cdot 2}\tau}-1}{\frac{1{,}3^2\cdot 1{,}4^2}{0{,}56\cdot 2}}\;\Rightarrow\;0{,}423=\tau+\frac{e^{-2{,}958\,\tau}-1}{2{,}958}$$ Resolviendo la ecuación por tanteo

$$\tau=0{,}72\text{ s}\;;\quad v=g\,\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}=9{,}8\cdot\frac{1-e^{-2{,}958*0{,}72}}{2{,}958}=2{,}92\,\frac{m}{s}$$ **Opción 4**